第2表　大反射望遠鏡とその型

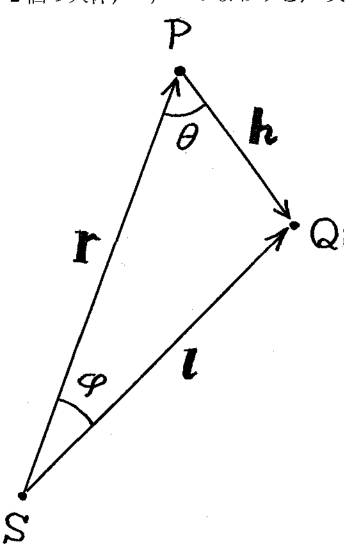
所　在　地	口径(cm)	完成年	マウンティング
パロマー（米）	508	1948	馬蹄
ハミルトン山（米）	305	1959	フォーク
ロック山（米）	270	1969	クロスアクシス
クリミア（ソ）	264	1961	フォーク
ウィルソン山（米）	257	1917	ヨーク
ハートモンソー（英）	249	1967	フォーク
キットピーク（米）	213	1963	〃
ロック山（米）	208	1939	クロスアクシス変形
オンドレーフ（チェッコ）	200	1967	クロスアクシス
サンミシェル（仏）	193	1958	〃
トロント（カナダ）	188	1933	〃
プレトリア（南ア）	188	1948	〃
ストロムロ山（濠）	188	1955	〃
岡　山（日）	188	1960	〃
コッタミア（エジプト）	188	1963	〃

引　力　圏

佐藤明達*

アポロ月探検船の相継ぐ成功で，月の引力圏という言葉が新聞にもしばしば見られるようになった．ここにいう引力圏とは，つぎのような意味のものである．

2個の天体，S, P のまわりを，質量の非常に小さい第3の天体 Q が運動しつつあるものとしよう．Q が S に近いときは Q は主として S の引力 F_s にしたがって動き，P による引力 f_p は摂動力として作用する．逆に Q が P に近いときは P の引力 F_p が主引力で，S の引力 f_s は摂動力と見なされる．不等式



第1図

$$\frac{f_s}{F_p}<\frac{f_p}{F_s}$$

が成立つ範囲内では Q は P の引力の支配下にあると見てよい．この範囲を P の引力圏といい，等式

$$\frac{f_s}{F_p}=\frac{f_p}{F_s} \quad (1)$$

を解けば求められる．

S, P, Q の質量および位置ベクトルをそれぞれ M, m, n および $\boldsymbol{s}, \boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}$ とし，さらに $\boldsymbol{p}-\boldsymbol{s}=\boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{q}-\boldsymbol{s}=\boldsymbol{l}$, $\boldsymbol{q}-\boldsymbol{p}=\boldsymbol{h}$, $\angle SPQ=\theta$, $\angle PSQ=\varphi$ とおく（第1図）．万有引力定数を G とし，n は M, m に比べて無視できるほど小さいとすれば，S, P, Q の運動方程式はそれぞれ

$$M\frac{d^2\boldsymbol{s}}{dt^2}=+\frac{GMm}{r^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r}$$

$$m\frac{d^2\boldsymbol{p}}{dt^2}=-\frac{GMm}{r^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r}$$

$$n\frac{d^2\boldsymbol{q}}{dt^2}=-\frac{GMn}{l^2}\frac{\boldsymbol{l}}{l}-\frac{Gmn}{h^2}\frac{\boldsymbol{h}}{h}$$

となる．ここに r はベクトル $\boldsymbol{r}$ の絶対値を表わす．したがって S を原点とした Q の運動方程式は

$$\frac{d^2\boldsymbol{l}}{dt^2}=-\frac{GM}{l^2}\frac{\boldsymbol{l}}{l}-Gm\left(\frac{1}{h^2}\frac{\boldsymbol{h}}{h}+\frac{1}{r^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r}\right) \quad (2)$$

* 大阪市立電気科学館

$$=\boldsymbol{F}_s+\boldsymbol{f}_p$$

同様に P を原点とした Q の運動方程式は

$$\frac{d^2\boldsymbol{h}}{dt^2}=-\frac{GM}{h^2}\frac{\boldsymbol{h}}{h}-GM\left(\frac{1}{l^2}\frac{\boldsymbol{l}}{l}-\frac{1}{r^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r}\right) \qquad (3)$$

$$=\boldsymbol{F}_p+\boldsymbol{f}_s$$

となる．$\dfrac{f_p}{F_s}<\dfrac{f_s}{F_p}$ ならば Q の運動を調べるのに (2) 式を用いるのがよく，$\dfrac{f_p}{F_s}>\dfrac{f_s}{F_p}$ ならば(3)式の方がよい．両者の限界は $\dfrac{f_p}{F_s}=\dfrac{f_s}{F_p}$ を解いて決まる．

いまとくに m が M に比べてかなり小さい場合を考えると，h は r に比べて非常に小さく，l は r にほぼ等しいところを考えることになる．

S の摂動力 $\boldsymbol{f}_s$ の大きさは，(3) より

$$f_s^2=\left(\frac{GM}{l^2}\frac{\boldsymbol{l}}{l}-\frac{GM}{r^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r}\right)^2$$

$$=G^2M^2\left\{\frac{1}{l^4}+\frac{1}{r^4}-\frac{2\cos\varphi}{l^2r^2}\right\}$$

第1図より，$h^2=l^2+r^2-2lr\cos\varphi$ であるから

$$f_s^2=\frac{G^2M^2}{l^4r^4}\{l^4+r^4-lr(l^2+r^2-h^2)\}$$

$$=\frac{G^2M^2}{l^4r^4}\{(r-l)^2(l^2+lr+r^2)+lrh^2\}$$

近似的に $|r-l|=h\cos\theta$ であるから

$$f_s^2=\frac{G^2M^2}{l^4r^4}\{(l^2+lr+r^2)h^2\cos^2\theta+lrh^2\}$$

ここで $l=r$ とおけば

$$f_s^2=\frac{G^2M^2h^2}{r^6}\{1+3\cos^2\theta\}$$

すなわち　$f_s=\dfrac{GMh}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}$

これは起潮力と同じ形の力である．その他の力は

$f_p\fallingdotseq\dfrac{Gm}{h^2}$，$F_s=\dfrac{GM}{r^2}$，$F_p=\dfrac{Gm}{h^2}$、これらを (1)式へ代入し，$m/M=\mu$ とおけば

$$h=\frac{\mu^{2/5}}{(1+3\cos^2\theta)^{1/10}}r$$

これが P の引力圏の境界面を考える式で，S と P を結ぶ方向を回転軸とする回転扁球面である．しかし $1.00\leqq(1+3\cos^2\theta)^{1/10}<1.15$ であるから，ふつう引力圏は半径 $h=\mu^{2/5}r$ の球と考えてよい，ちなみに引力圏の境界上で

$$\frac{f_p}{F_s}=\frac{f_s}{F_p}=\mu^{1/5},\quad \frac{F_p}{F_s}=\mu^{1/5}$$

となる．これは境界上の点で S と P の引力が等しくなるのではないことを表わしている．

太陽に対する惑星の引力圏の半径は下表のごとくである．最後の列の R は惑星の赤道半径である．当然のことながら衛星はすべて各惑星の引力圏内にある（理科年表天文部5頁，衛星の表参照）．これで見ると火星・天王星・海王星にはさらに外側衛星が見つかる可能性がある．

地球と月を考えた場合，$\mu=1/81.303, r=38.440$万 km であるから月の引力圏の半径は $h=r/5.808=6.618$ 万 km となる．これは月の半径の 38.08 倍に等しい．

月の軌道半長径は1天文単位の 389.2 分の1である．したがって新月または満月のとき，月に働く地球の引力と太陽の摂動力との比は

$$\frac{f_s}{F_p}=\frac{332958\times2}{389.2^3}=\frac{1}{88.5}$$

となる．かように太陽の摂動力はかなり大きく，月の運動を極めて複雑なものにしている．これは地球の引力圏の半径が 92.47 万 km で，月の軌道半径の 2.406 倍に過ぎないことからも察せられよう．

惑　　星	質量比 μ	軌道半長径 r (天文単位)	引力圏の半径 h (天文単位)	$\dfrac{h}{R}$
水　　星	1/6000000	0.38710	0.0007526	46.24
金　　星	1/408000	0.72333	0.004122	101.8
地　　球	1/332958	1.00000	0.006181	145.0
火　　星	1/3093500	1.5237	0.003861	170.4
木　　星	1/1047.355	5.2032	0.3223	675.3
土　　星	1/3501.6	9.5191	0.3638	901.1
天 王 星	1/22869	19.280	0.3479	2187
海 王 星	1/19314	30.174	0.5825	3908
冥 王 星	1/1812000	39.762	0.1248	6223