

地球自転速度と月の平均運動

畑 中 至 純*

1. はじめに

月が地球から遠ざかっていることは周知の事実であるが、その遠ざかる割合、一年に 3 cm 程度を、レーザー光線で直接に測定する試みがなされている。しかしながら、興味の対象は現在の変化にとどまらない。数百年前に月は地球からどの位のスピードで遠ざかっていたのだろうか。数千年前にはどうだったのか。有史以前には、はたして、月は地球から遠ざかっていたのかどうか。そして、月と地球とはいかなる過程をへて、一つの系を形づくることになったのか、に至るまで、興味はつきない。

過去数千年にわたる地球と月との関係を調べようとすると、大昔の人達が畏怖のまなざしで見つめた日食の古い記録や、数少ない先人達が観測した月食や惑星現象のいくつかの記録を利用しなくてはならなくなる。これらの大昔の記録をどのように解析すればよいのかを中心に、月の平均運動の永年変化と地球自転速度のそれとからみた月・地球の関係を少し述べてみたい。

2. 潮汐摩擦による地球自転速度および月の平均運動の減速

月は地球上に潮汐を起こす。潮汐には、海洋潮汐、大気潮汐、地殻潮汐などが考えられるが、ここでは、海洋潮汐のことを考えているとしてほしい。これは海水の干満となって現われる。ところが、この干満は、潮汐摩擦とよばれる海水と海底との摩擦のために、月の動きに、直ちに追従できない。そして地球自転の角速度の方が月の公転の角速度よりも大きいため、地球から離れて北の方から眺めて見ると、回転方向に対して満潮の部分が月より先行して見える。これは、地球上では月の子午線通過後 2~3 時間で、その場所が満潮になることからわかる。要するに、潮汐摩擦により地球の自転はブレーキをかけられたことになる。余分になった自転角運動量は、軌道角運動量へうつる。公転の角運動量の増加により、結局、月の公転角速度が減速する。すなわち、潮汐摩擦のために、地球の自転速度が減少し、月の平均運動が減速することになる。このことを数式を使って説明し

よう。

第 1 図を見てほしい。地球と月が重心 G のまわりに円運動をしているとしよう。

$$n^2 a^3 = f(E+M) = \text{一定},$$

$$\begin{aligned} \text{軌道角運動量} &= (\text{地球の公転の角運動量}) \\ &+ (\text{月の公転の角運動量}) \end{aligned}$$

$$= E \left(\frac{M}{E+M} a \right)^2 n + M \left(\frac{E}{E+M} a \right)^2 n$$

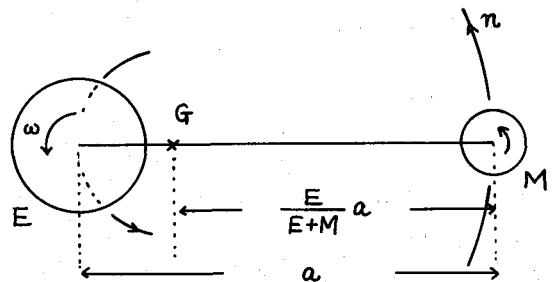
$$= \frac{ME}{M+E} a^2 n$$

$$a^2 n = \sqrt{n^2 a^3 \cdot a} \propto \sqrt{a}$$

潮汐摩擦によって自転の角運動量が公転の角運動量に移行すると、 $a^2 n$ が増加することになる。このことは、すなわち、地球・月間の距離 a が大きくなることに相当する。一方、 $n^2 a^3 = \text{一定}$ の関係から、公転の平均運動 n は減少する。

3. 地球の自転速度の変化を求めるには

地球の自転速度の変化は、海洋の潮汐摩擦にだけよるのではない。前に述べた大気潮汐や地殻潮汐の影響も無視できない。その上、地球の慣性能率の変化も考えなくてはならないだろう。いま、地球の自転軸のまわりの慣性能率を C とすると、自転の角運動量は $C\omega$ (ω は地球の自転角速度) となる。もし、角運動量 $C\omega$ が保存されるとすると、 C が変化すれば、それに反比例して ω が変わる。地球上または内部の密度分布に変動がおきて、 C が変化したとすれば、当然自転速度に変動を生ずることになる。 C の変化の要因には、地球上の氷がとけることや地球が冷えて小さくなることもあろう。また、地球自

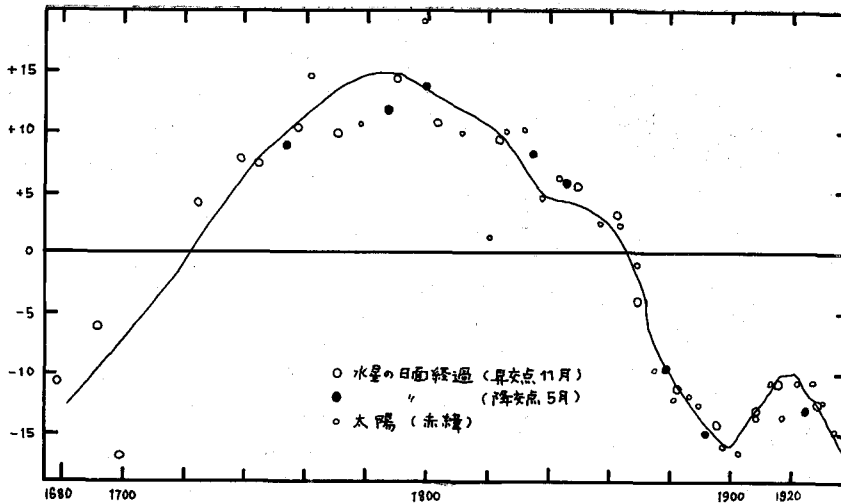


第 1 図 月と地球の自転・公転

E : 地球の質量, M : 月の質量, G : 重心,
 a : 地球・月間の距離

* 東京天文台

Yoshizumi Hatanaka: Rotational Velocity of the Earth and Mean Motion of the Moon



第2図 月の黄経のふらつき よこ軸に西暦をとり、たて軸の単位は角度の秒
(スペンサー・ジョーンズ 1939年による)

転速度の20~30年周期の変化は、地球核内の磁場の変動に伴う、核・マントル間の電磁的結合力の变化によるという考えが有力であるが、行武(東大地震研)の最近の研究によると、数千年に及ぶ自転速度の変化にも、同じ電磁的力の影響があるようだとのことである。

しかし、これらはいずれも永年変化として考えたときにはじめて影響が出る程度のものであろう。この永年変化というのはやっかいな変化で、変化量が小さい場合には、短期間の観測からはとても見出し得ない。しかし、長い年月を経るとその影響が大きくなって無視できなくなってくる。実際に、1000年もの長期間にわたる観測がふんだんにあるとも思えないから、この変化量を見出すことは易しくない。

話をえて、我々はどうしたら地球自転速度の変化を見出せるか考えてみよう。自転が減速している場合に、それに気づかず太陽の平均経度を求めて、理論値と比べてみると、加速の項が現われる。自転に準拠した時計が遅れたために、太陽の平均経度に加速の項があるように見えるだけである。同じことが、水星や金星の平均経度に関しても言える。ところが、月に関しては簡単には行かない。自転の減速は、もちろん、月の平均経度に加速項を生ぜしめるが、前に述べた海洋潮汐摩擦による月の平均運動減速の効果は、平均経度に永年減速の項を付け加える働きをする。この2つがこみで観測される変化量を月の観測だけで、2つに分離することは不可能である。地球自転速度の変化が影響している、太陽、水星、金星の経度の観測と合わせるが必要になって来る。

第2図を見ていただきたい。月の平均経度のふらつきと呼ばれている量は普通 B でこれを表わし、観測された月の黄経から理論的に求まるブラウンの月の位置(ニ

ューカムの大経験項は考慮しない)および常数項、時間に比例する項、永年加速項をさし引いたのこりの量で、曲線で表わされている。一方、太陽および水星の黄経の $O-C$ は月の動きに換算して、白丸、黒丸、小さい白丸で記入してある。この図は、スペンサー・ジョーンズの論文(1939年)にあり、よく引用されるが、各々の変化がよく似ているのに気がつく。これは前に述べた地球自転速度の変化が、そのまま、月、太陽、水星の平均経度変化の上に

姿をえて現われているにすぎない。とすると、月のふらつきを求めるのに使われた月の永年加速の値を正しく選ぶことによって、月の平均経度の変化に現われた地球上の潮汐摩擦による月の平均運動の永年減速項をも上手に取り除いたことになる。第2図を描く際に求めた月と太陽の永年加速の値から、地球自転速度の減速の反映である月のみかけの加速と、潮汐摩擦による月の永年減速とを分離することは容易である。

4. 古記録の利用

古い日月食の記録や大昔の天文観測を使って、月の平均運動の変化や地球の自転速度の移り変わりを求めよう。1000年のスケールの永年変化を問題にしていることに注意してほしい。

スペンサー・ジョーンズによって求められた、月の平均運動の永年変化量: $\dot{n}_M = -22.44''/cy^2$ は、現在、各国の暦に採用されている。一方、地球の自転速度変化 $\dot{\omega}_e$ については永年変化がゼロと考えられている(第2図で扱った300年程度の観測期間では求めることが難しい)。ただし、ここでは永年項を $(1/2)\dot{n}_M T^2$ および $(1/2)\dot{\omega}_e T^2$ の形で定義していることに注意してほしい。

月および太陽の黄経に現われる変化量を L, L' とすると、 \dot{n}_M および $\dot{\omega}_e$ とは次の式で結びつけられる。

$$2L/\tau^2 = \dot{n}_M - 1.7373 \times 10^9 (\dot{\omega}_e/\omega_e) \quad (1)$$

$$2L'/\tau^2 = -0.12996 \times 10^9 (\dot{\omega}_e/\omega_e) \quad (2)$$

前章で述べたことを式に表わすと、上のようなになる。

古い日月食の記録を使って、 $\dot{n}_M, \dot{\omega}_e$ を求めた有名な天文学者は、英国のフォーザリングガムである。そして、最近では、米国ジョーンズ・ホプキンス大学のニュートンが新しい成果を発表している。彼の論文を参照しながら、

大昔の記録をどのようにして利用したらよいかについて述べてみよう。

利用された記録には、太陽や月の位置観測、日月食の時刻・食分の記録、月の合と掩蔽、惑星の合と掩蔽が含まれている。これらをすべて使って、 \dot{n}_M と $\dot{\omega}_e$ を出す。統一された方程式として、次の式を考える。

$$A_i x + B_i y = Z_i \pm \sigma_i \quad (3)$$

ただし、 $x = \dot{n}_M + 22.44$, $y = 10^9(\dot{\omega}_e/\omega_e)$, すなわち、 x, y は現在使われている永年変化の値からの増減を表わしている。 A_i, B_i, Z_i は記録の種類によって異なるが、月の平均運動の影響がない観測整約の場合には $A_i = 0$, 地球の自転がきいてこない場合は $B_i = 0$ (ただし、これ以外はいつも $B_i = 1$)。 σ_i は標準偏差で、逆数は一括してこの方程式をとくときのウェイトを表わす。

5. 解析の方法

i) 月の合と掩蔽

月がいかなる恒星と黄経が等しくなったのか、いかなる星をかくしたのかがわかれば、月の黄経がわかる。一方、Ephermeris を使って、記録にある日時の月の位置を計算する。2つの差から、月の黄経のずれ、 L が求まる。数個のデータを平均して $2L/\tau^2$ の値を求める。(1) 式をあてはめて、(3) 式の型にすることができる。

ii) 惑星の合と掩蔽

この現象には月は無関係であるから、 $A_i = 0$ 。相手の星がわかれば、惑星の位置を決め得る。その位置になる時刻(暦表時)を現在知られている惑星の動きから求める。観測記録にある太陽時の時刻とくらべて、自転速度の変化を出すことができる。実際にこの現象を利用しようと思っても、惑星として使えるのは金星だけのようなのである。なぜなら、1日の動きが、他の惑星に比べて大きく、また、明るいから。

iii) 太陽・月の位置観測

現在使われている式を使って、太陽および月が記録にある位置にいついたか、その時刻(暦表時)を求め、観測時刻の太陽時と比べる。この差を L , または L' で表わせば、(1), (2) 式がそのまま使える。

iv) 月食の食分

地球上の観測者の場所は、月食が見える限りは、その食分には影響しないと考えられる。したがって、地球自転速度の変化は影響なく、 $B_i = 0$ となる。さて、第3図を見ていただきたい。地球の影を月がよぎって、部分月食となる場合であるが、最大食分 μ_m の変化は、月の昇交点経度の変化 $d\Omega$ によって起こると考えてよい。ところが、 $d\Omega$ は月の平均運動の変化とも関係づけられる。それは、月の平均運動の永年変化 \dot{n}_M に $\delta\dot{n}_M$ の変化があったとすると、月食の起こる時刻がかわる。したがって、

衝における太陽の位置も変化する。すると、地球の影も違った位置に移る。地球の影の位置の変化は、第3図でみると、あたかも $d\Omega$ が生じたように解釈できる。したがって、 $\delta\mu_m$ と $\delta\dot{n}_M$ が関係づけられる。

記録から導き出される最大食分 μ_m と計算から求まる値との差を、 $\delta\dot{n}_M$ に換算して、(3) 式の形に持って行けばよい。

v) 月食の時刻

(1), (2) 式を辺々たして

$$\frac{2L}{\tau^2} - \frac{2L'}{\tau^2} = \dot{n}_M - 1.607 \times 10^9 \left(\frac{\dot{\omega}_e}{\omega_e} \right) \quad (4)$$

微分して、 $dy/dx = 0.622$

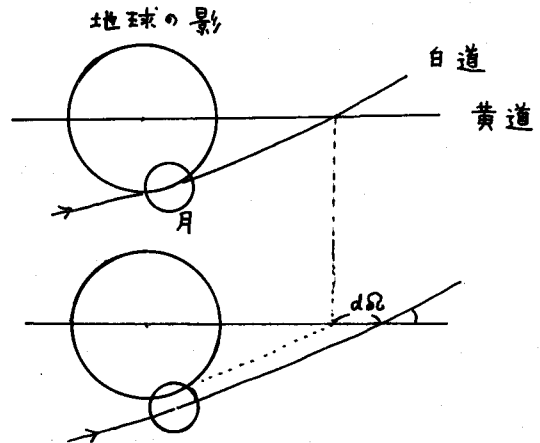
さて、昔の観測から導びかれたグリニッジ平均太陽時の時刻を O , $\dot{n}_M = -22.44''/cy^2$ および $\dot{\omega}_e = 0$ を仮定して、観測された食分に対する、計算から求めた時刻を C とする。 $\Delta t = O - C$ を $\dot{\omega}_e$ の変化だけで説明しようとして、それを y_0 としよう ($y_0 = 2 \times 10^9 \Delta t / (\omega_e T^2)$)。

$$\begin{aligned} x = 0, \text{ すなわち, } \dot{n}_M &= -22.44''/cy^2 \text{ のとき} \\ y &= y_0 \\ x \neq 0 \text{ のとき} \quad y &= y_0 + (dy/dx)x \\ &= y_0 + 0.622x \end{aligned}$$

月食の時刻を利用するときは、 y_0 を求めて、 $A_i = -0.622, B_i = 1, Z_i = y_0$ とすればよいことになる。

vi) 部分日食の食分

日食の食分は観測地点に大きく影響されるので、まず、 $10^9(\dot{\omega}_e/\omega_e) = -20 cy^{-1}$ を仮定して、最大食分 μ_m が観測のそれに一致する観測地点の暦表経度を求める。その次に、この経度に $\pm 10^\circ$ をした2つの暦表経度地点の μ_m を $\dot{\omega}_e$ の上の仮定を除いて求める。求めた2つの μ_m の間は、暦表経度の1次関数であるとして、観測された μ_m をもつ暦表経度を定める。この経度と観測地点の地理的経度との差から y_0 を求める。 dy/dx の値は、



第3図 部分月食

数値的に求めて、 $A_i = -dy/dx$, $B_i = 1$, $Z_i = y_0$ として、(3) 式へ移る。

vii) 日食の時刻

$x=0$ を仮定して、観測時刻を与えると、計算による暦表経度が求まる。これから観測地点の地理的経度をひいて、この差を時間になおして、 y_0 と考える。 dy/dx は、 $x \neq 0$ のある値を仮定して求めた y と、以前の y_0 とから求めるが、 -0.622 に近い値である。あとは月食の時刻の場合と同じようにすればよい。

viii) 皆既およびそれに近い日食

この場合にも y_0 と dy/dx を求める。 y にある値、例えば、 $y = -20 cy^{-1}$ を仮定して、 $x=0$ のときの日食の中心線を地図上に引き、観測地点との経度の差を時間になおして、仮定した y の値の補正をする。この補正された y が y_0 となる。 dy/dx の方は、やはり x を変えて数値的に求めることになる。

8 つの場合のいずれもが、(3) 式の形の方程式となり、最小 2 乗法によって、 x , y を求めることができる。古い観測の解析法を述べて来たついでに、ニュートンの結果を拝借して、各観測に対する A_i , B_i , Z_i , σ_i の値を表にしてみたのが第 1 表である。ただし、vi) と viii) の場合は、係数 A_i が観測ごとに異なるので、表には含まれていない。第 1 表を見ればわかるように月食の食分や月・惑星の掩蔽等の観測記録は標準偏差が大きく、(3) 式によって x , y を求めるときには重要でなくなる。

6. ニュートンによる結果

\dot{n}_M と $\dot{\omega}_e$ の永年変化を見つけるためには、ここに使われている 3000 年程度の記録では不十分であるが、ニ

ュートンは紀元 500 年以前の記録と以後のそれとをわけて、 \dot{n}_M と $\dot{\omega}_e$ とを求めている。

第 1 表および、ここには引用しなかった vi) と viii) の場合のデータを利用して (3) の方程式をとくと、

紀元 500 年以前の観測から：(元期は紀元前 200 年)

$$\dot{n}_M = -41.6 \pm 4.3''/cy^2$$

$$10^9(\dot{\omega}_e/\omega_e) = -27.7 \pm 3.4 cy^{-1},$$

紀元 500 年以後の観測から：(元期は 1000 年)

$$\dot{n}_M = -42.3 \pm 6.1''/cy^2$$

$$10^9(\dot{\omega}_e/\omega_e) = -22.5 \pm 3.6 cy^{-1}.$$

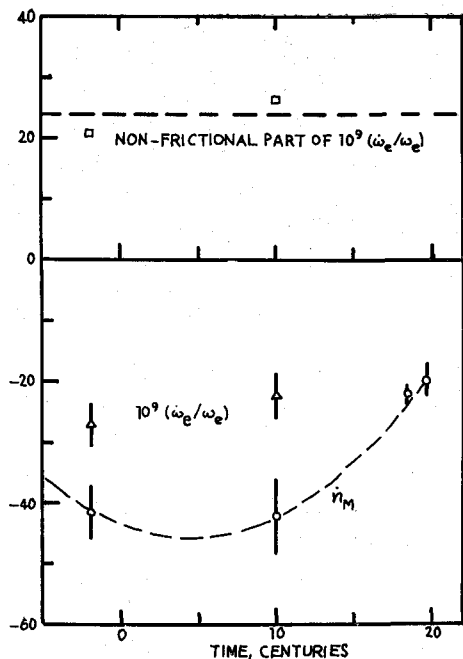
これらの値を現在の \dot{n}_M の値と共に描いたのが、第 4 図の下部である。地球自転速度の永年減速の一部は、前に述べたように、月による潮汐摩擦に因する。ところが、この潮汐摩擦による月の平均運動の永年減速 \dot{n}_M は求められたから、潮汐摩擦による自転の永年減速部分をとり除くことも可能になる。月による潮汐は $0.935 \dot{n}_M$ と考えられ、太陽による潮汐を潮汐力の比の計算によるが、だいたい $0.212 \dot{n}_M$ とすると、 $10^9(\dot{\omega}_e/\omega_e) - 1.147 \dot{n}_M$ が非潮汐力の原因をもつ自転速度の永年変化量になる。これが第 4 図の上部にプロットされている。

さて、ニュートンの得た結果を見て驚くことは、 \dot{n}_M の値が今とだいぶ異なることであろう。1000 年前、2000 年前には、潮汐摩擦が今の 2 倍近くもあったことになる。また、非潮汐力が地球自転速度の永年変化に大きな役割をはたしていることもわかる。このことは、地球自転速度の変動を潮汐力だけに求めず、非潮汐力にも大きな効果を求めている最近の研究動向と一致している。第三に、第 4 図の上部では点線で書かれていて、常数に見える非潮汐力による自転速度変化にも、第 3 章で述べた地球の

第 1 表 使用された観測のまとめ

観測の種類と場所	年代	A_i	B_i	Z_i	σ_i
月食の時刻 (バビロニア)	-600	-0.622	1	-16.4	0.7
月食の食分 (バビロニア)	-600	1	0	-40.4	28.0
ヒッパルカスの分点観測	-140	0	1	-23.0	5.0
月の掩蔽と合	-100	-0.576	1	-17.9	1.1
月食の時刻 (地中海)	-80	-0.622	1	-14.6	0.7
月食の食分 (地中海)	+10	1	0	-68.4	40.0
テオンの日食の時刻 (地中海)	360	-0.622	1	-19.3	1.8
月食の食分 (中国)	590	1	0	-4.4	136.0
分点・至点観測 (イスラエル)	840	0	1	-17.0	6.0
950 年以前の月食時刻 (イスラエル)	900	-0.622	1	-9.6	1.8
月食の食分 (イスラエル)	930	1	0	-28.4	134.0
日食の時刻 (イスラエル)	930	-0.622	1	-9.3	0.6
金星の掩蔽と合	930	0	1	+20.0	24.0
950 年以後の月食時刻 (イスラエル)	980	-0.622	1	-8.9	1.5

(ニュートン 1969 年による)



第4図 地球自転速度と月の平均運動の永年変化
(ニュートン 1969 年による)

核・マントル間の電磁的結合力の変化が反映しているのではなかろうかと考えて詮索したくなる。

フォーザリングムやスペンサー・ジョーンズの得た \dot{n}_M の値に次いで、紀元前数世紀の頃までの \dot{n}_M や $\dot{\omega}_e$ の値がニュートンによって求められたことになる。これらは大昔の記録を使って求められているが、使われた記録の中には日本のものはなく、さびしさを感じる。平安朝の女性の手になる日食の記録でもあると、優雅なことこのうえもないのであるが。

第4~6章は R. R. ニュートンの天文古記録と地球・月の永年変化という論文のプレプリント (1969) を参考にして書いたことを附記する。

学会だより

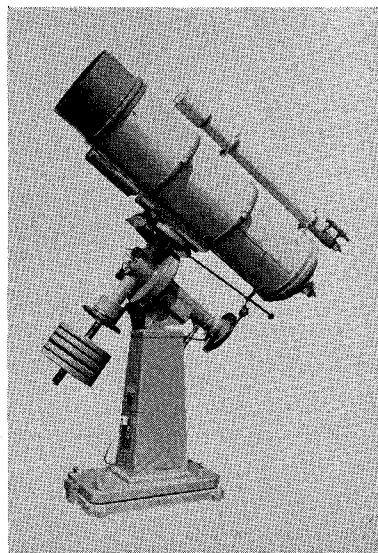
科学研究費配分委員候補者

日本学術会議研究費委員会より標記の件について依頼がありましたので、本学会として評議員の書面投票により下記の候補者を推薦致しました。この推薦にもとづき文部省が任命する委員数は1名です。

第1段委員候補 河鱒公昭, 川口市郎。

日本学術会議中央選挙管理会臨時委員

日本学術会議中央選挙管理会より46年11月の選挙にそなえて臨時委員を推薦するよう依頼がありましたので、理事会の了承によって牧田貢氏を推薦致しました。



天体望遠鏡
ドーム, 製作

西村製の天体望遠鏡

40 cm 反射望遠鏡の納入先

- No. 1 富山市立天文台
- No. 2 仙台市立天文台
- No. 3 東 京 大 学
- No. 4 ハーバート大学 (USA)
- No. 5 ハーバート大学 (USA)
- No. 6 台北天文台 (TAIWAN)
- No. 7 北イリノイズ大学 (USA)
- No. 8 サン・デューゴ大学 (USA)
- No. 9 聖アンドリウス大学 (ENGLAND)
- No. 10 新潟大学高田分校
- No. 11 ソウル大学 (KOREA)
- No. 12 愛知教育大学(刈谷)

606 京都市左京区吉田二本松町 27

株式会社 西村製作所

TEL. (075) 771-1570
691-9580