

45 M 電波望遠鏡の設計 (第七報)

三菱電機株式会社通信機製作所

大林 愛弘 Yoshihiro Ohbayashi
塚田 憲三 Kenzo Tsukada

動解析の考察 (その 3)

前報¹⁾に引続き AZ 軸まわり回転振動の固有値略算法について述べてみよう。

固有値略算法

卓越した変位として AZ 軸まわりの回転変位 (円筒座標系での円周方向の変位) を考え、次のような仮定を設ける。

- (1) センタハブは剛体であり、EL 軸受部でタワー構造の zone 2 節点群と結合されている。
- (2) タワー床構造は剛体であり、タワー構造の zone 3 節点群と結合されている。

前報に示すアンテナ構造において次の非減衰固有値方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} jM_1 & 0 \\ 0 & jM_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j\dot{U}_1 \\ j\dot{U}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} jK_{11} & jK_{12} \\ jK_{12}^T & jK_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} jU_1 \\ jU_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ jF_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} {}_tK_{11} & {}_tK_{12} & {}_tK_{13} \\ {}_tK_{12}^T & {}_tK_{22} & {}_tK_{23} \\ {}_tK_{13}^T & {}_tK_{23}^T & {}_tK_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_tU_1 \\ {}_tU_2 \\ {}_tU_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ {}_tF_2 \\ {}_tF_3 \end{bmatrix}$$

$$J_c \cdot \ddot{\theta}_c = - \sum_{j=r,s,f,t} jT_c$$

$$J_b \cdot \ddot{\theta}_b = - \sum_{j=l,a} jT_b$$

$$J_{a1} \cdot \ddot{\theta}_a + k_a \cdot \theta_a = T_{a1}$$

$$J_{a2} \cdot \ddot{\theta}_a = T_{a2}$$

- ここに、 J_c, θ_c : センタハブの AZ 軸まわりの慣性、回転角
 J_b, θ_b : タワー床構造の AZ 軸まわりの慣性、回転角
 J_{a1}, k_a : AZ 駆動輪系のローラ軸換算の慣性、振りのバネ定数
 J_{a2}, θ_a : AZ 従動輪系のローラ軸換算の慣性、ローラの回転角

更に、次のように幾何学的結合マトリクスを使って

$$jU_2 = jA_2 \cdot \theta_c \quad (j=r, s, f, t)$$

$${}_tU_3 = {}_tA_3 \cdot \theta_b$$

$$\theta_a = n \cdot \theta_b$$

$$jT_c = jA_2^T \cdot jF_2$$

$${}_tT_b = {}_tA_3^T \cdot {}_tF_3$$

$${}_aT_b = n(T_{a1} + T_{a2})$$

これより、低次の固有値に注目すれば、主鏡、副鏡、フィードの固有値はセンタハブの回転を基準として次のように得られる。

$$jU_1 = -(jK_{11}^{-1} + \omega^2 \cdot jK_{11}^{-1} \cdot jM_1 \cdot jK_{11}^{-1}) \cdot jK_{12} \cdot jA_2 \cdot \theta_c \quad (1)$$

固有値方程式は代表変位を θ_c, θ_b とした 2 自由度の系に圧縮できる。

$$(K^* - \omega^2 M^*) \cdot U = 0 \quad (2)$$

ここに

$$k_{11} = \sum_{j=r,s,f,t} jA_2^T (jK_{22} - jK_{12}^T \cdot jK_{11}^{-1} \cdot jK_{12}) \cdot jA_2$$

$$k_{12} = {}_tA_2^T ({}_tK_{23} - {}_tK_{12}^T \cdot {}_tK_{11}^{-1} \cdot {}_tK_{13}) \cdot {}_tA_3$$

$$k_{21} = {}_tA_3^T ({}_tK_{23}^T - {}_tK_{13}^T \cdot {}_tK_{11}^{-1} \cdot {}_tK_{12}) \cdot {}_tA_2$$

$$k_{22} = n^2 \cdot k_a + {}_tA_3^T ({}_tK_{33} - {}_tK_{13}^T \cdot {}_tK_{11}^{-1} \cdot {}_tK_{13}) \cdot {}_tA_3$$

$$m_{11} = J_c + \sum_{j=r,s,f} jA_2^T (jM_2 + jK_{12}^T \cdot jK_{11}^{-1} \cdot jM_1 \cdot jK_{11}^{-1} \cdot jK_{12}) \cdot jA_2$$

$$m_{12} = m_{21} = 0$$

$$m_{22} = J_b + n^2 (J_{a1} + J_{a2})$$

$$U^T = (\theta_c, \theta_b)$$

更に、マトリクス要素を構造要素単位で静的に分析すれば、式 (2) は結局次のように表わされ、直列の 2 自由度の系を意味することとなる。

$$\begin{bmatrix} k_t & -k_t \\ -k_t & k_t + n^2 k_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_c \\ \theta_b \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m_{11} & 0 \\ 0 & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_c \\ \theta_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ここで、 k_t : タワー構造の AZ 軸まわりの振りのバネ定数

あとがき

紙面の都合で極く簡単に述べてみたが、括りがりを有するアンテナ構造の固有値解法を特にその指向誤差に影響を与える主鏡、副鏡、フィードの固有値を求めることに主眼をおいて、静的解析を主体としたマトリクス変位法を使った系の圧縮方法について述べてみた。前報と合せて 2 つの基準モードについてその固有値の略算法を極く簡単に述べてみたが、いずれも 1~2 自由度の系に圧縮可能である。まだロッキング振動が残されているが与えられたページを使ってしまった。動解析の考察と銘うった本シリーズは一応今回で終りとし、機会があれば、これも含めて、アンテナの風による応答の計算例をスペクトル解析法を使ってその指向誤差と合せて述べてみたい。これらの考察を基として制御系の設計を初めまだまだ解明すべき問題が残されている。おわりに、つたない内容をお詫びするとともに報告の機会を与えて下さった方々に感謝の意を表する。

参考文献

- 1) 大林, 塚田: 天文月報, 65, No. 5, 7 (1972)