

地球流体核の運動

角 田 忠 一*

1. はじめに

私の今いる Memorial University of Newfoundland は北米で最東端の大学となっています。大学はニューファウンドランドとラブラドルを合せたニューファウンドランド州の首府の St. John's 市にあり、島の東端にあります。島は名の通り、新大陸の開発初期からの歴史があり、1901 年 Guglielmo Marconi がはじめて大西洋を越えて無線電信の受信に成功した市の港湾の岬は Signal Hill の名で呼ばれ国立公園となっています。1949年4月から住民投票で、カナダの第10番目の州として発足してから、第一次大戦の記念としてつくられた Memorial University College (1925) が University となりました。

1968年10月に私のいる Chemistry-Physics Building の開館式がありました。その時に物理化学関係の名譽学位授与式があり、トロント大学の地質学教室の Tuzo Wilson 教授も来られました。Wilson 教授は、その昔この島はスペイン北部と陸続きで、幾重にも結合分離を繰返して新大陸におくられて西進したことを大陸移動論の講演のなかで言うておられました。地球物理学教室の主任の E. R. Deutsch 先生は岩石磁気の専門で、大陸移動論を研究しています。島の東の半島は古磁気からみて面白い問題があり、先生のところの学生がこの測定をやっています。M. G. Rochester 先生はマン틀ー流体核の電磁結合理論でいろいろな仕事をされています。昨年の夏の Calgary の学会では木星内部の電磁結合を論じました。

Rochester 先生の弟子の G. H. Pedersen さんは Junior Division を担当し、地球内部理論を研究しています。永田、力武、竹内諸先生の教科書はよく使われています。隔週毎に大学院学生のゼミナールがあります。地震の機構とか天体の三軸不等などむづかしい問題が多く、学生は先生を巻こうとしてか、よく最近の論文を探し出します。そのなかによく地震研究所の人達の仕事を聞きます。

2. ポアンカレ流体核

ケルビン卿は地球を等価な縮まない球と仮定して、重力波動の周期を求め、ellipsoidal モードにつき 1^{h34m} の値を得ました (Lamb p. 451, Melchior p. 5)。もしこの球の粘性を考慮し、振動の減衰を考慮して水の粘性係数

と等しい粘性体と仮定しますと、ellipsoidal モードの減衰時間 τ ($e^{-t/\tau}$ を仮定しておく) は 1.4×10^{11} となり、重力波動に比較して充分長くなります (Lamb p. 641)。実際の地球では弾性振動に重なって自由振動を形成しています。

ポアンカレ (1910) は剛体 ellipsoidal 殻に閉じこめられた地球流体模型を考え、その回転運動を論じました。

容器のなかの流体は密度一定で縮まない、粘性のないものとします。なかの流体は容器と共に回転していますが、わずかに異なる回転軸のまわりに回転運動を持続しているものとします。ポアンカレの得ました自由振動解は2つあり、第1の解は剛体容器は空間に静止し、流体の相対うずの回転軸は空間に対し一定の方向を示すことであり、第2の解は剛体の殻だけで Euler 運動を行ない、流体の有無に無関係であることが示されました。この解は剛体の殻が球形であつても本質的には変わりません。

第1の解は空間に対し流体の相対うずの強さが保存されることを示しています。地球の場合には、流体核がありますと慣性振動モードが Euler 運動以外に生ずることがわかります。月及び太陽によるポアンカレの模型の流体核の強制振動解は、外力周期が自由振動の高い周期に近いので重要な意味をもっています。日月才差に対しては、自由振動解が示すように、流体核及びマン틀は全体として剛体のように応答します。しかし章動に対しては、流体核の離心率が入ってきて、問題は複雑になりますが、核の研究に重要な手がかりを与えます。ポアンカレの流体核模型の第2の解と強制振動の解を観測結果と矛盾なく結びつける理論的な試みは、流体核を考慮した地球潮汐理論として知られています (Jeffreys and Vicente, (1957, 1966), Molodensky (1961))。

3. 粘性流体の回転運動

Greenspan (1968) はこれまでの結果をまとめ、粘性がある場合に縮まない流体の回転運動を次の4点であらわしています。

i) 円筒の容器に水 (縮まない) を入れて、底に突出した障害物を沈め円筒を軸のまわりに回転させますと、突出物の上方の流体の運動は水平方向の運動に集中し、円柱がつくられます (Taylor-Proudman column)。

ii) 次に同じ円筒容器の中心軸に沿って小さな円盤を入れ、円筒の回転軸のまわりに回転速度 ω で回転させます。

* 緯度観測所 (カナダ滞在中)。

C. Kakuta: On the Mass Motion in the Liquid Core of the Earth.

円筒の回転角速度を Ω とすると、 $\omega \leq 2\Omega$ の範囲で円盤を頂点として円錐形の不連続面があらわれます。 ω が大きくなると円錐の頂角は大きくなり、不連続面は水平面に近ずき、 $\omega = 2\Omega$ で不連続面は消失します。 $\omega = 0$ の場合は Taylor-Proudman column であり、 $0 < \omega \leq 2\Omega$ の範囲はポアンカレ (1910) の固有値問題で表わされる振動域であります。 $2\Omega < \omega$ の場合に流体の運動はポテンシャル型となります。

iii) 最初の流れに二次的な流れが重なりあって、角運動量とうず度の分布を変え、最初の運動が変化する場合があります。二次的な流れはしばしば粘性境界層で生じ、最初の流れは、うずの“のび”と角運動量の保存で調整されます。茶碗に入れた水をかき廻し、放置すると中の固形物は底の中心に沈んでいきます。これは容器の底の境界で余分の角運動量を放出するからであります。

iv) iii) の例と逆に、円筒容器に小さな固形物を沢山沈め、放置してから回転を与えると、固形物は容器内に広がります。回転しない粒子は上下境界面に一旦吸着してから、二次的な粘性の力で“巻上げ”られ (spin-up)、円筒の側面に集中します。次に側面から中心に向う流れは回転により押えられて、粒子は容器内に円筒状に強く集中します。

(i) 及び (ii) は次の式で表わされます。流体速度を一定の回転角速度 $\vec{\Omega} = (\Omega \hat{k})$ (\hat{k} : 単位ベクトル) で回転する座標系において \vec{q} で表わします。運動が極めて遅く (慣性力を無視)、境界の粘性が無視される場合を考えてみます。

i) 定常流の場合

運動量の方程式は

$$2\hat{k} \times \vec{q} = -\nabla p$$

で表わされます。ここで p は無次元量で表わされた圧力です。上の式から

$$(\hat{k} \cdot \nabla) \vec{q} = 0 \quad (\text{Taylor-Proudman の定理})$$

を得ます。粒子の速度は回転軸方向 (z 軸とする) に無関係で

$$\vec{q} = \vec{q}(x, y)$$

で表わされます。

ii) i) の仮定を棄て

$$\vec{q} = \vec{Q} e^{i\lambda z}$$

$$p = \phi e^{i\lambda z}$$

とおきます。縮まない流体の運動方程式は次の二つの方程式

$$\nabla \cdot \vec{Q} = 0$$

$$i\lambda \vec{Q} + 2\hat{k} \times \vec{Q} = -\nabla \phi$$

で表わされ、境界が変形しない条件で

$$\vec{Q} \cdot \vec{n} = 0 \quad (\vec{n}: \text{外側に向う単位法線ベクトル})$$

を解きます。これから圧力について

$$\nabla^2 \phi - \frac{4}{\lambda^2} (\hat{k} \cdot \nabla)^2 \phi = 0$$

及び境界条件

$$\lambda^2 \hat{n} \cdot \nabla \phi + 4(\vec{n} \cdot \hat{k})(\hat{k} \cdot \nabla \phi) + 2i\lambda(\hat{k} \times \hat{n}) \cdot \nabla \phi = 0$$

が得られます。この方程式は $\lambda \neq 0$ および $\lambda \pm 2$ を除いて、固有値問題となります。才差論の中でポアンカレにより研究され、1922年 Cartan によりポアンカレの固有値問題と名付けられました。球について Bryan が 1889 年 “oblate spheroidal” 座標系で変数を分離し、固有振動数を求めました。測定値は Malkus 等により求められ、良く理論値と一致しています。Spheroidal 容器に入った粘性流体の運動は Stewartson および Roberts により求められています。この問題について最近 Busse (1968) の研究があります。S. K. Runcorn は木星の赤斑を Taylor-Proudman column 模型で説明することを試みています。地球の流体核の運動の研究は (i) ~ (iv) の考えから出発し、磁場を導入する立場からしらべられています。次に最近の流体核の運動の研究動向を追って見ましょう。

4. 才差トルク

ポアンカレの流体核模型が地磁気成因論に登場してきました。Malkus (1963) はまだ未解決の問題を残している熱対流エネルギー源を基本とするダイナモ理論と別に新しいダイナモ理論を提唱しました。日月才差が力学的扁率の異なるマントル及び流体核に異なる才差トルクを生ずるから、両者の差が流体核表面に磁場を発生する機構を論じました。Malkus の主張は次の4点で表わされます。

1) 乱流磁気ストレスを考慮すると、ポアンカレの剛体回転の解と異なり、流体核は空間に対しマントルと異なる運動を行なう解が得られます (Malkus, 1968)。

2) 流体核表面の境界層では、マントルと流体核の相対運動による磁気ストレスを生じます。

3) 磁気ストレスからつくられる磁気トルクと才差トルクが平衡を保つ定常解があり、定常磁場が形成されます。

1) に関連して、Malkus 一派の spheroidal 境界の流体運動の研究が積重ねられています。2) の問題について、Malkus は流体核内部を剛体回転と近似し、問題をうすい境界層に帰着させました。磁気エネルギーは運動エネルギーに比較し充分大きいこと、また乱流を考慮してマントルに“にじみ”出した外部磁場、マントルと流体核の相対角速度による流れ (回転軸は黄道面に含まれている) 及びその流れにほぼ平行する磁束が巨視的な定常状態と考えられています。Malkus のダイナモ理論は上に述べました3点に、いろいろ問題点を残してはいますが

新しい流体核の運動理論として注目されています。

5. 黄道傾斜角の永年変化

東京天文台の青木信仰 (1967, 1968) および関口直甫 (1967) の指摘した黄道傾斜角の永年変化が地球のマントルと核の結合に起因するという理論は新しい問題を流体核運動に与えました。これら二つの理論は Malkus の才差トルクの定常解のさらに詳細な理論につながるものであります。これらの問題についてここでは詳しく述べませんが、青木信仰 (1968) が自転速度の永年変化も説明するために核表面の摩擦層にテンソルの特性を指摘していることに注目したいと思います。地球流体核内の磁気ストレスは非等方性を示しているから、この要請を満足するものと思われまます。

一方 Munk and MacDonald (1960, p 169) は摩擦トルクに二つの解があることを述べています。一つは Bondi-Gold 型の角速度に比例するトルク、さらに第 2 の型 (瞬間回転軸と角速度変化率に直交する) を述べ、第 2 の Munk-MacDonald 型がマントルに対して有効であることを指摘しています。後者は非線形のテンソル型のトルクとなりますが、磁場を含まない Navier-Stokes の方程式から導かれません。流体核では磁気ストレスによる非等方性が有効でありましよう。

6. 流体核内部の自由振動

Hide (1966) は地磁気の永年変化を説明する試みとして、回転する流体核内部のトロイダル磁場による非軸対称な Alfen 波動をしらべました。模型を簡単にして、Malkus と同様に熱対流を小さいと仮定し等温流体核を考えまます。§2 で述べた Taylor-Proudman の定理が成り立つとし、流体の内部構造のみを考えることにして境界値問題を避けました。さらに流体核を有限の厚さをもつ等価な円筒におきかえ、主磁場は円筒の側面に沿うようなトロイダル磁場とし、二次元の問題に帰着させるため、法線方向の運動がないとして、水平面内に微小のみだれが起った場合の電磁流体のプラネタリー波動をしらべています。

Hide の主張は波動の群速度と地磁気の西方移動の関連を見出すことであります。Hide の等価円筒の厚みの評価にすこし問題点があり、球の場合 (ポアンカレの固有値問題) について Stewartson (1967) および Malkus (1967) が解き直しています。Hide の求めた磁気モード (低周波モード) の振動周期は、Hide の示した値の約 1/10 となります。球の場合に問題が大分複雑になりますが、非軸対称の低い次数のモードの振動では西方移動は起らないであろうとの結論になりました。

7. 重力場と地磁気変化

Hide (1967) は最近流体核表面で弱い水平温度勾配が認められたことを指摘し、マントルおよび流体核の境界層にある程度の凹凸があり得ると述べています。この一様でない地形は表面重力にも僅か乍ら影響をおよぼすであろうと述べています。Doll and Cox の古磁気観測結果からみて太平洋半球の地磁気の永年変化が系統的に小さいことを説明するために、Hide は "Topographical Feature" の仮説を導入しました。もしマントル下層でも顕著な垂直運動があるなら、従来の水平流による地磁気変化の説明に新しく重力も一役買うこととなります。Hide の考え方は奥田豊三 (1967) の考えと本質的に一致するものであり、今後の重要な考え方と思われまます。

8. いろいろな問題点

i) Jeffreys and Vicente (1957, 1966) および Molodensky (1961) の求めた Love number の値の不一致の原因は採用した模型の密度分布によるものと思われまます。Molodensky 模型ではマントルおよび流体核の境界で流体の圧縮の効果が無視されているので、密度分布の異なる縮まない流体核と同等な模型となります。内核の剛性率 μ を $\mu = \lambda$ (内核) とおいて、Roche 密度分布を流体核に仮定し、[Jeffreys-Vicente の弾性マントル (竹内模型 II) に圧縮効果を考慮した Molodensky 流体核模型をつないで、第 1 近似解を求めると、マントルと流体核表面の境界では、変形ポテンシャルに対し約 10% の圧縮効果が得られます。各日周潮に対し圧縮の効果は異なるが、流体核表面で外力方向にし、内核に向って収縮する軸不等の変形となります。

ii) 才差に対しても圧縮効果が流体核にあらわれると思われまます。Toomre (1966) の述べている流体核及びマントルの境界で重力によるトルクが打ち消される見解と異なるが、圧縮変形によるストレスの法線成分は、spheroidal 流体核では慣性トルクを形成する可能性があると思われまます。Malkus (1963) の仮定した合成回転軸のまわりの平衡形状、またマントルおよび流体核がそれぞれの回転軸のまわりに平衡形状を保つ仮定にも検討の余地がありましよう。

Kaula (1966) は潮汐摩擦によるマントルの熱エネルギー損失を計算してマントル下層で大きくなることを示し、マントルの熱対流の可能性を示唆しています。この考えを圧縮流体核にも適用出来るならば、流体核内に温度勾配を生ずることが可能となります。Malkus (1968) は乱流による熱の発生を考えています。温度勾配があれば Taylor-Proudman の定理の適用範囲が流体核内で限定されてきます。

iii) 地磁気の永年変化の最大の問題点は地磁気の西

方移動の説明にあります。すなわち非軸対称な電磁回転流体の問題にあります。Malkus (1967) は低次の非軸対称モードが不安定であることを指摘しています。2. で述べましたようにコリオリの力により、流線は2次元に集中するため、才差を含めた合成回転軸に非対称なモードはこわれてしまいます。しかし現実には非対称なモードが存在しています。地震研究所の行武毅 (1967) は地磁気の西方移動が1000年以上も継続していることを示しています。Malkus (1968) および青木信仰 (1968) の指摘している才差トルクによる流体核表面層の運動が地磁気の西方移動に大きな役割を果たすであろう。しかし地磁気の西方移動は熱対流によるダイナモ理論のうち重要な機能をもっていたことも考えておかなければなりません。Malkus (1967) はトロイダル磁場の卓越する流体核の内部の運動を粘性境界に接続する試みを行なっています。

流体核表面層附近の運動に関連して、Malkus の磁気乱流模型に対照的な考えが、Roberts and Scott (1965) および力武常治 (1967) によって述べられております。Roberts and Scott は Malkus (1963) が平均してしまった磁力線の水平流による変形を主作用とみなしています。

地磁気観測結果への応用が Vestine ら (1967) によって試みられています。また力武は non-dipole 磁場の問題

に熱対流による垂直流を導入しています。Malkus 模型とこれらの人達の模型は恐らく空間および時間の平均操作で結合されるのでありましょう。

iv) 垂力流は重力ポテンシャルにつながる重要な性質をもっています。変形する流体核では、非軸対称なモードがコリオリの力でこわれたために、重力ポテンシャルは球対称からずれてこのモードを支持していなければなりません。地球重心に對し対称なポテンシャル分布が安定でありますから、 P_2^m モード以上の高次項が卓越するでありましょう。特に P_2^1 モードは才差トルクで支持されることが期待されます。密度勾配がある流体核内では、垂力流は重力ポテンシャルの束縛を受けますから、回転軸方向の流れの大きいと同程度で、水平流に比較して小さいでありましょう。しかし垂力流は非軸対称モードがこわれないように磁気ストレスを確保する大きさでなければならぬでしょう。

v) マントルおよび流体核の回転運動には両者の電磁合も無視出来ません (Malkus, 1968)。最近 Rochester (1968) は前の論文 (Rochester and Smylie, 1962) の基本を Bondi-Gold 型のマントル・流体核の結合模型に展開して、自転速度および回転軸の運動の詳細な検討を行なっていることを附記したいと思います。

父島の衛星測地観測

山崎

昭*

本土から遠く離れた島や、大陸相互の位置については、これまでこれを有効に測る手段がなく、その海図に示される位置も、星の高度や方位などの観測で決められる天測位置が用いられてきた。この様な天測位置と、いわゆる三角測量で結びつけられた、幾何学的な測地位置との間には、時には 1 km 以上にも及ぶ食い違いが現われることが以前から知られている。幸い人工衛星の打上げによって、これまで不可能であったこの様な離島の位置が測定出来る様になったばかりでなく、この様な島を介して、これまでばらばらであった世界の測地系を一つに結びつけることが可能となり、この結果、地球の大きさや、形を正確に決めるということも、決して夢ではなくなった。私共でも、これまでもっぱら離島の測地という立場から、この様な衛星測地法の研究を進め、既に

島島、青ヶ島、奄美大島等において、実際にこれを利用した測地観測を行ってきたが、今回たまたま小笠原諸島が日本に返還されることになり、この中特に父島は、本土を一辺とする正三角形の頂点にあって、今後の小笠原諸島や南西諸島の衛星測地の基地としても欠かすことの出来ない重要な位置を占めているので、これらの基地候補地の調査を兼ねて、今回父島の測地位置を観測することになった。

ここで、衛星測地の観測法について、まだ一般には余り知られていない様なので、その原理的なことについて、簡単に紹介したいと思う。

この観測法は、大別すると、電波による方法（電波によって衛星までの距離を測る）と、写真による方法（星を背景として衛星の写真を取り、その方向を測る方法で、現在わが国では、もっぱらこの方法を採用しているので、以下においてもこれに限って話しを進めることにする）

* 水路部