

天文数値シリーズ (2)  
—理科年表による—

# 惑星の衛星・月の定数

永井隆三郎\*・中井 宏\*

理科年表天文部の4—5頁は、月を除く惑星の衛星の表、同6頁は月の表である。

衛星の力学的諸量は、観測と衛星の運動理論とを比較して決定されるのだが、衛星には、母惑星の重心からの引力以外に次のような力が摂動力として働いている。

(A) 母惑星の形状の球からのずれによる力 (B) 太陽からの引力 (C) 同じ母惑星に2つ以上の衛星がある場合の衛星相互間の作用 (D) 他の惑星の及ぼす力である。これらの摂動力の相互の大きさによっては、衛星の運動を記述する座標系を適当なものに変えることが望ましい。今、これらの力を簡単に評価すると、(D)は月の場合にのみ考慮するとすれば、(A)、(B)、(C)に対する摂動力は夫々

$$R_A = \frac{M}{r} \left[ -\frac{2}{3} \frac{JR^2}{r^2} P_2(\sin \delta) + \frac{4}{15} \frac{KR^4}{r^4} P_4(\sin \delta) + \dots \right]$$

$$R_B = \frac{M}{r} \frac{M_\odot}{m_p + m_s} \left[ \frac{r^3}{r'^3} P_2(\cos S) + \frac{m_p - m_s}{m_p + m_s} \frac{r^4}{r'^4} \times P_3(\cos S) + \dots \right]$$

$$R_C = \sum k^2 m'_s \left( \frac{1}{\Delta_s} - \frac{r \cos S_s}{r_s^2} \right)$$

と書けるから、これらの力の母惑星の重心からの引力  $\frac{M}{r}$  に対する割合は、それぞれ  $\frac{JR^2}{a^2}$ ,  $\frac{M_\odot}{m_p + m_s} \frac{a^3}{a'^3}$   $\frac{(n')^2}{n^2}$ ,  $\frac{m_s}{m_p}$  となる。ここで、 $R$ は母惑星の半径、 $J$ は母惑星の扁平度による常数、 $a$ は衛星の軌道の長半径、 $n, n'$ は衛星と母惑星の平均運動、 $m'_s, m_p$ は同じ母惑星をめぐる他の衛星の質量と母惑星の質量である。この評価によってどの型の摂動を大きく受けているかを示したのが次の表である。(表1はD. Brouwer, G.M. Clemence: The Solar System III Planets and Satellites p. 69から引用) 衛星の表の傾斜の項は、ほぼこれらの摂動の型によって母惑星の赤道に対しての傾角又は黄道面に対しての傾角と表わされている。このように表わすことにより軌道の変化を小さく表現できるからである。しかし、天王星の衛星のように黄道面に対し98°の傾斜は、摂動の型も(A)で、しかも天王星の赤道にほぼ一致しているのだが、この傾斜が90°を越えていることを示すことによって、天王星の衛星が逆行していることをも表わしているのである。

\* 東京天文台

次に、衛星の質量の項に移ると、衛星の質量は、同じ母惑星を周る衛星相互に作用する摂動から求められるが質量の小さいものは、他に及ぼす摂動も小さいので、質量を決定するのは容易ではない。

衛星の運動方程式を解いて、これらの相互摂動によって惹起される軌道の離心率、傾斜角、昇交点或いは近点などの変化と観測から質量を求めることになるが、特に木星の衛星 Io-Europa-Ganymede 土星の衛星 Mimas-Tethys, Enceladus-Dione, Titan-Hyperion のように、その平均運動の間に簡単な整数比が成り立ついわゆる共振関係が存在する場合には、その共振関係を保持する項を主要項として解析することにより、よりよく質量を決定することができる。例えば、土星の衛星 Mimas-Tethys では、 $\lambda$ と $\theta$ をそれぞれ、平均経度と昇交点の経度として  $2\lambda_{M1} - 4\lambda_{T0} + \theta_{M1} + \theta_{T0}$  が、周期  $70^\circ 78' \pm 0^\circ 08'$  で振動し、その秤動の振幅は大きく  $-95^\circ 3'$  から  $95^\circ 3'$  まで変

表 1

|                                      | Period  | a/R   | n'/n      | m <sub>s</sub> /m <sub>p</sub>         | Type    |
|--------------------------------------|---------|-------|-----------|--|---------|
| The Earth: R=1.000, m=1.000          |         |       |           |  |         |
| Moon.....                            | 27.32   | 60.27 | +0.074 80 | (1.229 0 ± 0.000 4) × 10 <sup>-3</sup> | B       |
| Mars: R=0.532, m=0.107 66 ± 0.000 10 |         |       |           |  |         |
| Phobos.....                          | 0.318 9 | 2.755 | +0.000 46 | .....                                  | A       |
| Deimos.....                          | 1.262   | 6.919 | +0.001 84 | .....                                  | A       |
| Jupiter: R=11.94, m=317.360 ± 0.009  |         |       |           |  |         |
| V.....                               | 0.498 2 | 2.539 | +0.000 11 | .....                                  | A       |
| (I) Io.....                          | 1.769   | 5.905 | +0.000 41 | (3.81 ± 0.30) × 10 <sup>-3</sup>       | C, A    |
| (II) Europa.....                     | 3.551   | 9.396 | +0.000 82 | (2.48 ± 0.05) × 10 <sup>-3</sup>       | C, C    |
| (III) Ganymede.....                  | 7.155   | 14.99 | +0.001 65 | (3.17 ± 0.10) × 10 <sup>-3</sup>       | C, C    |
| (IV) Callisto.....                   | 16.69   | 26.36 | +0.003 85 | (5.09 ± 0.40) × 10 <sup>-3</sup>       | C, B    |
| VI.....                              | 250.6   | 160.7 | +0.057 9  | .....                                  | B       |
| VII.....                             | 260.1   | 164.4 | +0.060 0  | .....                                  | B       |
| X.....                               | 260     | 164   | +0.060 0  | .....                                  | B       |
| XI.....                              | 617     | 290   | -0.142    | .....                                  | B       |
| XII.....                             | 692     | 513   | -0.160    | .....                                  | B       |
| VIII.....                            | 735     | 326   | -0.171    | .....                                  | B       |
| IX.....                              | 758     | 332   | -0.175    | .....                                  | B       |
| Saturn: R=9.351, m=95.031 ± 0.007    |         |       |           |  |         |
| Mimas.....                           | 0.942 4 | 3.111 | +0.000 09 | (6.69 ± 0.13) × 10 <sup>-3</sup>       | A, C    |
| Enceladus.....                       | 1.370   | 3.991 | +0.000 13 | (1.27 ± 0.36) × 10 <sup>-3</sup>       | A, C    |
| Tethys.....                          | 1.888   | 4.939 | +0.000 17 | (1.14 ± 0.02) × 10 <sup>-3</sup>       | A, C    |
| Dione.....                           | 2.737   | 6.327 | +0.000 25 | (1.82 ± 0.04) × 10 <sup>-3</sup>       | A, C    |
| Rhea.....                            | 4.518   | 8.835 | +0.000 42 | .....                                  | C, B    |
| Titan.....                           | 15.95   | 20.48 | +0.001 48 | (2.411 ± 0.013) × 10 <sup>-3</sup>     | A, B    |
| Hyperion.....                        | 21.28   | 24.83 | +0.001 98 | .....                                  | C       |
| Iapetus.....                         | 79.33   | 59.67 | +0.007 37 | .....                                  | A, B, C |
| Phoebe.....                          | 550.4   | 216.8 | -0.051 16 | .....                                  | B       |
| Uranus: R=3.72, m=14.497 ± 0.004     |         |       |           |  |         |
| Miranda.....                         | 1.413   | 5.494 | +0.000 05 | .....                                  | A       |
| Ariel.....                           | 2.520   | 8.979 | +0.000 08 | .....                                  | A       |
| Umbriel.....                         | 4.144   | 11.25 | +0.000 14 | .....                                  | A       |
| Titania.....                         | 8.706   | 18.46 | +0.000 28 | .....                                  | A       |
| Oberon.....                          | 13.46   | 24.69 | +0.000 44 | .....                                  | A       |
| Neptune: R=3.50, m=17.19 ± 0.27      |         |       |           |  |         |
| Triton.....                          | 5.877   | 15.85 | -0.000 09 | (1.32 ± 0.23) × 10 <sup>-3</sup>       | A       |
| Nereid.....                          | 359.4   | 249.5 | +0.005 97 | .....                                  | B       |

わっている。この秤動の周期などは、質量の知られた関数として展開されているので、質量を求めることができるのである。又、海王星の Triton は質量が大きいので、海王星の動きに影響を及ぼす。海王星—Triton の重心に対する海王星の動きから求められている。

衛星の半径に関しては、一般に星の大きさを測るのに (A) 直接望遠鏡の視野内でマイクロメーターを用いてその像の大きさを測定する。或いは、プリズムを用いたダブル・イメージ法で測る (B) 星の掩蔽に要する時間を測定して求める (C) 星の両端からくる光の光路差を利用して干渉計で測定する (D) 別にアルベド又は密度が推定できる時には、光度・質量から計算する (E) 更には、惑星探査機などが飛べば、充分近くまで近づいて写真撮影する など、色々な方法が考えられるが、衛星は小さくしかも遠方にあるので、その大きさを決定するのは困難なことである。一例として、これらの方法によって得られた結果を表にまとめてみると、例えば木星の I~IV 衛星について (表 2 は A. Dollfus: Surface and Interiors of Planets and Satellites p. 127 から引用) 表 2 のようになっている。このように実測がなされてその大きさが決定されているものは土星の衛星 Enceladus, Tethys, Dione, Rhea Titan 海王星の Triton などで、他の小さな衛星は光電測光から何らかの仮定のもとに求められている。比較的大きな衛星に対しても、測定方法によってこの程度の広がりを持つということは、更に小さな衛星に関して (D) のような方法で推定するときは不確かさが一層増すと考えねばならない。

次に、天文部 6 頁の月の表に移ると (表 1) からよくわかるように、太陽の影響は大きくそれ故、月の運動は非常に複雑である。

月の位置推算は、ブラウンの運動理論を基にして計算されているが、1959 年まではブラウンの太陰表を用いていたのが、1960 年からは経験項を除き、平均黄経に  $-8^{\circ}72' - 26^{\circ}74T - 11^{\circ}22T^2$  の補正項を加えた値を採用して計算されている。即ち経験項や  $11^{\circ}22T^2$  の項は地球自転の不整さによるものであって、新しく採用された暦表時では除かれなければならない。採用された値は

$$\begin{aligned} \zeta &= 270^{\circ}26'03^{\circ}.69 + 1336^{\circ}.307^{\circ}52'59^{\circ}.31T \\ &\quad - 04^{\circ}08T^2 + 0^{\circ}0068T^3 \\ I' &= 334^{\circ}19'46^{\circ}.75 + 11^{\circ}109^{\circ}02'02^{\circ}.52T \\ &\quad - 37^{\circ}17T^2 + 0^{\circ}045T^3 \\ \Omega &= 259^{\circ}10'59^{\circ}.79 - 5^{\circ}134^{\circ}08'31^{\circ}.23T \\ &\quad + 07^{\circ}48T^2 + 0^{\circ}008T^3 \\ D &= 350^{\circ}44'15^{\circ}.65 + 1236^{\circ}.307^{\circ}06'51^{\circ}.18T \\ &\quad - 05^{\circ}17T^2 + 0^{\circ}0068T^3 \end{aligned}$$

で、T は 1900 年 1 月 0.5 日からのユリウス世紀、 $\zeta$  は月の平均黄経、 $I'$ 、 $\Omega$  はそれぞれ月の平均近地点黄経、平均

昇交点黄経、D は太陽と月の平均離角である。

これらの式によって明らかなように、近地点は順行し、昇交点は逆行しているが、恒星に対する動きを考える場合には、歳差による春分点の動きを除かねばならない。ニューカムによれば、歳差による春分点の動きは、 $50^{\circ}2564 + 0^{\circ}0222T'/\text{年}$  であるから、この影響による量は近地点順行周期で約 1.1 日、昇交点逆行同期で約 -4.9 日となる。このようにして、対恒星近点順行周期、対恒星交点逆行周期を求めると、年表の値 8.85053 年、18.59988 年となる。

月の公転周期には、色々なものが考えられるが、朔望月とは月と太陽の黄経の差が  $360^{\circ}$  変化するに要する時間で月の満ち欠けの周期といってよい。分点月とは月が春分点から春分点にもどるに要する時間、交点月とは昇交点から昇交点まで、近点月とは近地点から次の近地点に来るまでの時間、恒星月とは空間に固定された方向に対し月が地球を一周するに要する時間である。歳差による春分点の動き、近地点、昇交点の動きを考えれば、恒星月と分点月の差は歳差の影響であり、その差は小さく、交点月は恒星月より短かく、近点月は長くなっているのが理解できるだろう。年表には、これら月の公転周期の 1900 年 1 月 0.5 日の値がのせてあるが、これらの長年変化は、1 世紀当り  $10^{-5}$  日以下で問題とはならない。しかし、次にのべる周期的な変化を加えると、その変動は大きく、例えば朔望月では、長短の差が 13 時間にも及ぶ、理科年表暦の部で月の満ち欠けの周期を調らべてみられるとよい。

ブラウンによれば、月の運動は約 400 項の三角級数で表わされている。その主な項をとり出すと

$$\begin{aligned} \lambda &= \zeta + 22639^{\circ}500 \sin l - 4586^{\circ}465 \sin (l - 2D) \\ &\quad + 2369^{\circ}912 \sin 2D + 769^{\circ}016 \sin 2l - 668^{\circ}146 \sin l' \\ &\quad - 411^{\circ}608 \sin 2F - 211^{\circ}656 \sin (2l - 2D) \\ &\quad - 205^{\circ}962 \sin (l + l' - 2D) - 165^{\circ}145 \sin (l' - 2D) \\ &\quad + 147^{\circ}687 \sin (l - l') - 125^{\circ}154 \sin D \\ &\quad - 109^{\circ}673 \sin (l + l') + \dots \end{aligned}$$

ここで  $l = \zeta - I'$ 、 $l' = l' - \bar{\omega}'$ 、 $F = \zeta - \Omega$ 、 $l'$ 、 $\bar{\omega}'$  は太陽の平均黄経、平均近地点黄経である。

この第 2 項、第 5 項は、月の楕円運動を月の平均の動きにひきなおして見ることから起る項で中心差と呼ばれているものである。周期は 1 近点月となる。

第 3 項は出差といわれるもので、最大の周期的摂動である。これは太陽からの摂動項の内、月の平均黄経を含まない項に起因しており、惑星の運動理論の小分母の問題とは異なるが、月の平均運動より小さな太陽の平均運動が因子として摂動の分母に加わるためである。周期は、月、太陽の動き、月の近地点の動きを考慮すれば 31.81194 日となる。

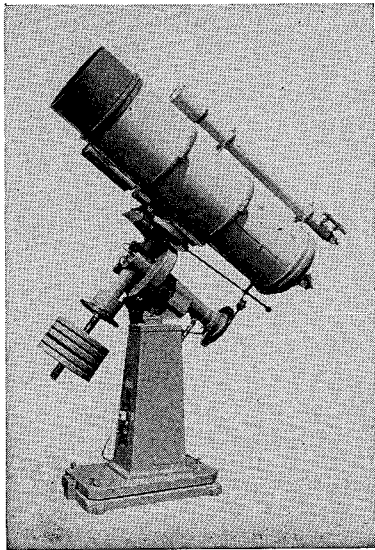
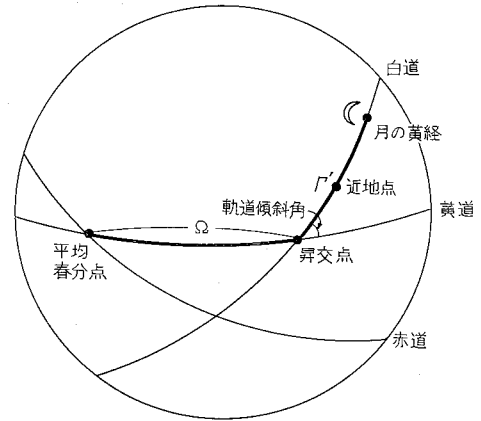
表 2

|           | Io    | Europa | Ganymede | Callisto |
|-----------|-------|--------|----------|----------|
| マイクロメータ測定 | 1'00  | 0'88   | 1'44     | 1'33     |
| ディスクメータ測定 | 0.87  | 0.75   | 1.30     | 1.21     |
| ダブルイメージ測定 | 0.93  | 0.82   | 1.47     | 1.32     |
| 遮蔽による法    | 0.905 | 0.78   | 1.36     | 1.25     |
| 干渉計利用     | 0.94  | 0.84   | 1.26     | 1.20     |

第4項は二均差で、その周期は明らかに半朔望月であるかなり大きな摂動であるが、周期が半朔望月であったため、日・月食の観測から多くの知識を得ていた古代ギリシャの人々は、この変動を知らなかったと云われている。

第6項は年差で、その周期は一近点年である。

第12項は月角差と呼ばれるものであるが、他のこれより大きい摂動をさしおいて重視された理由は、展開項  $\sin D$  係数に因子として  $a/a'$  を持つからである。つまりこれを実測値と比較すれば、太陽視差を決め得るからである。



天体望遠鏡  
ドーム、製作

## 西村製の天体望遠鏡

### 40 cm 反射望遠鏡の納入先

- No. 1 富山市立天文台
- No. 2 仙台市立天文台
- No. 3 東京大学
- No. 4 ハーバート大学 (USA)
- No. 5 ハーバート大学 (USA)
- No. 6 台北天文台 (TAIWAN)
- No. 7 北イリノイズ大学 (USA)
- No. 8 サン・チェゴ大学 (USA)
- No. 9 聖アンドリュース大学 (ENGLAND)
- No. 10 新潟大学高田分校
- No. 11 ソウル大学 (KOREA)
- No. 12 愛知教育大学(刈谷)
- No. 13 静岡大学

606 京都市左京区吉田二本松町 27

株式会社 西村製作所

TEL. (075) 771-1570  
691-9580