

# 太陽系の起源—ガスと粒子の系の非可逆過程

林 忠 四 郎\*

## §1. まえがき

太陽系の起源については、カント (1755) やラプラス (1796) 以来数多くの理論が展開されてきたが、その内容には各時代の学問の発展状況が如実に反映している。例えば、カントとラプラスの理論はニュートン力学の初期に対応し、パークランド (1912) らの電磁気説は電子やイオンの物理学の発展に対応している。また、ワイツェッカー (1944) の渦理論は流体の乱流理論の展開と深い関連をもっている。

1960年代に入って、惑星のもととなった太陽系星雲の構成物質。すなわち、星間ガスと星間微粒子の物理的・化学的本性がかかなり明確になるとともに、原始星の形成やその進化の理論も展開されるようになった。さらに、人工衛星などによる現太陽系の観測データの集積は、固体微粒子・隕石・彗星・月・惑星の本性を明らかにしつつあり、太陽系の進化の研究は実証科学の段階に入ったといえることができる。つまり、太陽系起源の理論には、これらの物理的・化学的・鉱物学的なデータを統一的に説明することが要求されているのであって、これは1940年以前には考えられなかったことであろう。

## §2. 最近の理論

一般にいて、太陽系の形成過程はガスと粒子集団の相互作用系の非常な長時間にわたる非可逆過程と考えねばならない。ここに、粒子とは、半径が  $10^{-6}$  cm の固体微粒子 (dust grains) から現在の惑星にいたる大小様々のものの総称である。また相互作用といっても、ガスと微粒子との間の分子的相互作用や、粒子相互間の分子的または重力的相互作用が含まれていて、微視的なものから非常に巨視的なものにわたっている。直接的な粒子衝突による粒子の付着・成長・破壊の過程もその一例である。

ところで、太陽系進化の非可逆過程を現在から過去にさかのぼって考察することは難しい。従って、原始太陽系星雲という初期条件を設定する必要があり、この条件のとり方によって多くのモデルがつくられる。この初期条件は、さらに過去にさかのぼると、銀河内の星間雲という初期条件にたどり着くであろうが、ここでは立入ら

ないことにする。

原始太陽系星雲の最近のモデルは、星雲の質量分布の違い、ならびに、電磁気作用を重要と考えるかどうかの違いによって大別される。まず、質量分布によってモデルは二つに分類される。一つは、サフロノフ (1969) や日下・中野・林 (1970) が考えたように、原始太陽の周りに比較的小質量、例えば太陽質量の  $1/20$  の程度のガス円盤が回転しているというモデルである。これに対して、キャメロン (1973) は太陽質量の2倍程度の、密度が比較的一様なガス円盤を考えている。しかし、この円盤は自己重力が大きすぎて不安定であり、現在の惑星よりも大質量のガス球に分裂するものと考えられる。

他方、電磁作用を重要視するものとしては、ホイール (1960) や最近のアルフヴェン (1970~) の理論がある。電磁作用は重要でないという明確な結論を現在出すことはできないが、少なくとも次のことに注意しておこう。原始太陽系星雲は、その形成のごく初期には  $10^3$  °K の程度の温度をもっていたが、円盤表面からの放射によって  $10^3$  年の間には  $10^2$  °K の程度まで冷却する。ガスの平均密度は  $10^{-9}$  g cm<sup>-3</sup> という大きい値をもつので、太陽のごく近傍と星雲のごく表面を除いた大部分のガスの電離度は  $10^{-10}$  以下である。このような非電離ガスでは、磁場の散逸時間は非常に短い。実際、太陽の紫外線や低エネルギー宇宙線の入射によって電離されるガスは星雲のごく表面に限られる。ホイールやアルフヴェンのモデルが現実的な意味をもつためには、上述の物理過程を考慮した根本的な再建が必要であろう。

以上の理由で、我田引水ではあるが、電磁作用を無視した日下・中野・林のモデルを星雲の初期条件として採用する。以下では、まずこのモデルについて簡単に説明し、ついで最近、林・中沢・足立 (1975~) が展開した惑星形成過程の理論を紹介しよう。

## §3. 原始星雲と粒子層の形成

原始太陽とこの周りの原始星雲の円盤は、もともと星間雲の重力崩壊によって形成されたもので、力学的な平衡状態に落ち着いたときの円盤のガスの温度は  $10^3$  °K、密度は  $10^{-10}$  g cm<sup>-3</sup> の程度であろう。もともと星間ガスに含まれていた固体微粒子の大半はこの高温時に蒸発したが、次に述べる温度降下によって直ちに再生したであろう。さて、円盤の表面からの放射(赤外線)放出によって、約  $10^3$  年の間には温度と円盤の厚さはともに  $1/10$  に

\* 京都大学理学部

C. Hayashi: Origin of the Solar System—Irreversible Process in a System of Gases and Particles.

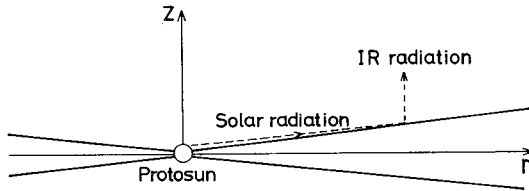


図 1 ガス円盤の断面

減少し、太陽輻射の流入と自己の輻射放出とが釣り合った熱的定常状態に落ち着く(図1参照)。目下はこの状態にあるガス円盤の構造を調べたのであって、その結果を表1に示す。この円盤の全質量は太陽の1/20であって、その自己重力は太陽重力に比べて無視することができ、重力的に安定であって分裂することはない。

太陽を原点として、円盤の赤道面を極座標  $r, \theta$  で表わし、この面に垂直な方向に  $Z$  軸をとる。ガスに働く  $r$  方向の力として、太陽重力、回転の遠心力、ガスの圧力があるが、これらはつり合っている。 $Z$  方向の力については、ガス圧のこう配が太陽重力の  $Z$  成分とつり合っていて、ガス温度が円盤の厚さを決めている。この温度自身は主として円盤表面の熱の出入のつり合いで定まっている。

さて、固体微粒子はガスとともに太陽の周りを回転しているが、太陽重力の  $Z$  成分のために円盤の赤道面に向かって極めてゆっくりと沈下する。この沈下速度はガスの抵抗によって決まるが、抵抗は微粒子の表面積とガス密度に比例していて、半径  $10^{-5}$  cm の微粒子の場合、沈下時間は  $10^7$  年の程度である。微粒子はもともとガス分子との相互作用のもとにブラウン運動をしていて、相互の衝突によって付着・成長する。約  $10^8$  年の間には、微粒子の平均半径は mm の程度に増大し、この半径の粒子は同じく  $10^8$  年で赤道面に沈殿する。以上のような生長沈殿の過程によって、ガス円盤の赤道面には、mm 半径の固体粒子の集団からなる非常に薄い円盤が形成される。この粒子層には比較的少量のガスが含まれている。上のガスと固体の分離時間  $10^8$  年は、ガス円盤に乱流や循環流がないとした場合の値であるが、この値は円盤の表面密度だけに依存し、円盤の温度や厚さに関係しないという一般性をもっている。

#### §4. 粒子層の分裂

前述の粒子層は沈殿の進行に伴って薄くなるが、その厚さがある限度以下になると、重力的に不安定になって、質量が  $10^{18} \sim 10^{20}$  g 程度の大きな、多数の塊に分裂する。これらは、あとで考える微小惑星の前身である。この粒子層の分裂機構は、60年代に銀河問題に関連して発展した円盤の安定性理論に従って次のように説明される。

微分回転している円盤のリング・モードの重力的不安

表 1 ガス円盤

場所	円盤の厚さ A.U.	ガス温度 °K	ガス密度 g cm <sup>-3</sup>	$\eta$
地球	0.08	230	$6 \times 10^{-9}$	0.002
木星	0.65	100	$2 \times 10^{-10}$	0.004

定性については、厳密な分散式が求められている。すなわち、分裂の条件は、ケプラーの回転角速度を  $\Omega$ 、粒子層の音速を  $c$ 、分裂の波数を  $k$  ( $2\pi/k$  が波長)、粒子層の表面密度を  $\rho_s$  として

$$\Omega^2 + c^2 k^2 < 2\pi G \rho_s k \quad (1)$$

で与えられる。左辺の第1項  $\Omega^2$  は太陽の潮汐力の効果、第2項は粒子層の圧力の効果を表わし、ともに分裂を阻止する要因である。これらの和が、右辺の表わすリングの自己重力の効果より小さくなった場合に、リングは分裂する。さて、粒子層が薄くなるに従って、そこに含まれるガス分子の数が減少するので、上の圧力項は小さくなり、ある段階で式(1)の不等号が成立つようになる。

この式に従うと、 $r$  方向の波長が約  $10^9$  cm という非常に細かい、多数のリングへの分裂が起ることになる。これらのリングの各々はさらに数珠玉状に分裂すると考えられる。以上の結論は、サフロノフ(1969)、林(1972)、ゴールドライヒ・ワード(1973)がそれぞれ独立に導いたものである。上のリング・モードのほかに、放射状のモードや渦巻状のモードなどへの分裂も考えられるが、微分回転円盤については、式(1)のような厳密な条件はまだ見出されていない。しかし、数値的には式(1)と大差があるとは思えないので、どのモードの分裂が先に起るにしても、最終的な分裂片の質量には大差がないであろう。

以上のように、固体微粒子の層は  $10^{18} \sim 10^{20}$  g の塊に分裂する。太陽系全体として、その数は  $10^{11} \sim 10^{13}$  個という膨大なものである。分裂直後の塊は、mm 半径の粒子とガスからなる比較的低密度のものであるが、自己重力による収縮を行って、徐々にガスを放出しながら固まって微小惑星になる。図1に示したガス円盤はそのまま残るので、この後の太陽系の進化の問題は、ガス円盤の赤道面近くを運動する微小惑星の大集団の進化過程を調べることにほかならない。このように、微粒子層の分裂という大事件を境にして、これ以前の段階ではガス分子と微細な粒子の相互作用が基本的な素過程であり、これ以後は微小惑星とガスからなる系の巨視的過程が問題となる。対象となる固体粒子の平均質量は、分裂を契機にして、大きく飛躍するのである。

#### §5. 微小惑星の遭遇効果

上のような微小惑星(以下では簡単に粒子と呼ぶこと

もある)の大集団から、非常に長時間を経て、現在の惑星がどのように形成されたかという問題を考えよう。集団の変化を引き起こす要因としては、粒子相互の直接的な衝突、遭遇の際の重力的な散乱、ガスの抵抗作用などがある。この節ではまず散乱効果を、次節以下で逐次的に他の効果を調べる。

形成直後の微小惑星は、太陽の周りにほぼ円運動をしていたものと考えられる。すなわち、各粒子のケプラー運動の離心率  $e$  と軌道傾斜  $i$  はともに非常に小さかったであろう。何故なら、短かい緩和時間をもつガスの運動は円運動であって、粒子層の分裂の前段階における粒子運動は、ガスの摩擦力の影響を受けて、やはり円運動に近かったからである。さて、微小惑星の運動の円運動からのずれ、すなわち、 $e$  と  $i$  に対応する運動をランダム運動と考えよう。ここに、ランダムというのは、非常に多数の粒子集団を問題にしている、集団の確率過程 (stochastic process) を考えるからである。このランダム運動の主要な原因は、2 粒子が遭遇するときの重力的散乱である。ところで、いまの場合、ランダム運動についての統計力学の正確な理論をつくりあげるのは容易でない。何故なら、気体運動論の場合と違って、粒子群は強い太陽重力場のなかにあり、さらに、2 粒子間の重力は遠距離力であるからである。

そこで、以前にチャンドラセカール (1942) が星団の力学について得た結果をできるだけ利用することにする。その結果は、プラズマ物理における電子・イオンの衝突時間の算定に用いられている (シュピツァーの教科書, 完全電離プラズマの物理, 1962 年, 参照), これらの結果を次に簡単に紹介しよう。

同一質量  $m$  をもち、マクスウェルの速度分布をもった粒子集団を考える。相互作用の時間を除いて、粒子はすべて自由とする。集団の平均速度  $v$  をもった粒子に着目し、時間  $dt$  の間に他粒子と多数回遭遇することによって受ける、速度の平行成分  $v_{||}$ , 垂直成分  $v_{\perp}$ , 運動エネルギー  $T = v^2/2$  の変化を考える。多数回の変化の和を記号  $\langle \rangle$  で表わすと、1 次の変化量  $\langle \Delta v_{||} \rangle$  や  $\langle \Delta T \rangle$  は零である。しかし、変化量の 2 乗の和は零ではなく、次のように表わされる。

$$\frac{\langle (\Delta T)^2 \rangle}{T^2} = 4 \frac{\langle (\Delta v_{||})^2 \rangle}{v^2} \approx \frac{\langle (\Delta v_{\perp})^2 \rangle}{v^2} \approx \frac{\Delta t}{t_c} \quad (2)$$

ここに、 $t_c$  は集団の自己衝突時間または緩和時間と呼ばれるもので

$$t_c = 1/nv\sigma \quad (3)$$

$$\sigma \approx \pi \left( \frac{2Gm}{v^2} \right)^2 \ln \left( \frac{v^2 d}{2Gm} \right) \quad (4)$$

と表わされる。ここに、 $n$  は粒子の数密度、 $\sigma$  は散乱の有効断面積、 $2Gm/v^2$  は 1 回の遭遇において粒子軌道が

$90^\circ$  曲げられる衝突引数 (impact parameter) であり、対数項の中の  $d$  は粒子間の平均距離である。式 (2) は、時間が  $dt = t_c$  だけ経過すると、粒子のエネルギーは  $1/2$  または 2 倍に変化し、また速度分布が異方的であった場合に、等方的になることを示している。

以上は太陽の重力場が無視できる場合の結果である。さて、太陽の周りを回転している粒子の運動は、ケプラー軌道の 3 要素、長半径  $a$ , 離心率  $e$ , 軌道傾斜  $i$  で記述され、残りの 3 要素 (昇交点経度, 近日点引数, 近日点通過時刻) はすべて  $2\pi$  を周期とする角変数であって、粒子集団における分布は完全にランダムであると考えよう。いま、ほぼ等しい長半径  $a$  をもつ粒子の集団を考え、離心率と軌道傾斜の平均値を  $e$  と  $i$  で表わし、これらは 1 に比べて十分小さいものとする。この場合、上に考えたマクスウェル分布の平均速度  $v$  は、近似的に

$$v \approx (e^2 + i^2)^{1/2} v_k \quad (5)$$

で与えられる。ここに、 $v_k$  は長半径  $a$  に対応するケプラー速度である。さて、集団の平均的な粒子に着目して、その  $\langle \Delta a \rangle$ ,  $\langle (\Delta a)^2 \rangle$  等を求めるのであるが、これらと上述の  $\langle \Delta v_{\perp} \rangle$ ,  $\langle (\Delta v_{\perp})^2 \rangle$  等との間の関係を用いて、次の結果が得られる。まず、 $\langle \Delta a \rangle = \langle \Delta e \rangle = \langle \Delta i \rangle = 0$  であり、ついで

$$\frac{\langle (\Delta a)^2 \rangle}{a^2 dt} \approx \frac{\langle (\Delta e)^2 \rangle}{dt} \approx \frac{\langle (\Delta i)^2 \rangle}{dt} \approx \frac{e^2 + i^2}{t_c} \quad (6)$$

上述の関係を導くにはかなりの紙数を要するので省略したが、詳しいことは林・中沢・足立の論文を参照していただきたい。

式 (6) の  $t_c$  としては、式 (3), (4), (5) を用いるのであるが、 $t_c$  は  $e, i$  のほかに数密度  $n$  にも依存している。平均の軌道傾斜  $i$  をもつ粒子群は、黄道面をはさんだ厚さ  $ai$  の層内を運動しているから、粒子数の表面密度を  $n_s$  として

$$n = n_s / ai \quad (7)$$

の関係がある。この  $n_s$  は長半径  $a$  と時刻  $t$  の関数として与えられているものとする。微小惑星の全質量、つまり固体の全質量はガスの質量の  $1/100$  として、表 1 のデータと  $m = 10^{21} g$  の値を採用した場合の  $n_s$  の値を表 2 に示す。

表 2 粒子 ( $m = 10^{21} g$ ) の特性

場所	$n_s (\text{cm}^{-2})$	$\tau_c (\text{yrs})$	$\tau_\sigma (\text{yrs})$
地球	$7 \times 10^{-20}$	$9 \times 10^{13}$	$1 \times 10^2$
木星	$2 \times 10^{-20}$	$2 \times 10^{14}$	$1 \times 10^4$

上の式 (7) を用いて、結局、式 (6) の右辺は

$$\frac{e^2 + i^2}{t_c} = \frac{1}{\tau_c} \frac{1}{i(e^2 + i^2)^{1/2}} \quad (8)$$

と表わされる。ここに、 $\tau_c$  は  $e, i$  には無関係で、 $m$  と

$n_3$  に依存する時間尺度であって、すべての量を c.g.s. 単位で測って

$$\tau_0 = 9 \times 10^{69} (\Omega a^2 n_3 m^2)^{-1} \text{ sec.} \quad (9)$$

と表わされる (表 2 参照). ただし, 式 (4) の対数項の値は 15 にとってある.

さて, 式 (6) と (8) は次のような意味をもっている. いわゆるマルコフ過程としての確率過程においては, 平均粒子の  $a, e, i$  の値は, それぞれ  $\langle (Da)^2 \rangle / 2\Delta t$ ,  $\langle (De)^2 \rangle / 2\Delta t$ ,  $\langle (Di)^2 \rangle / 2\Delta t$  で与えられる拡散係数をもって, 拡散的な (つまりブラウン運動的な) 時間変化をするのである. この拡散は  $i(e^2 + i^2)^{1/2}$  の値が小さいほど速いのであって, この  $i$  は粒子運動領域の厚さから来たものであり,  $(e^2 + i^2)^{1/2}$  は速度の小さい粒子ほど大きく散乱されることから来ている. この拡散によって  $a$  が 1/2 または 2 倍になる時間は, 式 (6) の逆数で与えられる. 図 2 は,  $e$  と  $i$  が拡散的に増大する様子を模式的に画いたもので, 白い矢印は, 次節に述べるガス効果によってその増大が抑制されることを示す. また図 3 は, 太陽の周りに円運動している粒子集団があった場合に, 拡散によって,  $i$  が増大するとともに  $a$  の分布が広がって行く様子を示したものである.

上の図に示したような  $a, e, i$  の分布の変化の非可逆性は, 系全体としてのエネルギー保存則や角運動量保存則とは全然矛盾していないのであ

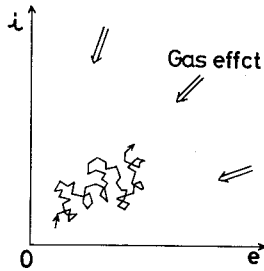


図 2 遭遇効果による離心率と軌道傾斜の拡散的变化

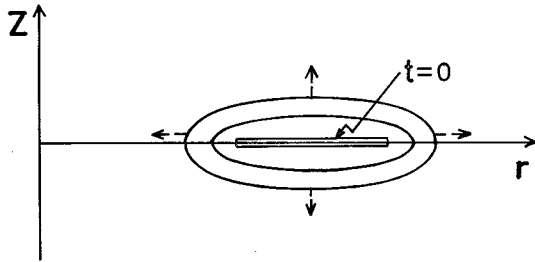


図 3 遭遇効果による粒子分布の拡散

る. すなわち, ケプラー粒子集団は  $a$  の分布が拡がることによって常にエネルギーを得るが, このエネルギーは  $e$  と  $i$  に対応するランダム運動に転化して, これはエントロピー増大の法則にほかならない. この非可逆性は,  $a, e, i$  以外の軌道要素が完全にランダムであるとした仮定に由来している,

## § 6. ガス抵抗の効果

前節の遭遇効果は粒子集団の  $e$  と  $i$  を増大させるが, 次に述べるガス抵抗の効果はこれらを常に減少させる方向に働くのである. 前に述べたように, 円盤のガスは太陽の周りに円運動しているものとする. 太陽を中心とした黄道面において, ガスに働く  $r$  方向の力のつり合いは

$$r\Omega_g^2 = r\Omega^2 + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} \quad (10)$$

と書ける. ここに,  $\Omega_g$  と  $\Omega$  はそれぞれガスと粒子の円運動の回転速度,  $p$  と  $\rho$  はガスの圧力と密度である. 粒子と違ってガスには圧力が働き, 圧力こう配  $dp/dr$  は一般に負であるから, ガスは粒子よりも少しだけゆっくりと回転している. すなわち, 式 (10) を書き直すと

$$\Omega_g = \Omega(1 - \eta), \quad \eta = -\frac{c^2}{v_k^2} \frac{d \ln p}{d \ln r} \quad (11)$$

となる. ここに,  $c$  はガスの音速,  $d \ln p / d \ln r$  は 1 の程度の量であって,  $\eta$  は表 1 に示したような  $10^{-3}$  の程度の小さい値をもつ.

粒子の軌道要素を  $a, e, i$  (ただし,  $e, i \ll 1$ ) とすると, 粒子とガスの間には相対速度,  $u \approx (e + i + \eta)v_k$ , が存在し, 粒子はガスの抵抗  $\sim \pi r_p^2 \rho u^2$  ( $r_p$  は粒子半径) を受けて, 長期的には  $a, e, i$  のすべてが減少する. 天体力学の摂動論に従った足立・林・中沢の計算によると, これらの時間変化は近似的に

$$\frac{1}{a} \frac{da}{dt} \approx -\frac{2}{\tau_g} (e + i + \eta)(\eta + e^2) \quad (12)$$

$$\frac{1}{e} \frac{de}{dt} \approx \frac{1}{i} \frac{di}{dt} \approx -\frac{e + i + \eta}{\tau_g} \quad (13)$$

で与えられる. ここに,  $\tau_g$  は粒子質量  $m$  とガス密度  $\rho$  に依存する時間尺度であって, 固体密度を  $3 \text{ g cm}^{-3}$  にとると, c.g.s. 単位では

$$\tau_g = 7 m^{1/3} v_k^{-1} \rho^{-1} \text{ sec} \quad (14)$$

と表わされる. 表 1 のデータと  $m = 10^{21} \text{ g}$  に対する  $\tau_g$  の値を表 2 に示す.

上の式 (12), (13) より,  $a$  の減少率は  $e$  や  $i$  の減少率に比べてずっと小さいことがわかる. すなわち, ガス効果だけがある場合には, 粒子の楕円軌道はまず円軌道に近づき, その後は徐々に  $a$  が減少する. しかし, 次節に述べるように, 実際は遭遇効果が働いて,  $e$  と  $i$  が  $\eta$  より大きな値をもつので, 遭遇効果がないとした場合に比べて,  $a$  は速く減少する. 最後に, 粒子集団の  $a, e, i$  の分布に対して, 遭遇効果が“拡散”を引き起こすのに対して, ガス効果は“流れ”を引き起こすという違いがあることに注意しておこう.

## § 7. 遭遇効果とガス効果の結合

粒子集団に遭遇効果とガス効果が同時に働く場合を考

えよう。まず、ほぼ同じ長半径  $a$  をもつ粒子集団の平均の離心率  $e$  と軌道傾斜  $i$  の時間変化は、式 (6), (8), (13) から、近似的に

$$\frac{1}{e^2} \frac{de^2}{dt} = \frac{1}{\tau_0} \frac{1}{e^{2i}(e^2+i^2)^{1/2}} - \frac{e+i+\eta}{\tau_g} \quad (15)$$

$$\frac{1}{i^2} \frac{di^2}{dt} = \frac{1}{\tau_0} \frac{1}{i^{2e}(e^2+i^2)^{1/2}} - \frac{e+i+\eta}{\tau_g} \quad (16)$$

と表わされる。両式の第1項は遭遇効果、第2項はガス効果を表わしている。

後に示すように、上式による  $e$  と  $i$  の変化時間は、 $a$  の変化時間に比べてずっと短いので、まず  $e$  と  $i$  の各々はその増減がつり合った平衡値をとることになる。この平衡値は、 $de^2/dt = di^2/dt = 0$  を解くことによって、 $e, i \gg \eta$  の場合には

$$e = i = (\tau_g/\tau_0)^{1/5} \quad (17)$$

と表わされる。この式はまた、式 (9) と (14) を用いて、c.g.s. 単位系では

$$e = i = 1 \times 10^{-13} (a n_s m / \rho)^{1/5} m^{4/15} \quad (18)$$

と表わされる。表1のデータと  $m = 10^{21} g$  の値に対しては、 $e$  と  $i$  の平衡値は表3に示したような小さい値をとる。しかし、質量の表面密度  $n_s m$  を一定に保って、 $m$  を  $10^{25} g$  に増大すると、 $e$  と  $i$  の平衡値は表3の値の約10倍になる。これが現在の惑星軌道の  $e$  と  $i$  の値に近いことは注目に値する。実際、微小惑星が相互の衝突によって、 $10^{25} g$  の質量に成長することは可能であるからである。

表3 遠方粒子 ( $m = 10^{21} g$ ) の特性

場所	$e = i$	$t_a$ (yrs)	$t_f$ (yrs)
地球	0.003	$1 \times 10^9$	$8 \times 10^6$
木星	0.006	$1 \times 10^{10}$	$2 \times 10^5$

さて、以上のように  $e$  と  $i$  の値がわかると、これを用いて、遭遇効果によって長半径  $a$  が1/2または2倍に変化する時間(拡散時間)  $t_a$ 、および、ガス効果によって  $a$  が1/2に減少する時間(流れの時間)  $t_f$ を知ることができる。この  $t_a$  と  $t_f$  はそれぞれ式(6)と式(12)の逆数で与えられ、c.g.s. 単位系では

$$t_a = 4 \times 10^{38} v_k^{-1} \rho^{-2/5} (a n_s m)^{-3/5} m^{-7/15} \text{ sec} \quad (19)$$

$$t_f = 1 \times 10^{18} v_k^{-1} \rho^{-4/5} (a n_s m)^{-1/5} m^{1/15} \eta^{-1} \text{ sec} \quad (20)$$

と表わされる(ただし、 $e, i \gg \eta \gg e^2$  の場合)。上の  $t_a$  と  $t_f$  は、太陽系空間における粒子集団の  $r$  方向の大規模な移動の速さを表わす時間尺度であって、その  $\rho$ ,  $n_s$ ,  $m$  などのパラメーターに対する依存性を上式で示してある。さて、表1のデータと  $m = 10^{21} g$  の値に対する  $t_a$  の値は、表3に示すように、 $t_f$  の値よりずっと長い。しかし、 $m = 10^{25} g$  の場合、 $t_a$  と  $t_f$  は同じ程度の大きさであることに注意しよう。

以上の結果から、遭遇効果とガス効果は互いに協同的に働いて、粒子集団の  $r$  方向の移動を促進していることがわかる。例えば、遭遇効果のない場合を考えると、 $e$  と  $i$  はほぼ零であって、流れの時間  $t_f$  は  $\tau_0/\eta^2$  の程度である。これに比べて、式(20)の  $t_f$  は  $\tau_0/e\eta$  の程度であって、因子  $e/\eta$  だけ小さくなっている。また、ガス効果が存在しない場合には、おおざっぱにいて  $e \approx i \approx 1$  であって、拡散時間  $t_a$  は  $\tau_0$  の程度である。これに比べて、式(19)の  $t_a$  は  $\tau_0 e^2$  の程度であって、かなり短くなっている。最後に、 $e$  と  $i$  の平衡値達成に要する時間は、 $t_a$  の  $e^2$  倍、 $t_f$  の  $\eta$  倍であって、 $t_a$  と  $t_f$  のどれよりも短かいことに注意しておこう。

## §8. 原始惑星の形成

微粒子層の分裂によって生れた  $10^{18} \sim 10^{20} g$  の微小惑星は、前節に述べたように、 $10^{-3}$  の程度の  $e$  と  $i$  をもってランダム運動している。この運動の平均速度は  $(e+i)v_k$  の程度であって、この速度をもった粒子が、他粒子との遭遇の際にそのヒル球(Hill sphere, 重力作用圏)を横切る時間はケプラー周期に比べてずっと短い。また、粒子間の重力相互作用の平均エネルギーに比べて、粒子のランダム運動のエネルギーは大きく、粒子集団はこの意味で“高エネルギー的”または“高温”であるといえる。

このような速度をもった微小惑星が、直接的な衝突によって付着・生長するとき、集団粒子のスペクトルがどのように変化するかを中川は調べている。付着の断面積としては

$$\sigma = \pi (r_1 + r_2)^2 \left\{ 1 + \frac{2G(m_1 + m_2)}{v^2 (r_1 + r_2)} \right\} \quad (21)$$

を採用している。ここに、 $r_1$  と  $r_2$  は衝突2粒子の半径、 $m_1$  と  $m_2$  は質量であり、 $v$  は2粒子が十分離れているときの相対速度であって、式(5)で与えられる。計算結果によると、最初は  $10^{20} g$  の同一質量の集団であったものが、約  $10^4$  年後には、ごく小数のものは  $10^{25} g$  程度の原始惑星に成長する。しかし、大多数の微小惑星はほとんど成長することなしに残っている。従って、次の課題は小数の原始惑星が、残っている微小惑星をどのように捕獲して惑星に生長するかを調べることである。

ところで、質量が  $10^{26} g$  以上の原始惑星の場合には、微小惑星捕獲の機構が変わってくる。小質量の原始惑星では、重力が大きくないので、これを取り巻くガスの密度はガス円盤の密度と大差はない。しかし、 $10^{26} g$  以上の質量になると、惑星表面からの脱出速度がガスの音速を越すようになる。換言すると、ガスは原始惑星の重力場に捕えられて、そのヒル球は比較的高密度のガスで満たされるようになる。従って、微小惑星が原始惑星に直

接衝突しなくても、そのヒル球内に一度入りさえすれば、ガスの抵抗を受けて運動エネルギーを徐々に失い、遂には惑星表面に落ちることになる。次節では、原始惑星のヒル球に捕えられるまでの微小惑星の運動に対して、原始惑星の重力がどのような摂動効果を及ぼすかを考えよう。

§9. 原始惑星の摂動効果 (制限3体問題)

われわれの数値的な軌道計算の結果によると、微小惑星に対する原始惑星の摂動効果が遭遇効果やガス効果が上回るのは、原始惑星からの距離がヒル球の半径の約10倍以内の領域である。以下においては、この領域内に軌道が入るような粒子を考え、簡単のために遭遇効果とガス効果を見捨てることにする。すなわち、太陽、原始惑星、微小惑星に対する制限3体問題を考える。

簡単のため、原始惑星の離心率と軌道傾斜はともに零とし、さらに黄道面内の粒子運動に話を限ることにする。太陽と原始惑星の重心を座標原点とし、両者がx軸上に静止しているような回転座標系(x, y)を採用する。上の重心と太陽の間の距離は実質的には無視できる。さて、長さの単位として太陽と原始惑星の間の距離、質量の単位として太陽と惑星の質量の和、時間の単位として座標系の回転角速度の逆数を選ぶと、この単位系での微小惑星の運動方程式は

$$\ddot{x} - 2\dot{y} = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad \ddot{y} + 2\dot{x} = -\frac{\partial U}{\partial y} \quad (22)$$

となる。Uは遠心力を含んだ力のポテンシャルで

$$U = -\frac{1-\mu}{r_1} - \frac{\mu}{r_2} - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{3}{2} + \frac{9}{2}h^2 \quad (23)$$

と表わされる。ここに、r<sub>1</sub>とr<sub>2</sub>はそれぞれ太陽と惑星

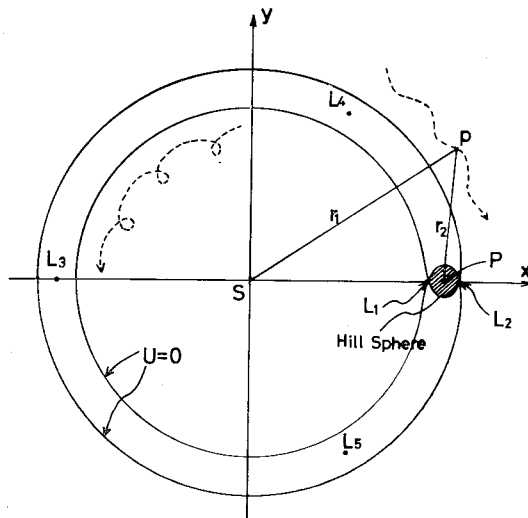


図4 太陽S, 惑星P, 粒子pの3体問題

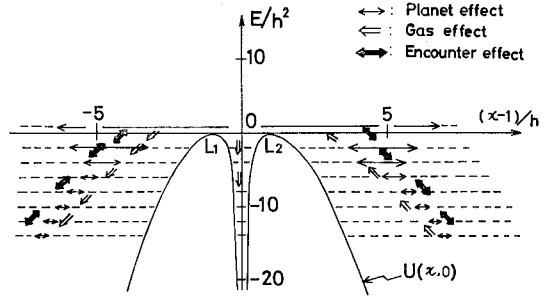


図5 惑星近傍のポテンシャルと粒子の振る舞い

からの距離、μは惑星の質量で10<sup>-8</sup>~10<sup>-4</sup>の範囲にある小さい量である。また、3/2+9h<sup>2</sup>/2は、h<sup>3</sup>以上の小量を見捨てる場合、ラグランジュ点L<sub>1</sub>とL<sub>2</sub>(図4参照)においてU=0になるように付加した定数である。ただし、hは

$$h = (\mu/3)^{1/3} \quad (24)$$

で定義されたヒル球の半径である。われわれはh ≤ 0.03の場合を考える。

図4には、点L<sub>1</sub>とL<sub>2</sub>を通るU=0の等ポテンシャル曲線を示してあるが、この2曲線が囲む狭い領域(ただし、ヒル球を除く)内だけでU>0であり、他のすべての領域ではU<0である。この様子をさらに詳しく見るために、惑星の近傍のx軸上におけるポテンシャル曲線を図5に示してある。さて、式(22)より運動の定数としてのエネルギー積分

$$E = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + U \quad (25)$$

が導かれる。この符号を変えたものはヤコビ積分と呼ばれている。図5には、このエネルギーEの準位が模式的に示してある。制限3体問題の範囲内では、粒子の運動は一つのエネルギー準位上に限られる。従って、図5のポテンシャル曲線の外側の領域にある負エネルギーの粒子はヒル球内に入ることは許されない。入るためには、前に述べた遭遇効果やガス効果によって、少しずつエネルギーを変えながら正エネルギー準位に移行することが必要である。

ところでわれわれは、μとEが種々の値をもつ場合について式(22)を数値的に積分して、粒子が惑星と最大1000回の会合をするまでの期間の粒子運動の変化、とくに軌道の3要素a, e, iの永年変化の様子を詳しく調べた。その結果として、粒子のeは惑星と会合するたびに一般にランダムな変化をするが、この変化の振幅やeのとり得る最大値e<sub>max</sub>はE/h<sup>2</sup>の値に強く依存し、e<sub>max</sub>の値は近似的には次のスケール則

$$e_{max} = hf(E/h^2) \quad (26)$$

で表わされることが見出された。ここに、f(x)はxの

増大関数であって、とくに  $x \approx -1$  のあたりで急激に増大する。例えば、 $\mu = 1 \times 10^{-4}$  ( $h = 0.032$ ) の場合の  $e_{\max}$  の値は、 $E/h^2 = -5$  の粒子では 0.02 の程度であるが、 $E/h^2 = -0.5$  の粒子では 0.1 という大きい値をとる。

また、上の  $e_{\max}$  の値が §7 で求めた  $e$  の平衡値を上回るのは、 $E/h^2 \geq -20$  の粒子であって、このような粒子の長半径  $a$  は  $1 + 10h \geq a \geq 1 - 10h$  の範囲にある。これらの粒子を惑星の近接粒子、上の範囲外の粒子を遠方粒子と呼ぶことにする。

近接粒子は遠方粒子よりも大きい  $e$  をもつので、式 (8) に従って、その遭遇効果による拡散 ( $E$  の変化といってもよい) は遠方粒子の拡散に比べて抑制されることになる。他方、ガス効果による  $a$  の変化は遠方粒子に比べて促進される。ただし、説明を省略するが、0.1 という大きな  $e$  をもつ粒子に対しては、ガス効果は  $E$  を減少させる方向に働くのである。結局のところ、比較的小質量の原始惑星の摂動効果はヒル球への粒子の流入を助けるが、大質量の原始惑星の摂動効果は流入を抑制する方向に働くのである。

以上の話は、主として負エネルギー ( $E \leq 0$ ) 粒子の運

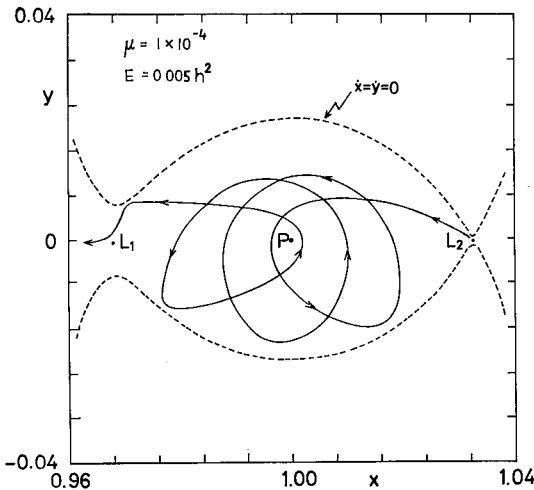


図 6 ヒル球内の軌道

動についてであった。われわれはさらに、 $E$  が正の小さい値をもつ場合の粒子の 3 体問題の軌道を多数計算することによって、これらの粒子は惑星と平均 20 回の会合をする間には、ラグランジュ点  $L_1, L_2$  の近傍にあるポテンシャルの狭い門を通して、ヒル球内に突入することを見出した。従って、粒子が  $E > 0$  のエネルギー準位に移行すれば、比較的短時間のうちにヒル球内に捕えられることになる。

このようにしてヒル球内に入った粒子の軌道の簡単な例を図 6 に示す。この外に、非常に複雑な軌道もある

が、どの軌道も次のような 2 つの特徴をもっている。

- (1) 軌道は原始惑星の近傍に接近し、最近接距離はヒル半径の 1/10 以下である。従って、惑星を取り巻くガスの抵抗を十分に受けて、ヒル球から再び脱出することはない。
- (2) 惑星の周りの運動の向きは、常に惑星の公転の向きに一致している。このことは、惑星の自転や衛星の公転の向きを説明するのに都合がよいであろう。

### §10. 惑星への生長

これまで述べてきた遭遇効果、ガス効果、原始惑星の効果の 3 つを総合することによって、原始惑星が微小惑星をヒル球内に捕獲することによって惑星に生長するまでの時間を計算することができる。ガスの密度は表 1 の値を採用し、初期条件としては、質量  $10^{25} g$  の 1 個の原始惑星と表 2 の表面密度  $n_s$  をもって一様に分布した微小惑星の集団を考える。われわれは、粒子集団の平均の離心率  $e$  と軌道傾斜  $i$  を長半径  $a$  の関数、または前節のエネルギー  $E$  の関数として表わし、集団の長半径  $a$  の分布関数  $f(a, t)$  の時間変化を記述するフォッカー・プランク (Fokker-Planck) 方程式を設定した。この方程

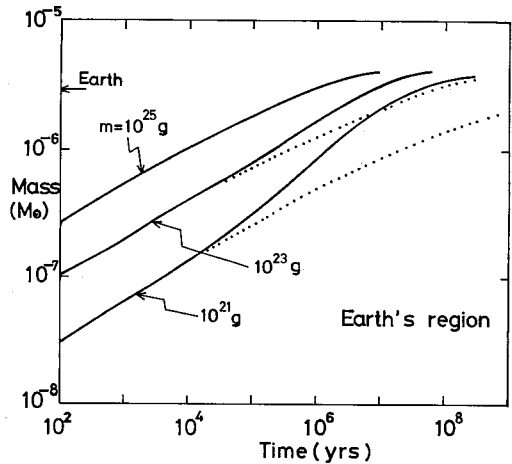


図 7 地球の生長曲線

式には、遭遇効果による拡散の項とガス効果による流れの項の 2 つが含まれている。なお、遠方の境界条件については、原始惑星の軌道半径の 3/4 倍および 4/3 倍の半径をもつ太陽中心の 2 つの円を境界と考え、これらの境界を横切る粒子の流れはないものとする。

上の方程式を数値的に解くことによって得られた、原始地球の成長曲線を図 7 に示す。微小惑星の質量  $m$  として、 $10^{21}, 10^{23}, 10^{25} g$  の値を採用した場合の生成曲線を実線で示してある。これは、遠方粒子が原始惑星に近づくまでの間に、相互の衝突によって生長することを考慮したのである。また、図の点線は、ガス密度として表 1 の 1/100 の値を採用した場合の結果を参考のために示

したものである。これらの結果は、約  $10^7$  年の間に地球が形成されることを示している。原始木星についても、同様な計算の結果、約  $10^8$  年で現在の木星の  $1/50$  の質量をもった固体のしん (core) が形成されることになる。このようなしんが重力的に円盤のガスを大量に捕獲することによって、現在の木星が形成されたのであろう。

以上は、微小惑星の質量を一定と仮定した場合の結果であって、微小惑星自身の生長過程は計算されていない。実際は、微小惑星の質量はあるスペクトル分布をもち、これが時間的に変化するはずである。このような分布の変化を調べるためには、微小惑星相互の衝突過程において、付着や破壊がどの程度の割合で起るかをまず知らねばならない。

### §11. むすび

惑星が形成された後に、円盤のガスは太陽系から逃げ出したものと思われる。ガスの脱出機構はまだ明らかでないが、可能な機構の一つとして、太陽風が円盤表面の電離層を徐々に吹き飛ばすというシャツマン (~1970) の考えをあげることができる。他方、次のような機構がどれだけの効果をもつかを定量的に調べることも必要であろう。現在の木星のヒル球の半径は約  $0.4 \text{ A.U.}$  であって、これは表 1 に示したガス円盤の厚さの半分以上である。さらに、木星は離心率  $0.05$  をもってガスをかく乱して、そのガス運動に対する重力効果は大きいものであろう。

衛星の形成過程は、定性的には、本稿で述べたような惑星の形成過程に似た点が多いと思われる。しかし、定量的な話をするためには、惑星のヒル球を満たしていたガスの分布、運動、その時間変化の様子をまず知らねばならない。ついで、このガス中での微小惑星の遭遇効果とガス効果を調べる必要がある。ところで、このガスは円盤のガスが太陽系から脱出したときに、同時に逃げ出したはずである。この時期にヒル球内で運動していた微小惑星は衛星として取り残されたであろう。

本稿では、主として、膨大な数の粒子集団における確率過程を考えた。現在の惑星・衛星系のように粒子数が大きく減少した集団については、もちろん確率過程の仮定は成立しない。かわってラプラス以来考えられてきた惑星系の永年摂動が問題となる。他方、現在の惑星・衛星の自転、公転の周期の間には、簡単な尽数関係が存在する例が多く知られている (堀源一郎, 天文月報, 69 巻第 6 号)。これは集団の粒子数が次第に減少して行く過程において、粒子数がある程度以下になった段階では、尽数関係を満たすような粒子が選択的に取り残されたためであると思われる。

最も権威ある  
科学データブック

# 理科年表

52年版

東京天文台 編  
〈A6〉 800円

科学知識として日常に必要ないろいろな定数、資料を暦・天文・気象・物理化学・地学の各分野にわたって完全に集約した権威ある書

# 宇宙の物理

日本物理学会 編  
〈A5〉 2,500円

宇宙の諸問題を、関連する諸科学の総合の上に立ち、体系的な理解がえられるように特に配慮し、宇宙物理学の基礎をくわしく解説

M

丸善

東京・日本橋 / 振替: 東京 7-5 番