

45M 電波望遠鏡の設計 (第二報)

回転対称骨組構造の分割解法

三菱電機株式会社 通信機製作所

大林 愛弘 Y. Ohbayashi

塚田 憲三 K. Tsukada

回転対称トラス構造の分割解法の適用性

第1図の回転対称トラスで材端力と変位の関係は

$$\begin{Bmatrix} ij \\ mn \\ P_{ij} \\ mn \end{Bmatrix} = \frac{E_{ij} A_{mn}}{ijl_{mn}} \begin{Bmatrix} B_{ij}^T \cdot D_{mn}^{ij} \cdot B_{ij} \\ -B_{mn}^T \cdot D_{mn}^{ij} \cdot B_{ij} \\ -B_{ij}^T \cdot D_{mn}^{ij} \cdot B_{mn} \\ B_{mn}^T \cdot D_{mn}^{ij} \cdot B_{mn} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{ij} \\ U_{mn} \end{Bmatrix} \dots (1)$$

ここで

$$B_{ij} = \begin{bmatrix} -\sin \theta_i & \cos \theta_i \cdot \cos \phi_j & -\cos \theta_i \cdot \sin \phi_j \\ \cos \theta_i & \sin \theta_i \cdot \cos \phi_j & -\sin \theta_i \cdot \sin \phi_j \\ 0 & \sin \phi_j & \cos \phi_j \end{bmatrix}$$

$$D_{mn}^{ij} = \begin{bmatrix} \alpha_x^2 & \alpha_x \alpha_y & \alpha_x \alpha_z \\ \alpha_x \alpha_y & \alpha_y^2 & \alpha_y \alpha_z \\ \alpha_x \alpha_z & \alpha_y \alpha_z & \alpha_z^2 \end{bmatrix}$$

$$\alpha_x = \frac{r_n \cos \theta_m - r_j \cos \theta_i}{ijl_{mn}} \quad \alpha_y = \frac{r_n \sin \theta_m - r_j \sin \theta_i}{ijl_{mn}}$$

$$\alpha_z = \frac{z_n - z_j}{ijl_{mn}}$$

ijA_{mn} : 部材 $ij-mn$ の断面積 ijl_{mn} : 部材 $ij-mn$ の長さ

$\{U_{ij}\}^T = (u_{ij} \ v_{ij} \ w_{ij})$: 節点 ij の変位

$\begin{Bmatrix} ij \\ mn \\ P_{ij} \end{Bmatrix}^T = \begin{pmatrix} ij \\ mn \\ \rho_{ij}^u & \rho_{ij}^v & \rho_{ij}^w \end{pmatrix}$: 部材 $ij-mn$ の

節点 ij 側の材端力

構造の対称性から任意の節点 ij に結合されている全ての部材による材端力の和 $\{Q_{ij}\}$ は(2)式となる。

$$\{Q_{ij}\} = \sum_n ({}_{i-1,n}^{ij} P_{ij} + {}_{i+1,n}^{ij} P_{ij}) + \sum_m ({}_{im}^{ij} P_{ij}) \quad (2)$$

ここで

$${}_{i-1,n}^{ij} P_{ij} + {}_{i+1,n}^{ij} P_{ij} = \frac{EA_n}{l_n} \cdot [K_{in}] \cdot \{U_n\}$$

$${}_{im}^{ij} P_{ij} = \frac{EA_m}{l_m} \cdot [K_{jm}] \cdot \{U_m\}$$

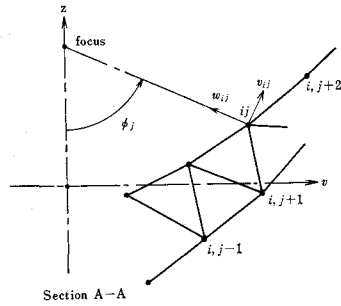
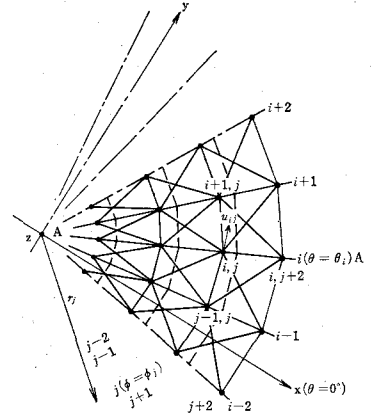
$$[K_{jn}] = \begin{bmatrix} a_{14} & a_{14} & a_{16} & 2a_{11} & 0 & 0 & a_{14} - a_{15} & -a_{16} \\ a_{24} & a_{25} & a_{26} & 0 & 2a_{22} & 2a_{23} & -a_{24} & a_{24} & a_{26} \\ a_{34} & a_{35} & a_{36} & 0 & 2a_{23} & 2a_{33} & -a_{34} & a_{35} & a_{36} \end{bmatrix}$$

$$\{U_n\}^T = (U_{i-1,n}^T \ U_{ij}^T \ U_{i+1,n}^T)$$

$$[K_{jm}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & b_{23} & 0 & b_{25} & b_{26} \\ 0 & b_{23} & b_{33} & 0 & b_{35} & b_{36} \end{bmatrix}$$

$$\{U_m\}^T = (U_{ij}^T \ U_{im}^T)$$

ここで節点変位を $\{U_{ij}\} = [G_i] \{U_j\}$ と変数分離形で表わせば、材端力の和も同様に $\{Q_{ij}\} = [G_i] \{Q_j\}$ と表わされる。



第1図

$$[G_i] = \begin{bmatrix} \sin k\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & \cos k\theta_i & 0 \\ 0 & 0 & \cos k\theta_i \end{bmatrix} \quad \{U_j\}^T = (u_j \ v_j \ w_j)$$

$$\{Q_j\} = \sum_n \frac{EA_n}{l_n} [K_{jn}] \begin{Bmatrix} U_n \\ U_j \end{Bmatrix} + \sum_m \frac{EA_m}{l_m} [K_{jm}] \begin{Bmatrix} U_j \\ U_m \end{Bmatrix}$$

さらに、 F_{ij} を節点 ij の外力、 R_{ij} を支点 ij の反力とすれば、可動節点にて $F_{ij} = Q_{ij}$ 、支点にて $R_{ij} = F_{ij} - Q_{ij}$ となる。つまり節点 ij に $\{F_{ij}\} = [G_i] \{F_j\}$ なる変数分離形の外力を作用させれば、 $\{U_{ij}\} = [G_i] \cdot \{U_j\}$ なる節点変位が生ずることを意味する。

ここで $\{F_j\}^T = (f_j^u \ f_j^v \ f_j^w)$: j 列節点群の最大外力つまり各展開次数 (R) に対して j 列 (ϕ 方向) の代表節点群に対して式 (3) の連立一次方程式が成立する。

$$\{F_i\} = [K] \{U_j\} \dots (3)$$

あとがき

紙面の都合で極く簡単に述べたが、骨組構造に対しても級数展開形解法が適用可能であり、構造を構成する単位ブロックを取り出して、各展開次数 (R) に対して数値計算をすれば連続体の構造的性質を加味した解が得られ Computer による計算時間を著しく短縮可能であり、さらには動解析に対しても十分便利と考える。ちなみに自重に対する節点荷重は式 (4) で与えられる。

$$R=0 \text{ の場合 } \{F_{ij}\}^T = (0 \ M_j \sin \phi_j \ M_j \cos \phi_j)$$

$$R=l \text{ の場合 } \{F_{ij}\}^T = (-M_j \sin \theta_i \dots (4)$$

$$M_i \cos \phi_j \cos \theta_i - M_j \sin \phi_j \cos \theta_i)$$

第3報以降に具体的計算例、高次変形モードの面精度への影響等について述べる予定である。なおこの解法はトラス構造に限らず剛接構造に対しても成立する。