

人工衛星と測地学

古 在 由 秀*

1. 天体力学では 19 世紀の最盛期をすぎて解くべき問題はのこっていないようにもいわれていたが、人工衛星の打ち上げということが考えられるようになると、この運動の一般理論は研究されてないことが分った。もちろん火星や木星などにも衛星があるが、大体においてこれらの衛星の軌道は円に近く、軌道面も赤道面にちかひので、運動の理論は特殊な場合としてとりあつかわれる。

地球を扁平な回転楕円体と仮定し、そのまわりをまわる近接人工衛星の運動の一般理論は、1959 年にブラウワーや筆者などにより、又更にくわしくは 1962 年に筆者によって発表された。この一般理論というのは、任意の離心率、軌道面傾斜角をもつ人工衛星に応用できるという意味である。

地球の扁平さをあらわすパラメーターは 10^{-3} 程度の大きさで、たとえば地上 700 キロの高さにある、地心距離 7 千キロの人工衛星は、この扁平さのために、1 公転毎に大体 10 キロ位本来の楕円軌道からはずれる。このはずれが摂動で、衛星の軌道要素は 1 公転毎に千分の 1 程度の摂動をうけて変動する。扁平さの影響は、衛星が地球から遠ざかるにつれて小さくなり、大体衛星の軌道長半径の自乗に逆比例すると考えられる。(第 1 図参照)

この軌道要素の変化の様子は、性質によって 3 種類にわけられる。すなわち、大体 1 公転ののちもともどる周期摂動、1 公転よりもながい周期をもつ長周期摂動、時間とともに一方むきだけにだけ変化する永年摂動の 3 つである。

地球の扁平さによる周期摂動の振幅は、 10^{-3} 、長さになおすと 10 キロ位であるから、扁平さのパラメーターの値を 3 桁の精度で知れば、10 メートルの誤差で衛星の位置を知るのに十分な周期摂動は理論的に計算できる。軌道要素のうち軌道面昇交点経度と、近地点は永年摂動をうける。昇交点の方の永年摂動は、赤道上の逆行運動としてよく知られているが、1 公転後の昇交点の位置は周期摂動とおなじ精度で計算できる。しかし、千公転後には、昇交点も近地点も大体天球を 1 回転するので(第 2 図参照)、数カ月後の位置を知るには、パラメーターの値を 6 桁位の精度で求めておく必要がある。長周期摂動の方は、この場合は無視はできないが、あまり重要ではない。

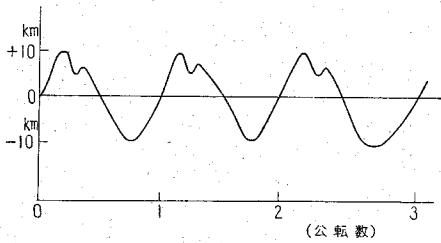
2. ところで、人工衛星は地球だけではなく、月や太陽の引力をうけている。これらによる摂動をあらわすパラメーターは、衛星の公転周期の 2 乗に比例するが、2 時間程度の公転周期をもつ人工衛星では、このパラメーターは 10^{-7} 程度の大きさである。したがって周期摂動の振幅は 1 メートル程度で非常に小さい。しかしながら、この場合には長周期摂動が重要である。たとえば太陽の引力による半年周期の摂動の周期は公転周期の約千倍で、半周期のあいだは軌道要素の変化は一方むきであるから、このような長周期摂動の振幅は 1 キロに達する。現在の知識では、月の質量の値は 2 桁以上はしられているから、2 時間位までの公転周期をもつ人工衛星では、月や太陽の引力による摂動は充分の精度で計算できる。衛星が地球から遠ざかり、公転周期がながくなると、月の質量の誤差のために摂動は正確には計算できなくなるおそれがあるが、逆にこれを利用して月の質量を精度よく求めることも可能である。

このような引力による摂動は、衛星の大きさや質量には無関係であるが、太陽の輻射圧や大気抵抗による摂動は、人工衛星の有効断面積 A に比例し質量 M に反比例する。すべての天体で密度がひとしいとすると、断面積と質量との比 A/M は、半径に逆比例しているのだから、太陽の輻射圧による摂動は、月ではほとんどきかないとしても、人工衛星の運動には大きな役割をはたすことになる。太陽輻射圧による力は、地球の引力の $10^{-7} \times (A/M)$ 程度である。普通の人工衛星では CGS 単位であらわした A/M の値は 0.1 程度であるから、この場合でも問題となるのは永年及び長周期摂動である。しかし、エコー衛星のように A/M が 100 にもなると、周期摂動の振幅もかなり大きくなる。

衛星の形が球ならば A/M の値は一定で、輻射圧による力は全体として太陽から衛星にむかう方向にかかるとはならない。しかしながら、球状の衛星というのは実際にはほとんどない。又衛星は地球のかげにひんぱんに入出入りするので、輻射圧の力は衛星にいつも加わっているわけではない。衛星が地球のかげに入るとき、でるときの地心距離がことなれば、衛星のもつエネルギーは変化する。これも引力による摂動とことなる点で、軌道の長半径は永年の又は長周期で変化する。衛星がかげをでるとき、入るときにくらべて地心距離が小さければ、衛星のエネルギーと近地点距離はまし、この逆のときは、エネルギーと近地点距離はへる。エネルギーがへれば、軌道の長

* 東京天文台

Y. Kozai; Artificial Satellites and Geodesy



第1図 長半径の摂動

半径も小さくなる。

大気抵抗によって衛星のエネルギー、したがって長半軸は減少する。楕円軌道では大気抵抗によって近地点の高さはほとんど変わらないが、遠地点がおちてきて、離心率も永年的に減少する。これは大気抵抗による作用が近地点付近で圧倒的に大きなためである。しかしながら、大気の密度は地表からの高さを一定にしても、時間、場所とともに変化するので、長半軸や離心率の減少率も一定ではない。大気抵抗によって長半軸が変化すれば、公転周期はそれだけながくなり、昇交点や近地点の永年摂動のスピードもはやくなる。しかしながら、昇交点や近地点にあらわれるこのような2次的な変化は、長半軸の変化をしらべれば計算できる。

3. 地球の扁平さをあらわすパラメーターの値は、従来測地学、又は月の運動からきめられてきた。又初期の人工衛星の観測からも3桁位の精度できまっているから、軌道要素の変化を人工衛星の観測から求めれば、扁平さによる周期摂動をこれからひきさることができる。また、周期が2時間位までの人工衛星では、月と太陽の引力による長周期摂動は理論的にくわしく計算して、観測された摂動からひきされる。A/Mの値が0.1程度以下で、形が球に近い(又ははっきりしている)衛星では、太陽の輻射圧による摂動も既知量と考えてよい。

軌道の長半軸や、平均経度にあられる大気抵抗の摂動は、理論的に計算するのが非常にむずかしい、しかし、観測された長半軸や平均経度の変化は、輻射圧による影響をひきさってしまうと、大体において大気抵抗によるものと考えてよいから、この変化から、他の軌道要素にあられるべき2次的な変化を計算することが可能である。

さて、このような摂動を計算し、観測から求めた軌道要素からひきさると、離心率と軌道面傾斜角は時間に無関係に一定で、昇交点と近地点とは地球の扁平さによる永年摂動で、時間にかんする1次函数であらわされるはずである。この永年摂動から、地球の扁平率がくわしく計算できるのである。

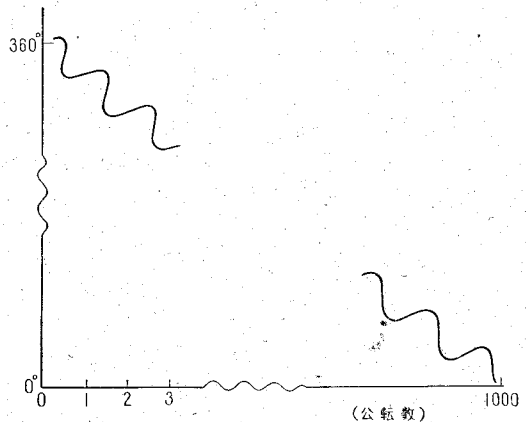
ところで、実際に観測を以上のような方法で整理してみると、軌道要素に予期しない長周期項があることが分

った(天文月報 52 巻第 3 号参照)。この長周期項の周期は、近地点が赤道から赤道まで天球を1周する周期にひとしく約千公転に相当する。観測からもとめた、離心率にあられる長周期項の振幅は 10^{-8} 程度であるが、もともとのパラメーターの値は 10^{-6} という小さな量で、これは地球の南北非対称性をあらわす量として解釈される。この南北非対称性が軌道要素の変動としてあらわれるときは、長周期項として約千倍に増幅されているので、人工衛星の運動から非対称性がはっきりと見出しえられたのである。

人工衛星の地心位置は、ペーカー・ナン カメラの観測などにより、せいぜい $1''$ 、5桁の精度でしかきまらないので、測地学の重力測定などとくらべて単一観測の精度ではみおとりがする。しかしながら人工衛星では増幅された力学的性質を利用して、地球の形(くわしくはポテンシャル)を決めているので、精度のわるさはあまり大きな問題とならない。又、長周期項の振幅をもとめるために、観測所をむやみに沢山おく必要もない。

地球の扁平さは人工衛星の昇交点や近地点の永年摂動からきめられる。永年摂動の係数は、観測期間をながくすればそれだけよい精度で決定できる。しかし、これから扁平さのパラメーターを計算するとき、軌道の平均離心率、平均傾斜角などを知る必要があり、パラメーターの精度はこれらの平均軌道要素の精度によってきめられてしまい、実際には千公転以上の観測から永年摂動をきめても意味がない。したがって、扁平さも約千倍に増幅されて軌道要素の変化としてあらわれると考えてよい。

さて、地球が静力学的平衡状態にある回転楕円体ならば、その形は扁平率という一つのパラメーターによって決定され、したがって一つの人工衛星の昇交点か近地点の永年摂動をもとめれば、パラメーターの値はきまってしまうはずである。しかしながら、地球の等ポテンシャル面であるゼオイドは、一つのパラメーターであらわさ



第2図 昇交点の摂動

れるような回転楕円体ではなく、もっと複雑な凹凸のあるもので、いくつかのパラメーターを必要とする。筆者は1962年のはじめに、13個の人工衛星についての40個の永年摂動の値から、ゼオイドのパラメーターを求めてみた。この結果によると、パラメーターの数は今の人工衛星の観測の精度内、いいかえれば基準楕円体に対するゼオイドのはずれを、50センチまでとめようとすると4ついる。又ゼオイドの南北非対称性も、40個の長周期摂動項の振幅からもとめてみると、4つのパラメーターであらわされる。

4. ところで、このように地球にかんするパラメーターをきめて、人工衛星の観測を整理しなおしてみると、まだ軌道要素はかなり変動している。したがって、いまままで考えた以外の摂動が、人工衛星に働いていると考えなければいけないが、たとえば地球は自転軸にかんして対称という仮定をすすると、軌道は変動するはずである。この他、人工衛星に電気器具が入っていると、これに地球磁場が作用することもあるし、地表で反射された太陽の輻射というのも考える必要があるかもしれない。

又、軌道の変動は観測の整理の途中の計算の誤差によるとも考えられる。計算に使った観測地点の座標、赤道半径、地球の重力の常数(GM_{\oplus})の値の誤差のために軌道要素に誤差が生じ、軌道が変動しているようにみえることもある。

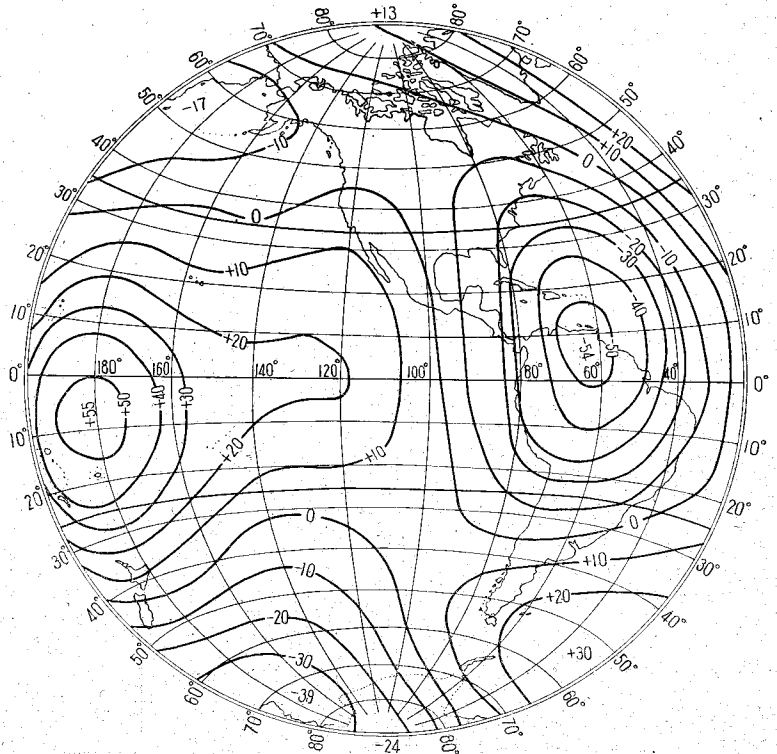
地球は自転軸にかんして対称ではなく、たとえば3軸不等の楕円体と仮定すると、人工衛星には半日周期の長周期摂動があらわれる。長周期といっても、この場合の周期は公転周期の数倍にしかあたらなないので、増幅はあまり大きくならない。又、軌道の変動から3軸不等のパラメーター、すなわち赤道楕円の扁率と長軸の方向をもとめるためには、数日の間によく時間的にちらばっている、かなりの数の観測を必要とする。このようなよい条件は、ペーカー・ナンカメラなどによる光学的な観測ではみたがたいが、ドップラー効果などを利用する電波観測などでは、割合によい分布の観測がえられる。筆者は最近5個の人工衛星の5千個のペーカー・ナンの観測から、自転軸にかんする地球の非対称性をもとめてみたが、その結果によると、赤道も楕円と

いった簡単な形ではあらわせないことが分る。第3図には筆者の結果にもとづいたゼオイドの形を示してある。

5. 第3図のゼオイドの高さは、扁率1/298.29の回転楕円体を基準として、それに対する+、-をメートルであらわしている。この扁率は、国際楕円体の1/297にくらべて小さいが、人工衛星の軌道の変化は1/298.29という値をとってくとよく説明できる。

北極ではゼオイドの高さが+13メートル、南極では-24メートルとなっているが、これが南北非対称のどあいをあらわしている。この図からもみて分るように、赤道は楕円ではない。しいて地球を3軸不等の楕円体としてといてみると、赤道楕円の長半軸と短半軸との差は50メートルで、長軸は西経26°にむいている。この50メートルという差は、ヘイスカーネン(Heiskanen)などが重力からきめた値にくらべて約3分の1であり、長軸の方向も20°位西によっている。

第3図によれば、ゼオイドの高さと地表の高さとの間にかなり強い相関がある。すなわちゼオイドの高い点は太平洋や印度洋に、低い点は南アメリカ、アフリカなどにある。南極大陸はマイナスの、また北極洋はプラスの高さを示すのは興味深い。日本列島あたりのゼオイドの図は、測地学から知られているものとかならずしも一致しないが、両者は全く不一致といったものでもない。



第3図 (a) 扁率1/298.29の回転楕円体を基準にしたゼオイドの高さ(単位メートル)

称性による摂動の周期は、1ヶ月のオーダーであるから、この摂動の増幅度は大きい。したがって、月の衛星の観測精度は地球のまわりの人工衛星にくらべて多少おとっていても、月の形はかなりよく計算できよう。月の衛星の運動は、月自身の大きな影響をうけるほか、月の80倍の質量をもつ地球からも大きな摂動をうけるので、軌道変化はかなり複雑で、その理論的研究は非常に面白い問題となろう。

現在では、月までの距離はレーダーによってCGS単位でくわしく測定できるから、月と地球との質量の比が人工衛星でうまくきまれば、地球の重力の常数 GM_{\oplus} は月の運動からCGS単位をつかって計算できる。

一方、太陽までの距離も、金星のレーダー観測によって、CGS単位であらわせるようになりつつあるから、これを使って $G(M_{\odot}+M_{\oplus})$ もおなじ単位で計算できる。したがって、これと地球の重力常数をくみあわせれば、引力の常数はかなりの精度で分るものと期待できる。

8. 以上のべたように、人工衛星の軌道の解析によって、測地学や天文常数にかんする知識はましてきたのであるが、たとえばジェフレイスなどは、人工衛星を飛ばすよりは、地表の重力をくまなく測定する方が、ゼオイドを決定するためにはずっとやすつくつと考えている。

しかし筆者などが測地学のために使った人工衛星は、もともと測地のことを考えてうちあげられたものでない。したがって、形が球状でなかったり、 A/M を小さくしようとする努力は、はらわれていない衛星をつかわなければならなかったので、太陽輻射や大気抵抗による摂動の計算は複雑になり、この計算の誤差がゼオイドの決定にかなりの誤差をあたえていることは当然考えられる。

アメリカやイギリスでは、赤道の形をきめるには、24時間とか12時間の公転周期をもつ人工衛星にあらわれる共鳴現象を利用すればよいという考えがあるが、筆者はそれよりもっと技術的にやさしい、小さな A/M をもつ各種の人工衛星がうちあげられることをのぞんでいる。

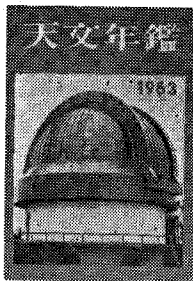
最後に、筆者がアメリカ、スミソニアン天文台で以上のべたような研究に従事中、ホイップル博士がたえずあたえて下さった御厚意に深く感謝したい。たとえば、ホイップル氏のおかげで、筆者はIBM 7090という高速度計算機をほとんど無制限につかうことができたが、これがなければ筆者の研究はまだはじまっていなかったであろう。又、アメリカ航空宇宙局のカウラー(Kaula)氏と度々行った会話がこの研究には大変役立っているし、彼の研究もこの稿をかくにあって利用させてもらっていることを付記したい。

1963年版

天文年鑑

¥ 200

〒 40



< 発売中 >

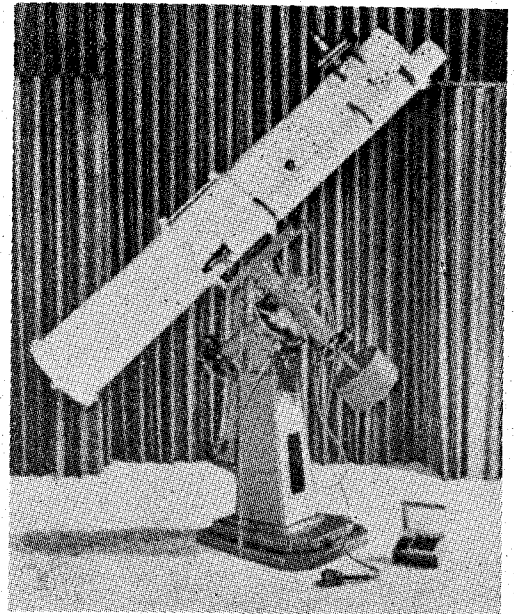
★7月21日の北海道の皆既日食、火星・木星の接近など1963年は観測の対象が豊富です—

★1963年版は紙質がよくなり、グラフページが12ページに増ページされました。表紙は新設の東京天文台堂平観測所のドームと91cm鏡です。

<主な内容> グラフ・月 ラエの日食 土星食 最近の彗星 北天の銀河 火星図

本文・1963年の毎月の天象 惑星と月の出没図 木星の衛星図 日食と月食 星食 太陽黒点 最近の月の研究 水星 金星 火星 木星 土星 天・海・冥王星 小惑星 彗星 主な流星群 隕石 長周期変光星の予報 主な惑星状星雲 主な銀河星雲 太陽系のニュース 恒星界のニュース 人工天体 1年間の天文書 天文の学会と同好会 天文界の1年間の動き 日本の日出没時と月出没時など

東京都千代田区神田錦町
振替東京6294番 誠文堂新光社



25 cm 反射赤道儀 (滋賀大学、広島・楽々園)

運転時計電動 (シンクロンモーター)
赤経赤緯微動電動 (リモートコントロール)

天体望遠鏡専門メーカー 西村製作所
京都市左京区吉田二松町 27 (カタログ要 50 円)