

# 星の非一様回転運動

角 田 忠 一\*

## 1. はじめに

地球の自転速度の変化および緯度変化の不規則変化の原因の一つとして考えられるのは、動きやすい流体（大気、海洋および地球内部流体核）の不規則変化であろう。ただし地球全体で平均されても流体運動が消えてはいけない。地球の流体は非一様な回転をしていなければならない。

地球に限らず表面がよくみえる星、例えば太陽あるいは木星の表面のガスの運動は赤道加速などガスの非一様な自転を示している。星の自転は、それぞれの家庭事情により変っているだろう。しかし地球の流体の運動に大局的な見方を与えてくれるであろう。

以下地球と比較しながら星の子午面内の循環あるいは赤道加速など非一様回転をしらべてみよう。

## 2. 木星の環流と地球成層圏の 26 カ月周期振動

地球では赤道および極の成層圏に偏西風の 26 カ月周期が見出されている。<sup>1,2)</sup> Angell & Korshover<sup>2)</sup> は Quasi-Biennial Oscillation (準 2 年周期振動) と名付けた。地球を带状にとり巻く偏西風がほぼ 26 カ月の周期で方向を変え、高度約 60 km 付近から、1 km/月~5 km/月の伝ばん速度で下層に進んでくる。偏西風の振幅は 25 km~30 km(30 mb) の高度で最大となり、約 25 m/sec である。偏西風の振幅は、対流圏に降下してくると極めて小さくなる。

Owen & Staley<sup>3)</sup> は Spinrad (1962), Spinrad & Trafton (1963) が過去にさかのぼって木星アンモニア大気分光観測から求めた木星の赤道環流の変化に注目している。Spinrad (1962) の分光観測結果については田中濟氏が天文月報 57 巻 10 号 (1964) に解説しているが、確定的なことがいえないようである。木星の電波源が表面に固定しているとし、アンモニア大気の赤道上の相対速度が 1961 年 8 月から 1962 年 8 月の 1 年間に環流速度が 4 km/sec 変っていると Owen & Staley はいう。

木星の赤道成層圏の帯状流も 26 カ月周期であるなら、地球と同様に太陽の紫外線活動の変化<sup>4)</sup>と考えると話しが合うというのが Owen & Staley の言分である。彼等は太陽紫外線の吸収としてオゾン (地球)、アンモニアおよびメタン (木星) の層をあげている。

## 3. うずの強さの保存法則

ヘルムホルツは外部からうずをこわす力が働かなければ

ばうずの強さが一定であることを示した (うず度保存法則)。うず度一定の法則によれば、変形した流線に沿って流れる流体は自分自身速度が変化する。直観的なうずの見方は立体的な運動にも有効である。例えば、ジェットコースターの動きは上空から見て回転数を数え、地上に立って東と北の二方向から回転数を数えればよい。また地球の回転もうずである。ある瞬間地球の自転軸が地理学的極からずれていても、地理学的北極、赤道上東経 0° および東経 90° の計 3 点からうずの強さをみていけば地球の回転運動をしらべることができる。実際にこの考えから天文観測が行なわれている。

うずを変化させる力は 1) 非線型作用 2) 等圧面と等温面 (等密度面) の不一致 3) 熱対流 4) 磁気応力 5) うずの拡散、によるものである。うずの運動を解くには、これらの作用のうち星の事情を考慮して優先順序をまずきめておく。

## 4. 非線型作用

うずの強さを変える非線型作用は比較的新しい考え方である。“なわ”を結んで輪をつくり沈まないようにして勢いよく廻わして川に投げ込むとしよう。輪は川の平均流速で流されていくが、(1-1) 輪の周辺の水は輪の回転に引込まれる。(1-2) また水流にむらがあれば輪 (うず) の形は変形していく。(1-1), (1-2) の 2 つの働きの重なりが非線型作用である。この 2 つの働きは互いに入り組んで複雑になっているので、実際に問題を考えるとき一方の働きが大きいたして話しを進めることが多い。乱流理論では、非線型作用は一般に波長の大きい波動が波長の短い波にこわれる過程を生ずると解釈されている。乱流理論から派生した考え方にフィードバック (き還) 方式がある。これは、非線型作用によりうずの波長が次第に短くなるが、短い波長のうずが再び最初のうずを強めるからくりである。三次元の流体運動では、ある条件の下でフィードバック方式が自然界にも存在する。“うず”を“磁場”とおきかえて地磁気のダイナモ理論が完成されている (Elsasser<sup>5)</sup>)。

## 5. 太陽の赤道加速

太陽表面のガスの自転速度は赤道で最大である (赤道加速)。また太陽光球面からの深さによっても変化する。外部からエネルギーの供給なしで、太陽には子午線流および赤道加速があることは興味がある。赤道加速については Cowling<sup>6)</sup> の解説をたどってみよう。

一定速度で自転している星は遠心力のため赤道方向にふくれて平衡を保ち、星の形は回転楕円体となる。等圧

\* 緯度観測所

C. Kakuta; Differential Rotation in Stars.

面もやはり中心対称の回転楕円体である。等圧面の間隔は回転軸方向に狭く、赤道方向では広がっている。星の内部では熱輻射の流れがある。ある等圧面に対し垂直な輻射圧勾配は等圧面を押上げる力となる。星が平衡形状を保つためにはこの力はゼロでなければならない (Zeipel)。等圧面に対し輻射圧の勾配はゼロでなければならない。しかし等圧面の勾配は赤道方向より回転軸方向に向って大きくなっているから、結局輻射圧勾配は等圧面勾配と重なる。この結果輻射エネルギーの流れ、すなわち温度は赤道方向に比較して回転軸方向に大きい。剛体回転の自転星は平衡状態で子午線方向に温度勾配を生ずる。等圧面変化による子午面の循環の強さの計算は Eddington によりはじめられたが、観測値を説明することができなかった。その後等方な粘性効果が考えられたが、やはり小さく結局子午面循環および赤道加速の問題は太陽の誕生当時に由来するものであろうと Cowling は結んでいる。

Kippenhahn<sup>7)</sup> は太陽の対流層に関して、非線型項および非等方粘性項の効果を上げ、正攻法で対流層の赤道加速をしらべている。Kippenhahn の問題は最近尾崎洋二氏により研究されている。以下 Kippenhahn の論旨を追ってみる。うず粘性係数の大小は、第一にうずの広がり範囲の大小、第二に応力の大小と解釈される。中心を通る軸のまわりに回転する流体の球を考えると、非等方粘性効果は中心距離方向 ( $r$ ) にだけ作用する等価な (粘性) 応力で表わされる。応力の符号は正負いずれの場合も許される。粘性応力のため速度の方向角成分 ( $\varphi$ ) は中心距離  $r$  とともに変化する。すなわち非一様回転を生ずる。[水平方向のうず粘性係数]/[垂直方向のうず粘性係数] =  $s$  とおき、子午面内の循環がない場合、軸対称の球殻の回転角速度  $\omega_0$  は

$$\omega_0(r) = (\text{常数}) \times r^{-2(1-s)}$$

で表わされる。指数  $(1-s)$  は垂直方向の等価応力に関する因子である。 $s$  の意味はうず粘性係数の2つの解釈

で説明される。例えば  $1-s < 0$  は水平混合がさかんに行なわれ、 $r$  方向に負の (粘性) 応力があらわれ外側の球殻の回転速度が大きい場合である。次に Kippenhahn は非線型項の作用を加えると、第1近似解として帯状流が回転角速度  $\omega_0$  のほかに次の式の第2項で示される小さな回転角速度  $\omega_{12}$  があらわれることを示している。

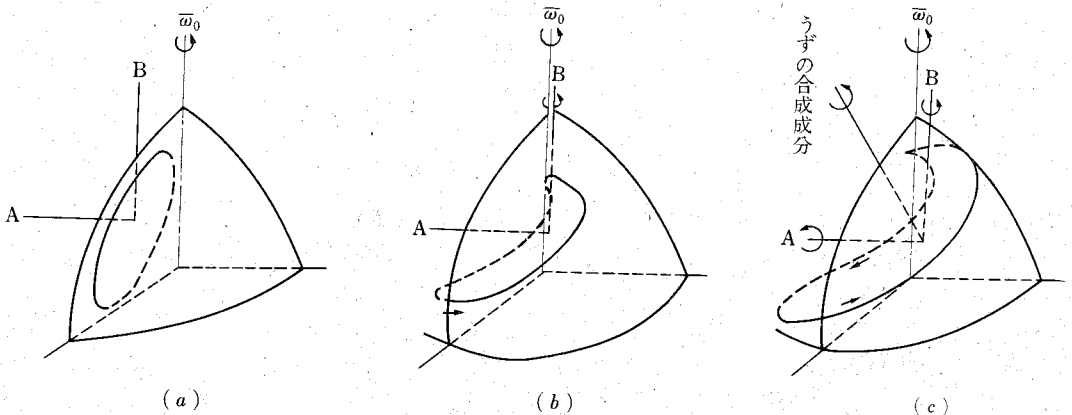
$$\omega = \omega_0(r) + \omega_{12}(r) \left( \frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right),$$

ここで  $\theta$  は余緯度である。

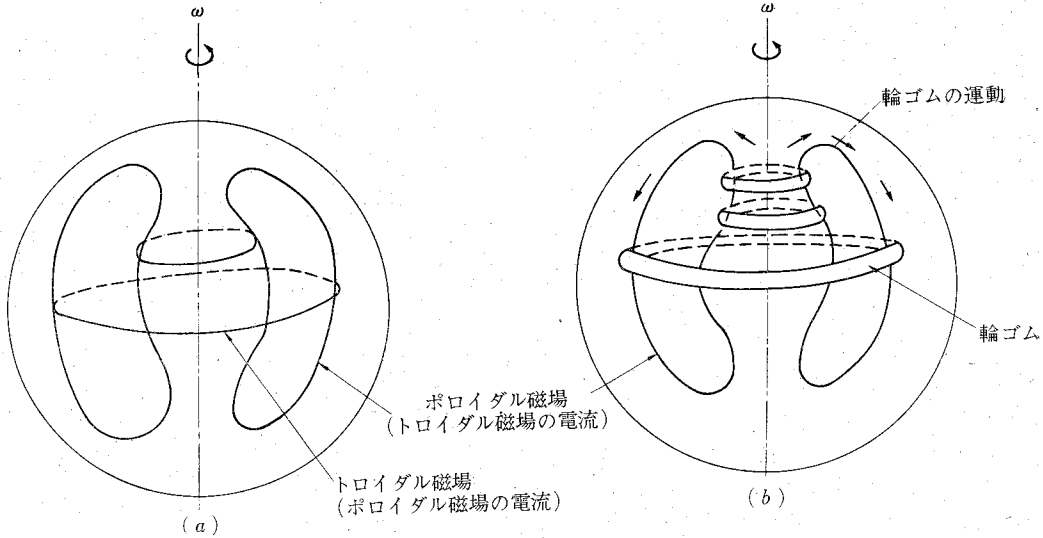
第1図は Kippenhahn の子午面環流の発生過程を示す。ある時刻に帯状流は同一子午面に並んでいる。帯状流の束を輪で示す (第1図 (a))。輪の中心から  $-\varphi$  方向および回転軸に平行な軸 A および B を立てる。第1図 (b) および (c) は非一様回転  $\omega_0$  および  $\omega_{12}$  の係数による帯状流束の変化を示す。軸 B からみると輪の回転角速度から輪の平均回転角速度を引いた差引きの回転 (相対うず) がわかる。相対うずの回転方向は内側と外側の帯状流の速度差でさまる。相対うずの方向は  $\omega_{12}$  のため軸 B と一致しないから、軸 A 方向からみると子午面循環うずがあらわれることがわかる。子午面循環に引込まれて輪は回転をはじめ。第1図は  $1-s < 0$  の例を示す。以上の過程から Kippenhahn は子午面循環から太陽の赤道加速を説明している。 $s > 1$  の場合観測値と定性的に一致し、 $s < 1$  の仮定も合理的であるという。

## 6. 磁場を考えた赤道加速

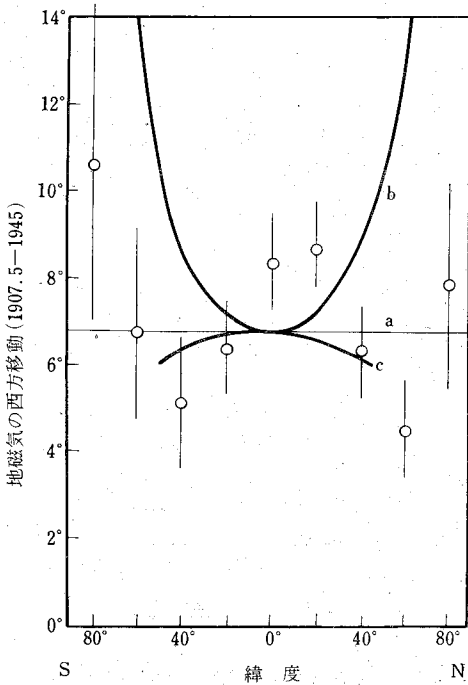
Mestel<sup>8)</sup> は磁場と非線型効果を考え、軸対称の電磁流体運動でも星に赤道加速が起ることを示している。はじめに互いに応力を及ぼさないトロイダル磁場とポロイダル磁場がある。それぞれの磁力線のつくる電流が互いに相手の磁力線とすっかり重なっているのである (第2図 (a))。流体運動により磁力線が流されても第2図 (a) の磁気応力がない状態が持続されるのは、流体運動が回転軸のまわりに剛体回転運動をしている場合に限られる。流体が子午面循環 (ポロイダル成分) の運動をする場合



第1図 子午面内の循環の発生 ( $1-s < 0$ )



第2図 輪ゴム(トロイダル磁場)の運動とポロイダル磁場。ポロイダル磁場は子午面の断面を示す。



第4図 地磁気の西方移動(Westward drift)(1907.5から1945まで)の緯度分布。(a)は37.5年間の平均歩度( $^{\circ}/30$ 年), (b)は一定速度の回転角速度分布(c)は太陽黒点および太陽羊羴の回転角速度分値は任意スケールで赤道において西方移動と一致させている。

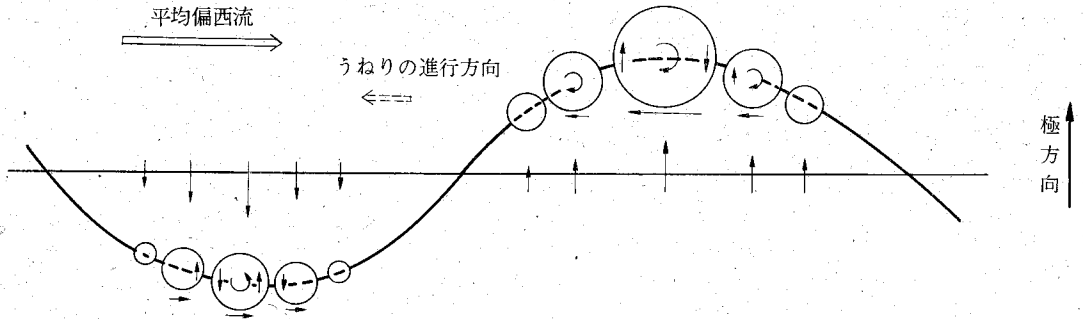
(Bullard et al)

でも定常磁場があると Mestel はいう。第2図(b)の中で流体速度のポロイダル成分を輪ゴムで例える。ポロイダル流はトロイダル磁場を子午線方向に運搬する役目を果たしているから、輪ゴムは結局トロイダル磁場を表わしている。ここでの話では、磁場の拡散を無視してしまうから、輪ゴムは磁力線に沿って内側から回転軸方向に移動して表面の上ってくるとする。輪ゴムが表面の上ってきてだんだん広がると、(イ)自分で縮まろうとしてポロイダル磁場を押しつぶす働きをする。(ロ)一方ポロイダル磁場は反撥してトロイダル磁場を外側にはじき出す働きをする。両者の力の関係が釣合って平衡が保たれるのである。釣合いの答は2つある。第1の答ははじめのポロイダル磁場が強い場合、輪ゴムが表面の赤道付近で(ロ)の力で切れてしまわないための対策にある。輪ゴムは丈夫でなければならない。強力なトロイダル磁場が作られなければならないから、ポロイダル磁場を回転軸のまわりにねじる回転速度が赤道表面では増加しなければならない。これが赤道加速となると Mestel はいう。Mestel の第2の答は、はじめのポロイダル磁場が弱くて輪ゴムが赤道表面にきたとき押しつぶされそうになる場合である。第1の答と逆に赤道では回転速度が小さくなるという。

地球の内部の流体核の回転速度は地磁気の西方移動から求められる(Bullard et al<sup>9)</sup>第3図)。Mestel 自身も赤道加速の問題を解くには、Kippnahn 流の理論がすぐれていることを認めている<sup>10)</sup>。

## 7. プラネタリー波

一様な角速度で回転する地球をとりよく極付近の帯状流に進行波がある(Rossby)。偏西風の波動はプラネタリー波またはロスビー波といわれる。プラネタリー波は



第4図 流線の各点の相対うずの強さ。

うず度保存法則からも説明される (Sutton<sup>11)</sup>). 地球上においてある流線のうず度の垂直成分は保存されている. すなわち[絶対うず度]<sub>垂直</sub>=[地球回転のうず度]<sub>垂直</sub>+ [相対うず度]<sub>垂直</sub>=(一定)の関係が成立する. ある流線の一部が高緯度に押込まれたとすると, 地球回転のうず度の垂直成分が増加する. 全体のうずの強さが一定であるから, 流線に沿う流体の相対うず度は減少しなければならない. したがって流線は地球回転方向と逆方向に回転する. 反対に流線の一部が同じ速さで低緯度に流されたとしよう. 流線の流された部分は地球回転方向に回転する相対うずを生ずる. しかしこの場合相対うずの強さは高緯度より小さい. 流線がうねっているときの相対うずの強さと流体速度の関係を第4図に示す. 相対うずの強さは流線の位置により変化する. うねりには中心に復元する方向の流れと, うねりの山が接近する流れが起こるが, 高緯度の相対うずが強いから, うねりは平均偏西流の中で地球自転方向と反対方向に進行する波となる (プラネタリー波). プラネタリー波は地球回転軸に対し軸対称であるから, 南北いずれの半球でも変わらない. プラネタリー波の振幅は一意的にきまらない. 松倉秀夫氏は北半球の高緯度 500 mb (高度約 5500 m) の偏西風のうち波数2つの波動の振幅が 6~7 年の周期を示すことに注目し, 極運動と密接な関係があることを指摘している. 松倉氏はこの原因を形状軸に対する自転軸の移動に伴う遠心力効果 (Spitaler) として説明している. 偏西風波動と 26 カ月周期の成層圏振動との関係はまだはっきりわかっていない.

#### 8. むすび

うずの強さ保存の立場から, 星の大気の巨視的な流体運動を紹介した. 地球の不規則な回転運動は星の大気の自転運動からいろいろ示唆される点があると思われる.

#### 参考文献

- 1) J. K. Angell & J. Korshover, *Monthly Weather Review*, **91**, 537, 1963.
- 2) J. K. Angell & J. Korshover, *Jour. Geophys.*

*Research*, **70**, 3851, 1965.

- 3) T. C. Owen & D. O. Staley, *Jour. Atmospheric Science*, **20**, 347, 1963.
- 4) D. O. Staley, *Jour. Atmospheric Science*, **20**, 506, 1963.
- 5) W. M. Elsasser, *Rev. Mod. Phys.*, **28**, 1, 1956.
- 6) T. G. Cowling, *The Sun, Solar System I*, 550, 1952.
- 7) R. Kippenhahn, *Ap. J.*, **137**, 664, 1963.
- 8) L. Mestel, *M. N.*, **122**, 473, 1961.
- 9) Bullard, Freedman, Gellman and Nixon, *Phil. Trans.*, **243**, 67, 1950.
- 10) L. Mestel, *Stellar and Solar Magnetic Fields, I. A. U. Symposium No. 22*, 87, 1965.
- 11) O. G. Sutton (村山信彦訳), *大気のを謎を解く*, (白揚社), 1963.
- 12) 松倉秀夫, *測地学会誌*, **9**, 97, 1963.

#### 学会だより

◆ **大塚奨学金** 本年度の大塚奨学金は, 北海道の石塚俊久氏に授与されることに決定しました. 研究題目は,  $\beta$  Cep 型変光星の脈動機構, 特に重元素電離の脈動への効果の研究であり, 東大理学部へ内地留学の予定です.

◆ **春季年会のおしらせ** 1966 年度の春季年会を下記のように開催いたします. 会員諸氏の御参加をお待ちいたします.

日時: 1966 年 5 月 12 日 (木) - 14 日 (土).

場所: 東京大学理学部 2 号館講堂.

年会講演のスライド映写希望者は, スライド画面を映してほしい方向に手にとった特態で, その枠の上方に左から講演番号, 氏名, 映写番号を記入し, さらにスライド枠の下端に帯状に 5 mm 幅の赤線を引いておいて下さい.

予稿集は, 状別会員には一部無料で差上げます. 二部以上御入用の方, または通常会員で御希望の方は一部につき実費 70 円 (送料共) をそえてお申込み下さい.