明治四十一年三月三十日第三種郵便物認可（毎月一回十五日發行）
大正六年四月十二日印刷納本 大正六年四月十五日發行

Vol. X, No. 1 THE ASTRONOMICAL HERALD April 1917
Published by the Astronomical Society of Japan.
Whole Number 109

天文月報

大正六年四月 第十卷 第一號

三體問題の定性的解法

理學士 松隈健彦

ポアンカレ以前の大勢

私はかつて本紙第六巻第九號に於て「三體問題について」なる題にて讀者諸君に御見えしたが、今同じ問題を少し違つた見方によつて説明したいと思ふ、三體問題とは

「ニウトン萬有引力の法則によつて互ひに引き合う二つの天體運動」

を研究せんとする問題である、この問題が古へよりいかに學者の頭を苦しめ同時にそれに比例してその興味をそゝつたかは前にのべた通りである。

萬有引力の發見者たるニウトンは又三體問題の最初の研究者である。ついでオイレルは一般にn體問題に於ける十個の積分を發見した、この積分は通例オイレルの積分と稱せられ次ぎの樣に

(一)三つの天體の重心が直線運動をなす事を示す六つの積分

(二)重心の回りに於ける三つの天體の角運動量が常數なる事を示す三つの積分

(三)その系のエネルギーが常數なる事を示す一つの積分

の三つの種類に分ける事が出來る。この十個の積分こそは問題の秘密を探る大事な鍵である。

n次の微分方程式を完全にとくにはn個の積分を要する事は微分方程式の第一ページに敎ふる所である、三體問題は之を數學的に見れば十八項(9(座標の數)×2(次數)=18)の微分方程式を解くにある、從つて十八個の積分を要するので、其内の十個は實にオイレルの積分に外ならぬのである、然らば殘り八個の積分はいかなる物であらう、學者の眼が期せずしてこの新しき積分に向つたのは云ふまでもない、オイレル以後多くの學者の研究の表面にはそれと明かにあらはされては居ないけれ共見樣によつては凡ての研究はこの新しき八つの積分を目當として進んだと見れば見られるのである、しかしついに時は來た、一八九〇年かのポアンカレー出現するに及むで「三體問題にはオイレル積分以外新しき積分は存在せぬ」と云ふ一大斷案を下した、恰かもかのアダム、イーヴが樂園の果を食ふて世の苦しみを覺へたと同じく今更ながら學者はポアンカレーの出現によつて「三體問題は解く能はず」と云ふ苦しき自覺を與へられたのである。

ポアンカレーの斷案は從來の研究方法に一大方向轉換を與へた、即ち彼以前にありては微分方程式を積分する事によつて問題を明かにせんとした、この「積分的」方法の結果それは「具體的」であり又「定量的」であつた、この

Editor. *Tikazi Honda.* Assistant Editors. *Kunio Arita, Kiyohiko Ogawa.*

「積分的」「具體的」「定量的」なる方法は最後まで押し通す事が出來れば之にこした事はない、然しながら此の方法が行きつまれば何とか方法を變へねばならない、恰もよし十九世紀の中頃より函數論は長足の進步をなし微分方程式の如きも强いて其積分を求むる事なく之を函數論的に吟味し微分方程式夫れ自身を以て函數を定義せんとする一派の學問が起つた、この潮流に棹さして三體問題も古き研究の方法を變へ新しき「函數論的」となつた、しかし其の必然の結果として「抽象的」となり、「定性的」となつたはやむを得ないのである、この新しき研究方法はポアンカレー以後パンルヴェー、レヴィチヴィタ、ビスコンチニを經て益々その傾向を增し、ついに一九一三年、ズンドマンに至つて「三體問題は定性的に解かるゝ」樣になつたのである。私は之よりポアンカレー以後のこの新しき傾向をのべようとするのである。

第一種定性的解法

函數$f(t)$が$t=t_0$の時一意、有限、連續、(one-valued, finite, continuous) なる時はこの點を普通點(Ordinary Point)と稱へ、然らざる時は特異點 Singular Point)と稱へる、特異點には右の三つの條件の何れを滿足せざるかによつて色々の種類がある、例へば$f(t)$がt_1の近くにては

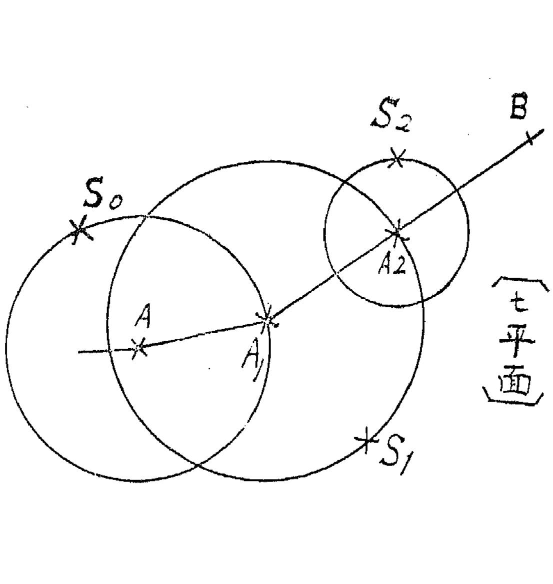
$$\frac{M}{(t-t_1)^m}\quad (m\text{は正の整數})$$

にて表はされる時はこれは有限なる條件のみを滿足せざるもので、かゝる點を極 (Pole) となづける、又t_1にて一意なる條件のみを滿足せずして

$$N(t-t_1)^{\frac{1}{n}}\quad (n\text{は整數})$$

にて表はされる時は分岐點 Branch Point (この場合は代數分岐點) と稱へる、その外色々の特異點がある。

任意の函數は普通點のまわりにテーラーの級數として展開するを得る事及びその級數の收斂の半徑はその點より最近の特異點にいたるまでの距離なる事は函數論の敎ふる所である、然らば今t平面に於て一つの曲線ABを考へ、その上には特異點は一つも存在せぬと考ふれば、その曲線の上の一つの點Aに於て函數の價を與ふれば同じ曲線の上の他の點に於ける函數の價は所謂「解析的接續」(Analytical Continuation)の方法によつて知る事が出來るのである、即ち今Aを中心とし最近の特異點S_0までの距離を半徑として圓を畫けば、その內部にては函數はテーラーの級數によりて與へられる、A_1をこの圓の內部にあつてしかも曲線ABの上の點とすればA_1における函數の價は右の方法によつて知る事が出來る、次にA_1を中心とし最近の特異點S_1までの距離を半徑として圓を畫けば、その圓の內部にては函數



の價はテーラーの級數によりて與へられる、故に再びこの圓の內部に點A_2をとり之を中心とし最近の特異點S_2までの距離を半徑として圓を畫き順次にこの方法をくりかへす時は、曲線ABが特異點を含まざる限りその上の任意の點に於ける函數の價はテーラーの級數を幾度か計算するにより常に求むる事が出來るのである、之れ即ち解析的接續の方法である。

n個の自由度を有する一つの力學系(A dynamical System of n degrees of freedom)はn次の微分方程式を滿足し從つてn個の積分を知るによつて完全に解く事が出來る、然らざる時は吾等はその問題は「解く能はず」と見る

のである、このn個の積分によつて問題の眞相を捉へようとするのが前にのべた「積分的」「具體的」「定量的」解法である、然しながら解くといふ意味を左樣に狹い意味に取らず今少し廣い意味に取つて考へる、即ち時間tの實數なる時その系の運動の模樣、言ひ換ふればその系の運動を決定すべきn個の座標（tの函數として見たる）を與へて任意の實數時に於ける座標の價をいかなる方法かによりて知るを得ればこの問題は「解かれたり」と考へる、斯樣に廣い意味に取るならばt平面の實軸の上に特異點の存在せぬ限り問題は「解かれたり」と考へてよいのである、何となれば前に述べたABなる曲線の代りにt平面の實軸を考へ之に解析的接續を應用すれば任意の實數時にをける座標はテーラーの級數を數回計算するによつて知らるゝからである、かくして問題は抽象的に定性的に解かれたりと考へてもよいのである。

この考へを其の儘三體問題に應用すれば次の樣な結果が得られる。

「三體問題に於てt平面の實軸の上に特異點がないならば、任意の實數時に於ける三つの天體の座標を與ふれば他の任意の實數時に於ける座標は解析的接續の方法により數個のテーラーの級數を順次に計算するによつて知らる」

私は之を三體問題の「第一種定性的解法」と名付けておかう。

第二種定性的解法

この第一種定性的解法は函數論の發達に伴ひ、自然と判つて來た物で誰れの研究と云ふわけにもいかぬ、しかしこの解法に於ては數個時としては無數のテーラーの級數を順次に計算せねばならぬと云ふ不便がある、そこで凡ての實數時に就て常に收斂する樣な級數を得んとするの研究が起つた、其の內ポアンカレーの研究（Acta Mathematica. vol. 4, 1884年）を最とせねばならぬ。

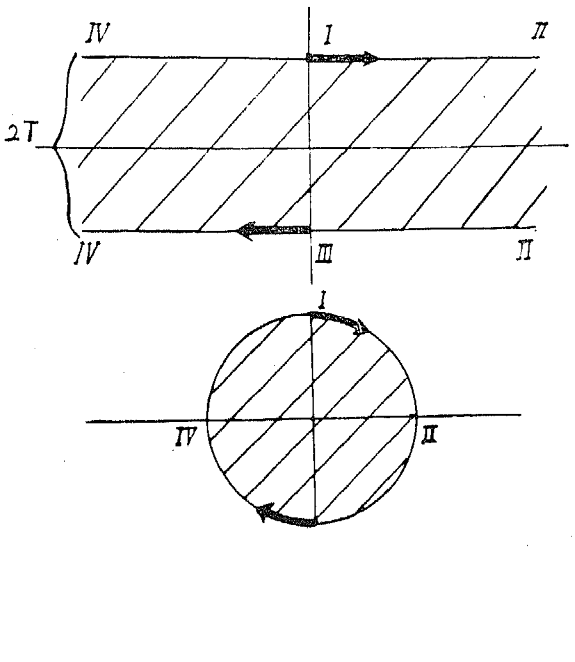
今一つの力學的系があつてその運動はt平面の實軸の上では特異點を生じない樣な物であるとする、しからば凡ての特異點は實軸以外にあるであらう、夫れ等の內實軸に一番近い特異點の實軸よりの距離をTとすれば、t平面の實軸を中心として兩側Tの間即ち$2T$なる幅をもてる無限の帶の內部には特異點は一つもない事になる、

故に今

$$t=\frac{2T}{\pi}\log\frac{1+\tau}{1-\tau}$$

によつて自變數をtよりτに變へたと考る、然らばt平面に於ける帶の內部はτ平面では原點を中心とする單位半徑の圓の內部に對應し、帶の外部は又圓の外部に對應する、從つて$|\tau|<1$の時に收斂するτのテーラー級數として展開する事が出來る、しかもt平面に於ける實軸は凡てτ平面にては$-1<\tau<+1$なる實軸と對應する故に實數時に於ては問題はτなる變數の助けをかりて定性的に解かれたのである、之を三體問題に應用すれば次の樣な結果が得られる。

「三體問題に於てt平面の實軸の上に特異點



がないとする、然る時は次の轉換によつて自變數もtからτにかへる。

$$t=\frac{2T}{\pi}\log\frac{1+\tau}{1-\tau}$$

然らば三つの天體の座標及びtは$|\tau|<1$なる時に常に收斂するτのテーラー級數として與へられる、而してtの實數時は凡て

$|\tau|<1$なる條件の内に含まる、故に之が三體問題の解法と云ふ事が出來る。

私は之を三體問題の「第二種定性的解法」と名付けたい。

特異點に關する研究

第一種、第二種解法共に何れも「t平面の實軸の上に特異點がないならば」と云ふ條件がある、この條件がある以上はまだ一般的解法（General Solution）と云ふわけにいかぬ、そも〳〵この條件はいかなる意味をもてるであろうか、

函數論に於てtの函數wを論ずるに當つて第一に發すべき疑問は

第一、t平面に於て特異點はいかに分布され居るか、

第二、その特異點の近傍にては函數はいかに表はさるゝか、言ひ換ふればそはいかなる種類の特異點なるか、

と云ふ事である、しかしながら三體問題に於けるが如くwなる函數は單に吾々の思想上のみの函數ではなく一つの實在的、力學的現象を示す物である時は以上の二つの疑問の外に

第三、その特異點は力學的にはいかなる意味をもてるか、

と云ふ第三の疑問が起る、この三つの疑問はこの問題を定性的に解かんとする時にどうしても越えざるべからざる關所である。

この三つの疑問はこゝに並べた順序と殆んど逆の順序に明瞭にせられた、一八九六年パンルヴエー（Painlevé）は

n體問題に於て $t=t_1$（一般に複素數時）に於て特異點が生ずると云ふ事は之を力學的に見ればn體の中の任意の二つ又は二つ以上がt_1なる時に衝突する事である。

事を證明した、即ち特異性と衝突とはこの場合同一であつて之を數學的に見れば特異點となり之を力學的に見れば衝突となると云ふ事である。

第二の特異點の種類なる疑問の一部分は間もなく明かにせられた、一九〇三年レヴィチヴィタ（Levi-Civita. Annali di Matematica. 12）は制限三體問題に於ては特異點は代數分岐點（Algebraic branch points）である事を知つた、制限三體問題とは三つの天體の内一つの質量は零であつて殘り二つは精密に惑星運動をなす様な三體問題である、レヴィチヴィタの研究によつて特異點の種類に關して一部分わかつたけれ共その一般の場合即ち三つの天體共に有限の質量を有する場合の證明は一九一三年ズンドマン（Sundmann. Acta Mathematica. vol. 36）になつて判つたのである。

「三體問題に於てその内の二つの天體のみが $t=t_1$ なる時衝突する時はその特異點は代數分岐點であつて $(t-t_1)^{\frac{1}{3}}$ の昇冪級數として示さるゝ」

かくの如くして特異點の力學的意味及び特異點の種類に關しては順次に明かにする事を得たが、さて第一の疑問即ち特異點の分布と云ふ事に關しては如何であらう、今t_0と云ふ時に運動の模様（即ち Initial Conditions）が與へられたとすればtの凡ての價に對して運動がきまる、從つて特異點の分布も一定するわけである。

その多くの特異點の内或る物がt平面の實軸の上に存在する様な事があるとする、それを力學的に解釋すればある實數時に衝突なる現象が起ると云ふ事であつて、安定等を論ずる場合には逃すべからざる重大なる事實である、夫故この特異點の分布と云ふ事を研究するのは大事な問題である、しかし斯様に大事であるにも係らず此方面に關する吾等の智識は殘念ながらまだ〳〵充分でないのである、しかし一部分の研究はなされた、「衝突の條件」に就ての研究即ち之である。

衝突の條件

t平面全體に於ける特異點の分布と云ふ事はあまりに問題が大きくて一朝一夕に解けようとも思はれぬ、否寧ろ永久に解けないかも知れぬ、（確かな信念を以て言ふ事は出來ぬけれ共、三體問題に於てはオイレル積分以外に新しい積分は存在せぬと云ふポアンカレーの證明と私が特異點の分布は永久に分らぬだらうと云ふ事とは關聯してる様に思ふ）故に問題を左程に大きく見ないで單にt平面の實軸

上に於ける特異點のみを考へる、即ち Initial Conditions を勝手に與へるならば特異點は必ずしも實軸の上にはあるまい、從つて必ずしも衝突するとはきまらぬ、しかしながらその Initial Conditions に何か關係何か條件があるならば實數時に衝突する樣な事も出來るであらう、しからば三體問題に於てはいかなる Initial Conditions を與ふれば衝突なる現象が起るだらう、言ひ換ふれば「衝突の條件」はいかに示さるゝてあらうか。

三體問題に於ける衝突の條件は二體問題に於ける條件を知つて後始めてよく了解されるのである、二體問題はニウトン以來完全に解かれたもので一般の場合即ち惑星運動ではその特異點は實軸の上にはなく從つて衝突と云ふ現象は起らない、しかし特別に角運動量の常數が零なる時は運動は直線上に起り從つて衝突を生ずる、即ち二體問題に於ては衝突の條件は簡單に「角運動量の常數が零に等しき事」によりて示さるゝのである、しからば三體問題にてはどうか。

先にのべたパンルヴェーは三體問題におけ る衝突の條件即ち Initial Conditions にいかなる條件あらば實數時に衝突が起るかと云ふ事を考へて嚴密なる證明は出來ないがそれは二つ(平面運動の時は一つ)の條件式になる樣に思はれると云ふて居る、この豫言はすぐ實現された、かのレヴイチヴイタ(一九〇三年)は平面上の制限三體問題に於て一つの條件式を見出し、續いて一九〇四年ビスコンチニ (Bisconcini. Acta Mathematica. vol. 30.) は一般の三體問題に於て二つの條件式を見出した。

ビスコンチニの研究は次の樣である、三體 m_1 m_2 m_3 の中 m_1 m_3 が衝突するとすれば m_1 を原點として m_3 の極坐標を $r.\ \theta.\ \varphi.$ とし m_2 の直角坐標を $x.\ y.\ z.$ とする、しからば求むる衝突の條件は次の二つの式である。

$$\frac{d\theta}{dt}-r^{\frac{3}{2}}\{\alpha_0+\alpha_2 r+\alpha_3 r^{\frac{3}{2}}+\alpha_4 r^2+\ldots\ldots\}=0$$

$$\frac{d\varphi}{dt}-r^{\frac{3}{2}}\{\beta_0+\beta_2 r+\beta_3 r^{\frac{3}{2}}+\beta_4 r^2+\ldots\ldots\}=0$$

但し α_i 及び β_i は θ φ x y z $\frac{dx}{dt}$ $\frac{dy}{dt}$ $\frac{dz}{dt}$ の函數で非常にこみ入つた物である、ビスコンチニは α_3 β_3 まで實際計算して出して居る。

ビスコンチニは一般の場合を論じた故に複雜なる結果を得たけれ共レヴィチヴイタは特別なる場合のみを論じその結果も簡單である、勿論彼れはビスコンチニ以前獨立に研究して居るけれ共ビスコンチニの一般の場合より導かれるのである、その結果は次の樣である、m_1 m_2 なる質量を有する二つの天體が直徑 a 角速度 n なる圓運動をなす、その同じ平面に第三の天體（質量 m_3 は零）があつてそれが m_1 と衝突するための條件は m_1 を原點とする m_3 の極座標を $r.\ \varphi$ として

$$\frac{d\varphi}{dt}-\frac{nm_2}{\sqrt{2m_1(m_1+m_2)}}r^{\frac{3}{2}}\left\{\gamma_0+\gamma_2\left(\frac{r}{a}\right)+\gamma_3\left(\frac{r}{a}\right)^{\frac{3}{2}}+\gamma_4\left(\frac{r}{a}\right)^2+\ldots\ldots\right\}=0$$

$$\gamma_0=\frac{3}{7}\sin 2\delta$$

$$\gamma_2=\frac{1}{3}\sin\delta\left(-1+\frac{C-m_2}{m_1}\cos\delta+5\cos^2\delta\right)$$

$$\gamma_3=\frac{6\sqrt{m_1+m_2}}{35\sqrt{2m_1}}\cos 2\delta$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\delta=\varphi-nt$$

となる、但し C はヤコビ積分の常數である。

先に第一種、第二種定性的解法をのべるに當りて「t 平面の實軸の上に特異點がないならば」と云ふ條件をおいた、これは即ち Initial Conditions が前の條件式を滿足せぬ樣な場合である、斯樣な場合には三體問題は定性的にとけたと云はれるのである、しかしながら前の條件式は非常に複雜な物で尙又 r が小さくなければならぬと云ふ條件がある、即ちこの條件式は單に Initial Conditions の近く丈で衝突を豫知する丈で古き過去遠き未來に對して衝突を豫知する事は出來ない、しかも殘念な事には斯樣に貧弱な智識、微かな光がこの方面に於て有する吾等の唯一の智識、光である。

しかしながら斯樣にあやしげな條件ではまだ三體問題も完全にとけたとは云へぬ、早い

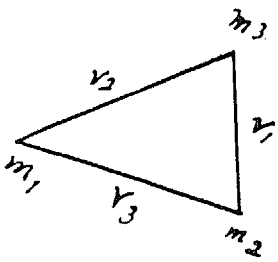
話が今t_0も云ふ時に Initial Conditions を與へても遠き過去、未來に亘つて衝突の有無を知る事はビスコンチニの結果では分らぬから吾等は第一種、又は第二種の解法を應用してよろしいか惡いか分らぬのである、故に之を完全にとくにはビスコンチニの結果よりもつと簡單なもつと有効な（凡ての實數時に應用される樣な）衝突の條件を研究するか然らざれば Initial Conditions の如何に係はらず、即ち衝突が起らうか起るまいかそれに累せられない樣な解法を研究するのである。

この後の方法をとつて成功したのがズンドマンである。

第三種定性的解法――ズンドマンの研究

ズンドマンは先づ三つの天體共に衝突する時とその內の二つのみが衝突する時とを別に考へて次の樣な結果を得た、即ちかのオイレルの十個の積分の中三つの角運動量の積分が凡て零なる時は而も零なる時に限り三つの天體は同時に衝突する事を證明したのである、即ち三つの天體共に衝突するための條件は單に「角運動量＝零」なる Initial Conditions によつて示される、故にか樣な場合を除いて考へる、即ち之より述べるズンドマンの研究は角運動量が零でない場合のみを論ずるのである。

この場合でも Initial Conditions の如何によつて二つの天體のみが衝突する事はあるであらう、今m_1とm_3がt_1と云ふ時に衝突するとする、しからば自變數を



$$dt=r_2du$$

によつてtよりuにかへる、即ち三體問題に於ける坐標をtの函數と考へる代りにuの函數と考へる、しからば衝突のためにt平面の實軸の上に生じたる特異點はu平面にては消え去る、即ちtの函數と見ればt_1の近くでは$(t-t_1)^{\frac{1}{3}}$によつて展開される樣な代數分岐點であるが、之をuの函數と見れば$(u-u_1)$（u_1はt_1に相等するuの價）によつて展開さるゝ普通點である事をズンドマンは證明したのである、故に第二種解法に述べた如く自變數を再びuよりτに轉換すれば三つの天體の坐標及びtは$|\tau|<1$なる時τのテーラー級數として與へらるる。

しかしながら衝突する天體は常にm_1 m_3とは限らぬ、時にはm_1 m_2時にはm_2 m_3の事もあるであらう、か樣なる場合にはこの轉換は役に立たぬ、t平面に於ける特異點はu平面、τ平面に於ても依然として特異點として殘つて居る、しからば之はいかにして避けらるゝか、之をなすにはtよりuに轉換する代りにそれより廣い性質をもてる外の變數――それはr_1 r_2 r_3の何れが零となつても特異性が消え去る樣な性質をもてる――に轉換すればよいのである、この目的を達するには色々の轉換があらうけれ共ズンドマンは次の樣な轉換をなした。

$$dt=\left(1-e^{-\frac{r_1}{l}}\right)\left(1-e^{-\frac{r_2}{l}}\right)\left(1-e^{-\frac{r_3}{l}}\right)d\omega$$

今r_1 r_2 r_3の內のいづれか例へばr_1が零に近づく時は

$$1-e^{-\frac{r_1}{l}}=1-\left\{1-\frac{r_1}{l}+\frac{1}{2}\left(\frac{r_1}{l}\right)^2-\cdots\right\}$$
$$=\frac{r_1}{l}-\frac{1}{2}\left(\frac{r_1}{l}\right)^2+\cdots$$

となり、外の二つの因數式もその瞬間に於ては連續である故に新しき變數ωはr_1が零になる時uと同じ性質を具へて居る、又r_2 r_3についても同じであるからuよりも廣い性質を有するものである、故にtを自變數と考へる代りにωを自變數と考へれば實數時に三つの天體の內任意の二つが衝突しようが衝突しまいが何れにしてもそのためにt平面の上に生ずる特異點はω平面の實軸の上では消え失せて了う、從つてω平面の實軸の兩側に於て2Ωなる幅をもてる無限の帶の內部には特異點は一つもない事になる、故に前にべた樣に自變數を再びωよりτに變ふればよいのであらう、即ち次の樣な結果が得られる。

「三體問題に於てもしその角運動量が零でな

い時はその自變數を次の二つの式によつてtよりτにかへる。

$$dt=\left(1-e^{-\frac{r_1}{l}}\right)\left(1-e^{-\frac{r_2}{l}}\right)\left(1-e^{-\frac{r_3}{l}}\right)d\omega$$

$$\omega=\frac{2\Omega}{\pi}\log\frac{1+\tau}{1-\tau}$$

但しlとΩとは Initial Conditions の函數として計算せられる二つの常數である、右の樣な轉換をすれば三つの天體の內の任意の二つが實數時に於て何度衝突しようが衝突しまいが何れにしてもその三つの天體の坐標速度及びtは$|\tau|<1$なる時に收斂するτのテーラー級數として展開する事が出來る、而して實數時は凡てτ平面に於て單位の圓に含まれて居る故に之が三體問題の一般の解法である」、

これがズンドマンの得た結果である、私は之を三體問題の「第三種定性的解法」と稱へよう。

問題の回顧、最近科學の傾向

私は先にポアンカレー以前の方法は「積分的」、「具體的」「定量的」であり以後の方法は「函數論的」「抽象的」「定性的」であると云ふた、この意味は今になつて讀者諸君の御了解を得た事と思ふ、即ちポアンカレー以前にありては學者はオイレル積分以外の新しき積分の發見によつて「三體問題を解かんと試みたけれ共ポアンカレーによつて「三體問題に於てはオイレル積分以外に新しき積分は存在せぬ」事を證明せらるゝや、學者は俄然として眼を轉じパンルヴェーの「特異點の力學的意味」の說明となりレヴイチヴイタの「特異點の種類」の研究となりビスコンチニの「衝突の條件」の吟味となり今やその根本充分なるに及むでついにズンドマンの「定性的解法」となつたのは恰かも偉大なる建築物を建つるに當り基礎工事を確固にして下より順次に建設するが如く實に科學的研究方法の模型として非常な興味をおぼへるのである。

しかしながら定性的解法はどこまでも定性的解法である、ズンドマンは之によつて三體問題を完全に解いたとは云へ夫れは單にτなる一つの補助自變數の助けをかりて座標、速度及び時間をそのテーラー級數によつて展開し得る事を證明したにすぎないのである、天文學者として知らん事を欲する「三つの天體の畫く軌道はいかなる種類のものであるか」「その軌道は週期的であるか」又は「その系は安定であるか」等重要なる問に對しては右の結果は何等の解決をも與へない、只任意の實數時に於ける運動の模樣を與へて過去未來凡ての實數時に於ける座標を求むるの式としてτの級數を得たのである、分り易く云へばズンドマンは三體問題を數學的に解いたけれ共天文學的には解かなかつたのである、尙又ズンドマンは只τの級數によつて展開し得る事を證明したのみでその級數の係數を實際計算してはゐない故に彼れの示した方法に從つていかにして實算に適當なる樣に係數を求むべきかと云ふ事は今後この方面の學者の研究すべき好題目であらう、モールトンはかつてポアンカレーの研究を批評して曰く「二十世紀の初め五十年間は天文學者の研究は只ポアンカレーの得た結果を實算的に計算する事を主なる仕事とするであらう」と、私はこの「ポアンカレー」の代りに「ポアンカレー及びズンドマン」と言ひ換へてその儘モールトンの言葉を移してよいと思ふ、「三體問題解かれたり」と云つて未だ俄かに樂觀する事は出來ぬのである。

此文を終るに當り私は少しく自分の領分外の事であるけれ共かねて思ふて居る事を此機會にのべたいと思ふ、三體問題の研究はポアンカレー以後著しく抽象的、定性的の傾向をおびて來た事は何度も繰返した通りである、之は最近文學の傾向たる神秘主義と云ふのに併行したものではなかろうか、十九世紀は實に科學大勃興の時代であつた、この盛儀に眼くらみて凡ての現象を物質的に見んとし機械的に解釋せんとした、かの自然主義の如きもこの時代精神が生むだる產物である、しかしその反動として二十世紀に至り著しく神秘的主觀的傾向が加はつたのである、私の見る處では此神秘的、主觀的傾向は三體問題と云ふ一部分の問題に限らず廣く科學全體を通じて

の傾向である様に思はれる、數學に於ける非ユークリッド幾何學は如何であらうか、新しき相對律は主觀的傾向をおびて居ると云へないであらうか、殊に生物學に於て生活現象を一時極端に機械説によつて説明せんとして居つたのに、近頃は著しく生氣説を高唱するの聲が聞えるのはいかなる事を暗示するのであらうか、之等は凡て私の言はんとする處を雄辯に語るものではなからうか、實に私は多數の反對者があらうとは豫期しながらも

現代の科學は著しく神秘的傾向をおびて來た、科學と哲學とは一歩々々近よりつゝある

と信ずるのである。

雜報

●**白晝星の寫眞を撮ること**　一九一五年アインスタインの公にせる改良相對律によれば重力も空間時間の四デメンション系統に包括され、即ち重力野は其に於ける曲率と見做さるべきものとなり、此説によれば光線は强き重力野に於ては曲線的に進行すべきものにして、從つて太陽の縁に近く見たる星の位置は著しき變位を示すべき筈なり。今日食の時太陽が距離 a_1+a_2(太陽よりの距離の和)にある二つの星の中間に挾まれたりとせよ、太陽がなければ二星の距離は a_1+a_2 なるものが太陽の入り込みたるために二星の見掛けの距離は $a_1+a_2-1''.75\left(\frac{R}{a_1}+\frac{R}{a_2}\right)$ となる。Rは太陽の半徑なり、是れ前説の當然の結果として出て來るものなり。されば今後の日食に際しては此れに關する觀測が重要なる位置を占むるに至るべし。されど若し可能ならば食の時を待たず何時にても觀測を行ひたきものなり。リンデマン氏は即ち此目的のために種々の實驗を試みて成功せり。即ち氏は六吋屈折望遠鏡を用ひ波長 6700 A より大なる波のみを通過せしむる赤色遮膜を裝置してパンクロマチック種板に白晝星の撮影を試み、太陽より二、三十度の距離にある三等星を撮り得たり。是れによりて氏は極めて優良なる大氣を有する地方にある天文臺に於て星の小なる變位を觀測し得る器械を備え附け觀測を試むるならば太陽の極く近くまで星を觀測し得べく、從つて前假説の效果を確かむるを得べきことを述べたり。

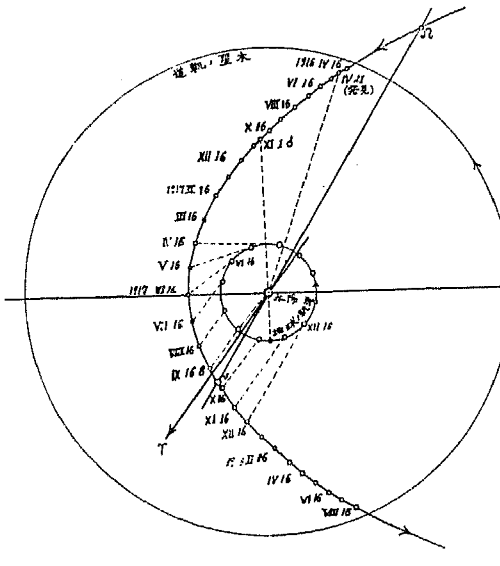
●**一九一六年二月三日の皆既日食の觀測**　昨年二月の皆既日食に際しコルドバ天文臺よりベネゼラ國ツカカスに出張せる觀測隊の觀測に就き其臺長ペライン教授の報ずるところによればコロナは中間型のものにして多少一八九八年のに類似するところあり。寫眞原板によればその流線は太陽直徑の一倍半の距離まて延長し、コロナの四個の主翼の下に五個の紅焔群あり。又南西方面の紅焔は明確なる冠の一列にて包まれたるを認めたり。コロナのスペクトルには瓦斯狀幅射の痕迹さへ認めず。又光度用寫眞によれば皆既の初まる際に於ける紅焔と色球の總光はコロナの放つ總光よりも多量なることを知らしむ。

●**木星の衛星の蝕現象**　ピケリンク教授はハーバード天文臺回報一九八號に於て木星衛星の蝕の連續觀測が極めて必要なることを説きたり。此種の觀測は容易にして且つ頗る興味あり、素人天文家の觀測目的に最も適當のものなり、蝕の時刻は光度計的方法にて二秒許の平分誤差にて決定せらるゝに、現今最良のサンプソン教授の表にて推算せる時刻の誤差は平均約七秒にも達するなり。此偏差は全く實存するものなるべく、而して其原因は木星の見掛けの直徑從つて其影の大さが木星雰圍氣の曇れる割合に連れて變化するによるものには非ざるか。果して然りとせば理論的推算値と觀測値との差が十秒以上にも達する場合あり得べくして、從つて斯かる觀測を各方面の觀測家より得んことが前説の眞僞を確かむるために望ましきことなりと。

●**一九一六年c彗星を抹殺す**　昨年十一月二十一日メットカフ氏が種板より一の新彗星を發見せることは本誌一月號に報ぜるところにして、氏は其後二十二日、二十六日の觀測をも公にしたるが次いで夫等を取消す旨發表せり。而して他所よりは何等の報道に接せざる

により唯一の觀測は二十一日のものあるのみなり。されば右は彗星にあらずして小惑星か或は種板上のシミなりしやも知るべからず。兎に角疑はしき觀測といふべし。

◉一九一六年b（ウオルフ）彗星　リック天文臺報二八九號に載せられたる一九一六年b彗



星の推算表を次に掲ぐ。

1917綠威時	眞赤經	眞赤緯	地球よりの距離	光輝
四月 18.5	20h 1m 51s	+8° 58.2′	1.66	2.43
22.5	11 39	10 4.9	1.62	2.62
26.5	21 28	11 12.2	1.58	2.81
30.5	31 16	12 19.6	1.55	3.01
五月 4.5	41 2	13 26.6	1.51	3.21
8.5	50 47	14 32.9	1.48	3.42
12.5	21 0 29	15 38.1	1.45	3.63
16.5	10 7	16 41.6	1.42	3.85
20.5	19 39	17 43.1	1.39	4.06
24.5	29 5	18 41.9	1.36	4.28
28.5	21 38 24	+19 37.7	1.33	4.49

（光輝は三月五日のを單位として示す）

軌道の形は上の如し、これによれば彗星は七月に地球に最も近くなるべく、今夏中は望遠鏡的觀測の極めて美麗なる對象として觀測家を騒がすべく、又肉眼にも映ずるならん。

◉バーナード馳走星　これに就きてはさきに報ぜる所あり、多少重複の嫌あれどもクロンメリン氏が英國天文協會にて述べたるものを左に紹介せん。

グルムブリッヂ一八三〇星は久しき間著大なる固有運動を有する星として知られたるが、ケープ寫眞星測(CPD)事業中南半球の星に年固有運動八・七秒を有するものが發見せられたり。然るにバーナード教授は二十五年以上に亘る數多の寫眞の比較研究よりして毎年十秒以上の速度にて運動する星（等級は九等より少しく微弱）を發見せり。余（クロンメリン）は此事を聞くや直ちに有らゆる古き星表を調べ其結果此星の觀測一個あるを見出せり。即ちミユンヘンのラモントにして彼は一八四二年に此星を觀測したるなり。其位置を最近のと比較すれば固有運動は毎年一〇・二五秒位置角三五六・四度となる。即ち殆んど眞北に向ひて移動しつゝあるなり。バーナード教授は固有運動一〇・三〇秒、位置角三五九・七度とせるが九は六の宙返へりなること明かなり。余は他の多くの寫眞をも調査し此運動の値が誤なきを確かめ、ラモントの觀測せる星が同じ星に相違なきことを確かめ得たり。バーナード教授は昨年六月より十一月まで測微觀測を行へるが、余はそれより赤經に於ける變位より年視差〇・八五秒、赤緯に於ける變位より〇・七一秒、平均値として〇・七八秒（平分誤差〇・一〇秒）を見出せり。シユレシンゲル教授が寫眞的方法にて決定せる値は〇・五〇（平分誤差〇・〇三秒）なるが、理窟より云へば寫眞的結果の方精確なるべけれど、一方バーナード教授はシユレシンゲル教授よりは長き期間に亘る觀測を有するなり。兎に角此星は極めて興味ある星にして、吾人に最も近き恒星の一にして、しかも其絶對光輝は太陽の光輝の約一萬分一に過ぎざるべく、吾人が就きて何等かの知識を有する星の内最も微弱なる星なり。其スペクトルはMa或はMbにして、恐らく衰滅に近き星なるべく、やがては（天文學上の意味にて）其光を全然消失するに至るなるべし。視線速度に就きては星の光が微弱なるため諸學者の結果互に一致せず。キヤメル教授の値によれば毎秒一二四粁づゝ吾人に接近しつゝあり、アダムス教授の値は九一粁にして、スライフアー教授のは四〇粁なり。

◉實視連星の密度　モスコフのエピク氏は今

日までに軌道の決定せられたる實視連星の密度に就きて算定を試みたる結果を公にせり。夫れがために氏は分星の表面光輝より密度を決定すべき一級の公式を求めたるが、此表面光輝そのものはスペクトル型と、相應する有效溫度（ウイルシング及びシャイネルの求めたる）よりプランクの輻射公式を適用して求めらる。又兩分星の質量比の値も知る要あり、是れが知れ居らざるものに就きては等級の差よりして概略の値を與ふるを以て滿足せざるべからず。此方法にて四十個の連星に就き算出せられたる密度は〇・〇二一より五・九（太陽を單位とす）に亘る。その大部は太陽のに近し。夫等をスペクトルに依りて分類し平均を採りたる値は次の如し。但し是等は頗る大まかの値なること勿論なりとす。

スペクトル	星數	密度
A_0-A_5	9	0.65
F_0-F_8	19	0.59
G……	7	0.23
K,K_5	5	0.072

此結果は星の進化が溫度の下降する方向にのみ向ふといふ說と相容れざるものあるは注意すべき事實なりとす。

◉プロシヨン（小犬座α）とアルテア（鷲座α）の視差　最近レンダア・マコルミク天文臺にて寫眞的方法により數多の星の視差を決定せるが、ミチェル氏は其中プロシヨンとアルテアの視差に對し得たる結果に就き特に詳論するところあり。從前プロシヨンの視差として決定せられたる多くの値は互に能く一致し、即ち〇・二八七秒より〇・三四秒に亘れり。而してミチェル氏の得たる値は〇・三〇九秒（平分誤差〇・〇〇七秒）にして從前の多くの値を平均せるものと全然一致せり。又同氏が求め得たるアルテアの視差は〇・二二八秒（平分誤差〇・〇〇七秒）にして是れも亦從前決定されたる多くの結果の荷重平均値〇・二二〇秒と極めて能く一致せるを見るべし。

◉星の赤色度を決定する法　ウィルソン山天文臺のシーアス氏は星の赤色度を決定する寫眞的方法を考案せり。これは同一の種板の上に、黄色遮膜を使へるものと使はざるものとの二組の像の一列（曝露時間を種々に變更して）を撮り兩組に於ける同一直徑を有する像の曝露時間の比を採るにあり。而して此比が小なれば小なるほど星は赤味を帶ぶること强きものなること明かなり（但し比は常に一以上なり）氏の試驗的觀測によれば此比はM種の星に於て約三にして、A種の星に於ては約八なりしと。此種の研究は尙ほ幾多の興味ある結果を産むこととなるべし。

◉球狀星團の研究　ウィルソン山天文臺のシャプリー氏は寫眞的方法によりて四個の球狀星團（メシエー三、五、一三及び一五番星）に於ける星の等級及び色價に就き詳細なる測定を行へり。其中一三即ちヘルクレス星團に就きて得たる結果を述ぶれば次の如し。

色價測定の結果によればヘルクレス星團の方向に於ては空間に於ける光の撰擇吸收殆んど認められず。されど中心に近きほど赤味が增すところより考ふるに星團そのもの丶内部には吸收作用あるものとすべし。又星團内いづれの部分に於ても光輝の減少に比例して色價が減少する事實は此大星團の進化に重大なる意義あるものならん。星團の視差は〇・〇〇〇一秒より小にして〇・〇〇〇〇一秒よりは大なるべく、其距離は十萬光年許なるべしさすれば星團の直徑は一千光年以上となる。星團より我太陽を見れば二十二等星よりも微弱なる星と映ずべく、又我全銀河系も僅かに五度許の角直徑を示すに過ぎざるべく、其外觀は吾々が大マゼラン雲を望むと極めてよく類似したるものなるべし。星團は此かる遠距離にあるが故に星團中にある太陽系の星は撮影せられざるべく、即ち其大多數は我太陽の光輝の二十倍以上の光輝を有するものなるべし。ヘルクレス星團のみならず他の球狀星團も我銀河系とは遙かに離隔せるそれぞれ獨立の系統にして、形及び大いさとも夫れと餘り違はざるものなるべし。

ヘルクレス星團中には新たに五個の變光星が發見せられたるにより、今日までに其の中にありと知られたる變光星の總數は七個とな

る、それ等は多分皆ケフアイド型のものなるべし。

◉**星團變光星** ベイリー教授はメシェー五番なる星團に就き變光星の研究を行ひつゝありたるが其結果變光曲線が今日まで知られざる特徴を有せる八個の變光星を發見せり。此星團中變光曲線が普通星團型のものたる六十一個の變光星の平均週期は〇・五四七日なるに右八星のは〇・二七一日にして普通週期の約半分なり。教授の考によれば此種の星は變光曲線か普通星團型にして且つ普通の週期(約半日)を有し、交代極大を示す二つの變光星より成り立てるものなり。その變光曲線が普通式のもの二個に分解し得るは此説を強むるものなり。尙ほスペクトル觀測によれば能く其眞僞を確かめ得るならん。星團變光星の週期が何れも同じ様なるは、他の短週期變光とは全然異なる何等かの物理的原因が存在するものならん。ケンタウルスω星々團の變光星の平均週期は〇・五四九日、メシエー三番のは〇・五四一日、メシエー五番のは〇・五四七日、他の星團にも同樣の結果あり。是等の星が果して分光器的連星なるやは未だ不明也。されど普通の星團變光星が連星なりとせば前記の假想二重變光星は四個の星より成り立てる譯なるべし。

五月の天象

太陽

	六日	二十二日
赤經	二時五一分	三時五三分
赤緯	一六度二一分	二〇度二五分
視半徑	一五分五三秒	一五分四九秒
南中	一一時三七分六	一一時三七分五
同高度	七〇度四二分	七四度四六分
出	四時四五分	四時三二分
入	六時三一分	六時四四分
出入方向	北二〇度九	北二五度八

主なる氣節

八十八夜	二日
立夏	六日午前一一時四六分
小滿	二十二午前〇時五九分

月

	日	時刻	視半徑
望	七日	午前一一時四三分	一五分三三秒
下弦	十四日	午前〇時四八分	一六 一一
朔	二十一日	午前九時四七分	一五 三五
上弦	二十九日	午前八時三四分	一四 五〇
最近距離	十四日	午前三時六	一六 一一
最遠距離	二十八日	午前六時四	一四 四八

變光星

アルゴル星の極小(週期二日二〇時・九)
二日 午後一時・三

琴座β星の主要極小
十二日 午後一時・一
二十五日 午前一一時・三

牡羊座λ星の極小(週期三日二二時・九)
一日 午後六時・八

獅子座R星(赤經九時四三分赤緯北一一度五〇分範圍五・〇——一〇・二週期三一三日)の極大は五月二十三日

乙女座R星(赤經一二時三四分 赤緯北七度二七分 範圍六・二——一一・一週期一四五日)の極大は五月六日

蛇遣座S星(赤經一六時〇八分 赤緯北一五度〇五分範圍五・九——一三・一週期三〇八日)の極大は五月六日

東京で見える星の掩蔽

月日	星名	等級	潛入 中、標、天文時		潛入 角度	出現 中、標、天文時		出現 方向	月齡
			h	m	°	h	m	°	
IV 1	155 B. Leonis	6.5	——		—	7	1	354	9.8
6	9 G. Librae	6.4	16	25	17	17	18	287	15.2
9	136 G.Ophiuchi	6.3	13	23	107	14	52	244	18.1
10	70 B. Sagittarii	6.4	——		—	10	40	275	18.9
12	π Capricorni	5.2	13	08	191	14	09	224	21.1
12	ρ Capricorni	5.0	14	26	116	15	39	25	21.1
13	18 Aquarii	5.5	14	03	95	15	14	315	22.1

備考 角度は頂點より時計の針と反對の向に算す

五月流星群

日	輻射點 赤經	輻射點 赤緯	日	輻射點 赤經	輻射點 赤緯	日	輻射點 赤經	輻射點 赤緯
1	331°	−3°	11	284°	+47°	21	252°	+11°
2	332	−3	12	234	+11	22	283	−13
3	333	−2	13	237	−16	23	331	+72
4	334	−2	14	313	+15	24	246	+29
5	336	−2	15	294	+0	25	278	+31
6	337	−2	16	296	+0	26	194	+58
7	338	−2	17	330	+50	27	273	+22
8	339	−1	18	231	+27	28	252	−22
9	207	−10	19	252	−20	29	246	+29
10	234	−10	20	302	+20	30	330	+28
						31	311	+80

五月の惑星だより

水星　牡牛座より牡牛座に逆行し概して昴宿の南にあり月始にありては宵星なるも離隔漸次減小す六日留となりて逆行を始め十四日金星と合をなし十七日には退合をなし曉の空に廻る二十四日午後四時遠日點を通過し二十五日木星と合をなし二十九日更に留となり順行に復す位置は赤經三時四四－一七分赤緯北二二度二三分－一四度一八分視直徑は二五秒乃至二十八秒なり。

金星　宵の明星なるも月始は離隔小にして認め難し六日木星と合をなし二十一日月に尾行す赤經は二時三九分－五時一一分赤緯北一四度四一分－北二三度二二分にして視直徑は約十秒なり。

火星　牡羊座にありて曉の星なり二十日午前三時四六分月と合をなし月の南五度二四分にあり赤經は一時四三分－三時〇九分赤緯は北一〇度〇二分－一七度二四分にして視直徑は四秒なり。

木星　離隔減少して月始めさへ薄明の中に僅に見得るに過ぎず終に九日午後八時合を經て 曉天に廻 る位置 は赤經二時五七分－三時二五分赤緯北一五度五五分－一七度五〇分にして視直徑は約三十秒なり。

土星　木星の宵天を去りたるに當り此星のみは獨り南西の宵天に於て光威を輝かし觀望の好期なり二十五日夕月に尾行す赤經七時四七－五八分赤緯北二二度三〇－〇四分にして視直徑は十六秒なり。

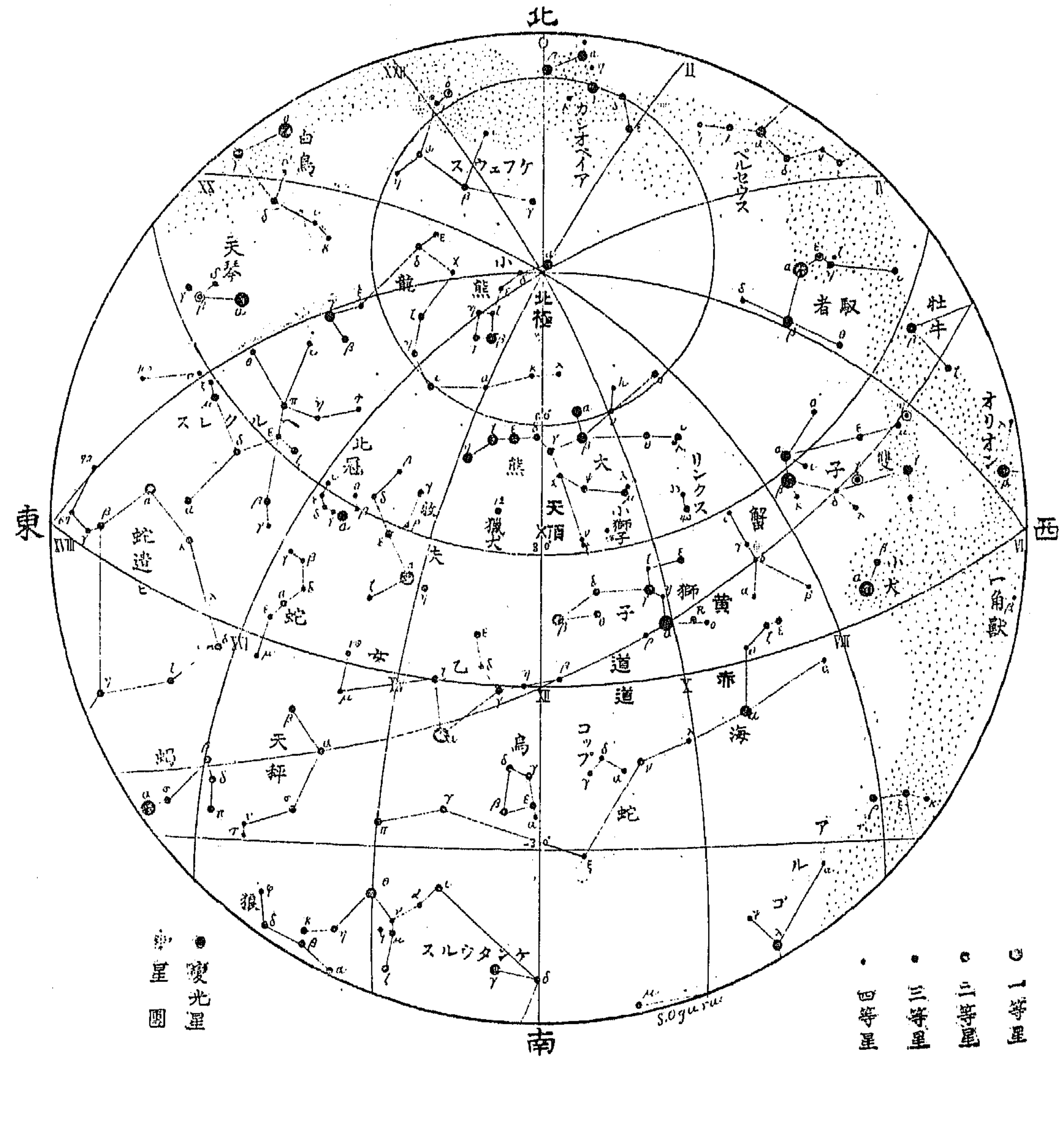
天王星　山羊座δ星の北（赤經二一時四四－四五分赤緯南一四度二三－一八分）にあり二十九日午後八時留に達し逆行を始む

海王星　蟹座（赤經八時一八－二〇分赤緯一九度二九－二二分）にあり。

目次

大正六年四月十二日印刷納本
大正六年四月十五日發行　（定價壹部金拾五錢）
東京市麻布區飯倉町三丁目十七番地東京天文臺構內
編輯兼發行人　本田親二
東京市麻布區飯倉町三丁目十七番地東京天文臺構內
發行所　日本天文學會
東京市神田區美土代町二丁目一番地
印刷人　島連太郎
東京市神田區美土代町二丁目一番地
印刷所　三秀舍

一日午後九時　五月の天　十六日午後八時



明治四十一年三月三十日第三種郵便物認可　（毎月一回十五日發行）　（振替貯金口座一三五九五）

天文月報第拾卷第一號附錄　明治四十一年三月三十日第三種郵便物認可　大正六年四月十五日發行

廣告

會則第四條に依り今四月本會定會を開く、會場、開會日時及順序等左の如し

會場　本郷區理科大學中央講堂

開會日時　四月二十八日（土曜日）午後零時半開場、同一時開會

順序

事務、會計報告及選擧

講演（午後一時半開始）

ボーデの法則　理學博士　平山信君

星雲の運動　理學士　小倉伸吉君

計算に就て　同　橋元昌矣君

歐米滯在中の見聞談　同　國枝元治君

大正六年四月十五日

日本天文學會

注意

一、出席會員は各自の名刺に日本天文學會特別會員又は通常會員と記し受附掛に渡されたし

一、一般公衆の講演傍聽を許す但し開講時刻十分前入場のこと

一、出席者は靴又は草履の用意あること但し男子は洋服又は袴着用のこと

天文月報第拾卷第一號附錄

明治四十一年三月三十日第三種郵便物認可（毎月一回十五日發行）

大正六年四月十二日印刷納本　大正六年四月十五日發行

東京市麻布區飯倉三丁目拾七番地東京天文臺構內
編輯兼發行人　本田親二
東京市麻布區飯倉三丁目拾七番地東京天文臺構內
發行所　日本天文學會

東京市神田區美土代町二丁目一番地
印刷人　島連太郎
東京市神田區美土代町二丁目一番地
印刷所　三秀舍

東京市京橋區元數寄屋町三丁目
北隆館書店