

天体力学研究会だより “ N 体問題”

畑 中 至 純*

第3回目の天体力学勉強会が、11月21日と22日の2日間にわたって、水沢緯度観測所で開かれた。これはその報告である。特に集録を作らないので、この記事がその役をも果たせれば幸いである。“ N 体問題”といっても、一般に考えられている多体問題だけに限らず、 $N \geq 3$ という意味の N 体問題である。

I. 100 体問題の数値実験

全 驥在氏

恒星系力学での N 体問題の取り扱い、星団の中の星の分布函数を求めるのに、適当な、統計力学的仮定をして、微分方程式を解き易くして行なうものであった。近頃盛んな、大型計算機による数値実験は、これらの統計力学的仮定が星の場合にもあてはまるかどうか、を調べるためにはじめられた。これらの数値例について言及する。

von Hoerner (1960, 1965) は $N=16$, 25 の場合についての計算で、i) チャンドラセカールの Time of Relaxation の式は近似的に正しい、ii) 時間の経過とともに、速度はマックスウェル分布からのずれが大きくなる、iii) 中心近くで、密度分布は cusp 状になるが、核にはならない、iv) 中心近くで重星ができる、v) 系から離れる星は約 20% である、等々の結果を出した。

Aarseth (1963, 1966) は $N=100$ の系の進化を、比が $1:3:6:15$ の 4 種類の質量を与えて数値的に調べ、i) 重い星が中心に集って、軽い星が中心から離れ、質量による分離が起こる、ii) Time of Relaxation はチャンドラセカールの式によく合う、iii) 約 10% の星がこの系から逃げる、の結果を出した。

Wielen (1967) は質量比 $1:2:4:8$ からなる $N=100$ の計算を 3 つの初期値で行ない、i) Escape の比率は理論的に予測される値にあう、ii) 系から逃げる星は、エネルギーの拡散過程で作られるのではなく、Close Encounter によって作られる、の結果を得ている。

Standish (1968) は $N=25, 50, 100$ について、はじめ速度 0 で球状に等密度で分布している星団の進化を計算機で追いかけた。結果は、i) はじめの重力収縮後、比較的よく発達した系の密度分布に類似した分布をつくる、ii) 脈動はないが、約半数は中心部に残り、外側の星はハロになる、iii) Escape する星の大半は、はじめの

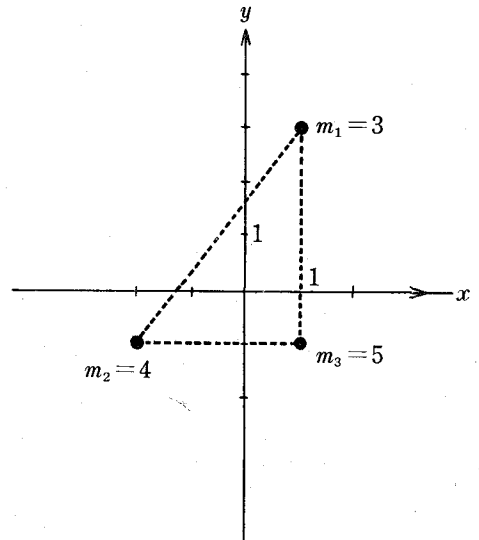
収縮の後におこる膨張のときに逃げる、iv) N を変えても定性的な様子は変わらないが、定量的な様子は変る。

東大の HITAC で計算中のものは、 $N=30$ で、質量比が $1:2:3$ 、はじめに球面上に分布して、自由落下させる。勿論、 N は段々と大きくしていつているが、この計算のねらいは、Relaxation の機構を追いかけることである。計算の 1 ステップがほぼ 10^7 年に相当し、今までにやった 800 ステップの計算には約 15 分かかった。目下、結果を検討中である。

II. 映画「ピタゴラス問題の数値解」堀 源一郎氏

Szebehely & Peters: A. J., 72, 876 (1967) を映画にしたもので、目で見る 3 体問題ともよべる。辺の長さが、 $3:4:5$ の直角三角形の頂点に第 1 図のような質量 (比が $3:4:5$) をおき、初速度 0 ではなす。時間がたつにつれて、この 3 体の運動がどのようになるかを、計算機で計算し、目で見やすいように映画にしたものである。第 1 図の原点が重心になり、平面問題、単位としては、質量が太陽の質量を、距離が 1 パーセクを、時間は 1.43×10^7 年をとる (このとき引力定数: $k^2=1$)。

$0 < t < 120$ の数値積分の結果、 $t \sim 70$ で現われる一つの傾向がその後も変わらないことがわかり、映画は $0 < t < 70$ の範囲で終っている。興味深いのは Close Ap-



第 1 図

* 東京天文台

proach の様子で, $0 < t < 30$ の間に 17 回の接近が起これり, これらはいずれも 2 体の接近で, しかもそれにあずかる 1 体は必ず m_3 (一番重い質点) であり, 他の 1 体は m_1 と m_2 とが交互に接近することである. もう一つ注目に値するのは, $t=60$ 近くで, 近接している m_2 と m_3 の間を m_1 が通りすぎたとき, m_1 が運動エネルギーを得て, m_1 の全エネルギー E が,

$$E/m_1 = v^2/2 - (m_2 + m_3)/r > 0$$

になり, m_2, m_3 の系から m_1 が離れて行ってしまふことである.

III. ピタゴラス問題からの発展

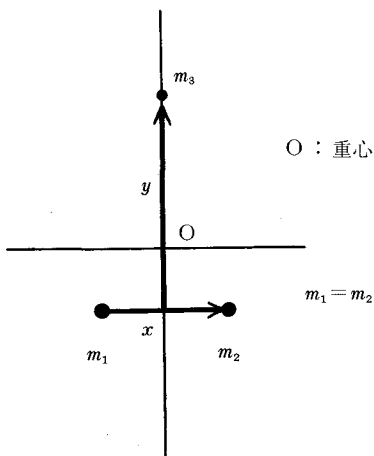
堀源一郎氏は, 前の映画における, 1 体が他の 2 体から離れてしまう現象を次のようにモデル化して考えた. 2 等辺三角形の各頂点に質点をおき, 質量の間には $m_1 = m_2$ の関係を与え, その上 m_1 と m_2 は横方向にしか, m_3 は縦方向にしか動き得ないとする. 第 2 図のように x, y 座標をとり, この 2 方向にしか動かないとすると, 運動方程式は

$$\ddot{x} = -2m_1/x^2 - m_3x/(y^2 + 1/4x^2)^{3/2} \quad (1)$$

$$\ddot{y} = -(2m_1 + m_3)/(y^2 + 1/4x^2)^{3/2} \quad (2)$$

となる. このとき m_3 のエネルギー E_3 が, あるとき正になり, しかもそのとき y がふえつつあれば, E_3 は増える一方であることが証明できる. これはピタゴラス問題の Escape の理解にも役立つ. また平均値法によって方程式を解くと, この運動の様子をさぐることができる.

木下宙氏は (1) の右辺の第一項がないと考えたらこの運動がどのようになるかを考えた. 簡単に考えると, $\ddot{x} = -\mu xr^{-3}$ $\ddot{y} = -\mu' yr^{-3}$ という形の方程式をとくこと



第 2 図

になり, μ'/μ のいろいろな値について数値積分をした.

湯浅学氏は (1) (2) の式で $m_3=0$ として Escape が起るありさまをやはり計算機で追いかけた.

永井隆三郎氏はピタゴラス問題の Escape をパーコフの定理から論じ, $t=0$ では何もいえないが, Escape の起る近くの t で計算する必要があることを指摘した.

IV. 捕獲の問題 吉田淳三氏

シャジイの基本的概念を説明し, 前の問題に言及する. ピタゴラス問題の Escape は HE 型になりそうだが, この判定条件は極く特殊な場合に限られている. しかも十分条件でしかわかっていないので, HE 型の証明は簡単でない. パーコフ, シュミット, ヒリミ達の扱い方, メルマン, 芝原・吉田, ズンドマン等の考え方を講演の中心にした.

V. 摂動論に関する一つの考察 井上 猛氏

一般の天体力学者があまり神経をとがらせない, 摂動論近似法のなりたつ時間範囲の問題をとり上げる. 定数変化の微分方程式系に Picard の方法を使った近似計算を行ない, 時間間隔をきめる一つの条件式を出す. このとき時間間隔は有限になり小分母の困難性も本質的ではなくなってくる.

VI. その他

古在由秀氏が, 木星の質量をかえた 3 次元定常周期軌道を数値計算で見つけている話と, 青木信仰氏の第 3 積分の話とがあった.

会の終了後, 昨年 3 月に開所された国土地理院水沢測地観測所を訪ねるエクスカージョンがありました. そこは緯度観測所の東方約 8 km の小高い牧草地の内にあります. 夜行で帰る人達だけが参加して, 地磁気の観測所をゆっくりと見ました. 近くにはキジが多く, キジが地震予知をすることをこの附近でたまたまある観測員が体験した話も天文学的興味をもって聞きました.

秋の天文学会における水沢しか知らない者にとって, 西方の山なみの雪化粧と, ちぢみあがる程の冷たい風とは, 東北の冬の厳しさを感じさせるに十分でありました. 今回の催しの労力的援助をして下さった水沢緯度観測所の皆様に誌上を拝借して心から感謝をする次第です. (なお, 総合研究「地球の運動」と総合研究 (B) とから旅費の援助をうけました)