

原始宇宙乱流

田 辺 健 茲*

1. はじめに

宇宙が膨張しているという事実は、二十世紀における自然科学上の最大の発見の一つといってよいだろう。この膨張宇宙の観測的証拠は、銀河の遠ざかる速さが我々の住んでいる銀河からの距離に比例するという、いわゆるハッブルの法則にある。ところが、我々のお隣りの銀河であるアンドロメダ大星雲は、我々の方へ向かって秒速 100 km を越える猛スピードで近づいているのである。ちょっと考えると、アンドロメダ大星雲だけがハッブルの法則に反しているかのように思われるが、実は、大部分の銀河が毎秒 300 km 程度のスピード違反をやっていることが知られている。ただ、遠方ほど膨張のスピードが大きくなるために、違反が目立たないだけである。言いかえれば、ハッブルの法則は平均的に成り立つ法則で、平均からのずれ（これを固有運動という）は、約 300 km/秒ということになる。

一方、銀河自身は、その扁平で渦巻き型の姿から推測されるように、回転運動をしている。円盤の縁の回転速度も、また約 300 km/秒である。現在、銀河間の平均距離が 200 万光年、銀河の直径が 10 万光年であることから、宇宙が現在の二十分の一以下に縮んでいた時代には、銀河は空間にすき間なくひしめき合っていただろう。その上に、この生まれたての銀河たちは、秒速千キロメートル以上の猛烈なスピードで走りまわったり回転していたであろう。このような固有運動や回転運動は、銀河の誕生より後で生じたと考えるには余りに大きい値をもっている。とすると、宇宙の初期は静かな状態にあったのではなく、乱れた運動の状態にあったと考えられないだろうか。

2. 銀河の起源をさぐる

ジョージ・ガモフという名前は「ガモフ全集」などの科学啓蒙書の著者として知られているが、自然科学の新分野の開拓者として、多くの業績を残した人である。特に宇宙論においては、1930年代末から50年代にかけて、宇宙黒体放射の存在の予言、元素の起源、銀河形成の理論などの画期的な研究を発表して、現代の宇宙論の基礎を築いたのである。その彼が1951年に書いた「宇宙の創造」という本は、ガモフとその研究グループの当時の生々しい研究成果がとり入れられていて、「ガモフ全集」

* 広島大学理論物理学研究所 K. Tanabe: Primordial Cosmic Turbulence.

のなかでも特に精彩ある一冊となっている。その第四章で、彼は銀河の誕生について、次のように述べている。銀河は、宇宙が膨張によって十分温度が下り、輻射圧の影響がなくなった頃に、一様に分布している気体分子のなかで偶然に生じた密度の濃い部分（これを統計的ゆらぎという）から誕生したのである。このゆらぎは、サイズが小さければ、重力によって縮んでも、圧力が働いて押し戻され、結局は振動するだけだが、十分大きければ、重力が圧力に打ち勝って収縮し続ける（これを重力不安定という）。この振動と収縮の境界の質量（ジーンズ質量とよばれる）を計算すると、太陽質量の百万倍 ($10^6 M_{\odot}$ と書く) 程度であるが、これは観測される銀河の質量 ($10^8 M_{\odot} \sim 10^{12} M_{\odot}$) よりも小さいものの、「満足すべき結果である」、とガモフは述べている。実際、このようなメカニズムで銀河が形成されるとすれば、何の仮定も入れずに宇宙の現在の姿を説明できることになるのだから、全く理想的であっただろう。

ところが、この本が書かれる五年程前に、ソ連の代表的宇宙論物理学者エフゲニー・リフシッツは、膨張宇宙のなかでの重力不安定を詳しく調べた。その結果、密度のゆらぎ $\delta\rho/\rho$ (ρ は平均密度、 $\delta\rho$ はそれからのずれ) は、輻射の影響がなくなった時期で、時間の $2/3$ 乗でしか成長しないことがわかった。これは静止している気体の場合の成長速度が指数関数的に増大するのに比べて、著しく遅いといえる。前に述べた統計的ゆらぎは、粒子数を N とすると $1/\sqrt{N}$ で表わされる。銀河程度の質量では N は 10^{68} となるから、 $\delta\rho/\rho = 10^{-34}$ という小さい値である。そうすると、このゆらぎが発生した時刻を十分過去に（膨張開始後 10 万年）とっても、100 億年という宇宙の年齢の間に、せいぜい 3 桁しか成長しないことがわかる。言いかえれば、現在の宇宙のように $\delta\rho/\rho$ が 1 以上になるためには、少くとも最初の密度ゆらぎは 10^{-3} 以上必要なのである。ガモフ自身も、1952年にこの事に気づき（リフシッツの研究を、彼は知らなかったようである）、膨張宇宙の中で銀河が生まれるためには、統計的ゆらぎでない別の核になるものが必要であり、それは乱流であろう、という見解を発表した。彼がただちに乱流を思いついた背景には、原子核物理学者として、また平和運動家としても知られているカール・フリードリッヒ・フォン・ヴァイゼッカーの乱流による天体形成の研究があった。彼は、乱流の性質と天体の階層性が似ていることに注目して、乱流による天体の起源を論じ

た。特に銀河の場合、固有運動と回転運動の速度がほぼ同じ値であることが乱流の渦の性質と似ていることから、銀河は乱流から生まれたのではないかという考えに達したのである。

フォン・ヴァイゼッカーおよびガモフの考えは、我が国の宇宙論研究の第一人者である成相秀一にひきつがれた。彼は、定式化されて間もない乱流の統計理論を膨張宇宙に適用して、乱流の時間的変化を詳しく調べた。彼の研究は現在もなお、膨張宇宙における乱流の定量的研究の基礎になっている。

しかし、成功しそうに見えた銀河形成の乱流説も重大な難点があった。それは、銀河の誕生の時期に存在したであろう秒速 1000 km を越すような乱流は、超音速のはずだから、衝撃波を発生するなどして急速に減衰してしまう。それゆえ、宇宙には最初からこのような超音速乱流が存在したとは考え難い。そのようなわけで、乱流説が再び日の目を見るには、さらに十年以上の歳月を要したのである。

1965年に、偶然のことから、絶対温度が3度の宇宙黒体放射が発見されて、かつてガモフが予言した“熱い膨張宇宙”が確認された。

この発見は、銀河形成の乱流説を復活させるという大きな役割を果たした。1968年にソ連のレオニード・オゼルノイらは次のような説を発表した。宇宙の初期は、高温のために物質は電離してプラズマ状態になっていたであろう。そのため、物質は光に対して不透明になり、光と物質の混合状態になっていたと考えてよい。そうすると、音速は光速の数分の一程度の大きな値になるから、秒速数千キロメートルという乱流も十分超音速になり、上に述べた乱流説の困難は避けられるのである。この後、乱流説は各国で精力的に研究されるようになったが、惜しいことにガモフは同じ年の八月に亡くなった。もし健在であつたら、「宇宙の創造」の改訂版を世に送ってくれたのではないかと思うと残念な気がしてならない。

3. 原始宇宙乱流

乱流は、水や空気のような流れる物質のなかに頻繁に見られる、ごく日常的な現象である。たとえば、谷あいの急流であるとか、立ちのぼる煙など数え上げるときりがないであろう。乱流が物を形成する例としては、阿部公房の小説「砂の女」に、砂漠の砂の直径は空気の乱流の最小波長にほぼ等しい、というような話が出ている。このように現象としてはありふれているものの、乱流という言葉は、何となくつかみどころがない感じがするし、ましてや乱流理論になじんでいる人は稀れであろうから、乱流とその理論について簡単に述べよう。乱流を厳密に定義することは難しいので、ここでは、乱流とは速

度や圧力が不規則に変化する流れである、ということにする。自然界で見られる乱流は、殆んどが非圧縮性（密度が変化しない）であるから、乱流は大小さまざまな渦運動の重ね合わせと考えられる。このような速度場は、その不規則性のために、意味があるものは平均的な量でしかない。それで、乱流を表わす量としてよく用いられる平均量には、2点 \mathbf{x} および $\mathbf{x}+\mathbf{r}$ における速度の積の平均値 $\overline{u_i(t, \mathbf{x})u_j(t, \mathbf{x}+\mathbf{r})}$ (これを2次の相関とよぶ) などがある。この量を決定する方程式のもとになるものは、ナビエ・ストークス方程式というもので、流体に対するニュートンの運動方程式といってよい。ただ、ナビエ・ストークス方程式は質点の運動でなく、速度場 $\mathbf{u}(t, \mathbf{x})$ を決める方程式であるから、速度場について非線型な方程式である。この非線型ということは、流体の各部分が平均的な流れからずれて、回転運動などをするときの、遠心力のようなもので、これが効くことが、流れが乱流であるための必要条件といってよい。さて、この2次の相関に対する方程式を、ナビエ・ストークス方程式から導いてみると、非線型性のために、新たに未知関数として3次の相関が含まれてくる。3次の相関に対する方程式をつくれば、今度は4次の相関が含まれるという具合に、いつまでたっても方程式系は閉じないのである。これをいかに合理的に閉じさせるかが、乱流理論の最大の課題といってよいであろう。乱流のなかで最も単純で、物理的に興味深いのが、一様かつ等方な乱流である。この等方性乱流の場合、2次の相関の代りに、より簡単な、速度の平均値 $\overline{u^2(t)}$ と相関関数 $f(t, r)$ というスカラー量を求めることになるが、それらを求める方程式（カルマン・ハワース方程式）も、やはり閉じていないという事情に変わりはない。けれども次のような定性的な考察から、 $f(t, r)$ の関数形が決まるのである。乱流は、前にも述べたように、大小さまざまな渦の重ね合わせであるが、非線型効果のため、大きな渦はより小さな渦へとこわれてゆく。最も小さい渦は粘性によって消散し熱に変わる。このような一連の渦のうち、十分小さなものは乱れの発生装置の影響を受けないので等方的であり、さらに、より大きな渦からのエネルギーの流入量と、より小さい渦へのエネルギーの流出量が等しいことを仮定すると、粘性が効かない程度の乱れに対しては、次元的考察から $f(t, r) = 1 - (er)^{2/3}$ という関数形がきまるのである（ e はエネルギー・流束）。このような考えをコルモゴロフ理論という。

次に、乱流と銀河の関係を述べる前に、熱い膨張宇宙の初期について説明しなければならない。宇宙初期の大局的構造、たとえば平均密度 $\rho(t)$ を決めるためには、アインシュタインの重力場の方程式を、現在の密度を与えて解かねばならない。放射の密度は、温度が 3°K (正確

には 2.7°K) であることから確定した値をもつが、物質密度の方は、現在のところ観測から決定できないので、 $\rho_0 \Omega$ という形で与える。ここで ρ_0 は宇宙が空間的に平坦な場合の密度で、 10^{-29} g/cm³ 程度の値をもち、 Ω は密度パラメーターと呼ばれ、 $\Omega > 1$ では空間は閉じているが、 $0 < \Omega < 1$ ならば空間は開いている。このようにして得られた物質密度 $\rho_m(t)$ と輻射密度 $\rho_r(t)$ の関係をあらわしたのが図 1 である。 t_* は $\rho_m = \rho_r$ の時刻、 t_D は温度が約 4000 度になって、それまでプラズマ状態だった物質が中性化され、輻射と物質の相互作用が切れる (decouple する) 時刻である。このように、 t_D の前後で物質の状態が全く異ってしまう結果、音速は 10 万 km/秒程度の大きな値から秒速数 km まで急激に減る。ジョーンズ質量も $10^{18} M_\odot$ から $10^5 M_\odot$ まで激減するし、粘性係数も t_D 以前の光子粘性による大きな値から、通常の気体分子の粘性という小さな値のものに変るのである。標題に掲げた原始宇宙乱流という言葉は、正確には t_D 以前に存在した乱流をさすのである。

上に述べたように、流れが乱流であるための条件の一つは、平均的な流れからのずれが大きいことである。この条件は、原始宇宙乱流の場合、膨張速度 v_{exp} よりも渦の回転速度 v が大きいことを意味している。角運動量が保存されると仮定すると、 t_* 以前では v は一定、 $v_{exp} \propto t^{-1/2} R$ (R はうずの半径) であるから、 $v = v_{exp} \propto t^{-1/2} R$ という条件でできる乱流渦の最大のサイズは時間とともに増大する。これに対して、 t_* 以後では $v \propto t^{-2/3}$ 、 $v_{exp} \propto t^{1/3} R$ となるから、最大のサイズは時間に反比例して減少する。流れが乱流であるもう一つの条件は、粘性による運動の散逸がおこらないことである。この条件は、渦の最小値をきめ、この値は時間とともに増大する。以上の関係を示したのが図 2 で、縦軸は R の代りに、半径 R の球の質量をとった。ここで乱流渦の最大のサイズを表しているのが a で、b が最小のサイズを示している。a と b で、はさまれた領域が、乱流状態をあらわし

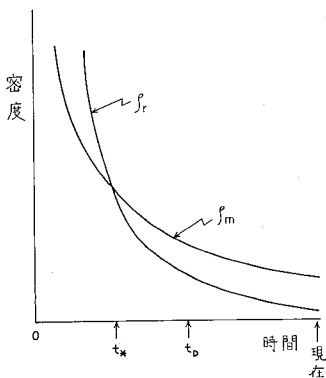


図 1 膨張宇宙における密度の時間変化

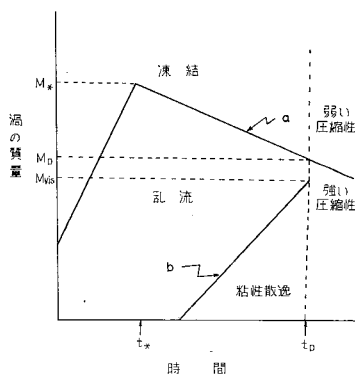


図 2 渦運動の時間変化

ている。また M_* 、 M_D はそれぞれ時刻 t_* 、 t_D における乱流渦の最大質量をあらわし、 M_{vis} は t_D における最小質量を示す。この図からわかるように、質量によって四通りの異なったふるまいがある。まず $M > M_*$ という質量は、いつまでたっても乱流になれず、このようなものは凍結した渦という。次に $M_D < M < M_*$ というものは、一度乱流状態になった後、 t_D 以前に再び乱流状態を脱する。 $M_{vis} < M < M_D$ は t_D 以後まで乱流状態である。 $M < M_{vis}$ という渦は、 t_D 以前に粘性によって散逸し、熱に変わる。以上の関係を銀河の形成と結びつけてみよう。まず、銀河になるためには十分大きな密度ゆらぎと回転運動が必要である。密度ゆらぎは、遠心力のような非線型効果が強く働くところに生じるから、 $M_{vis} < M < M_D$ の領域の質量が銀河に対応するであろう。 $M < M_{vis}$ ならば回転運動が失われるし、 $M_D < M < M_*$ では非線型性が弱いので、密度ゆらぎも小さく、この領域は銀河集団に対応すると考えられる。実際、これらの数値を計算してみると、 $M_* = 3 \times 10^{15} (v_*/c)^3 \Omega^{-2} M_\odot$ 、 $M_D = 1.5 \times 10^{12} (v_*/c)^3 \Omega^{-17/4} M_\odot$ 、 $M_{vis} = 1.1 \times 10^9 \Omega^{-11/4} M_\odot$ となる。ここで v_* は時刻 t_* における平均速度、 c は光速、 Ω は上に述べた密度パラメーターである。なお、 M_D を求める際に、 $M < M_*$ でコルモゴロフの法則が成り立つことを仮定した。 v_* が十分大きく、 Ω が 1 より小さい値をとるならば、 $M_{vis} < M < M_D$ の領域は観測される銀河の質量と一致するであろう。また、 v_* と Ω の値の選び方によっては、 $M_D < M_{vis}$ となることもあり得る。この場合、先に銀河集団が形成され、その中で銀河が生まれる可能性がある。以上のような筋道のなかで、問題があるのは M_D のきめ方である。コルモゴロフの法則が成り立つためには、より大きな渦からのエネルギーの支給が保証されていなければならない。このことは、決して自明ではなく、根本的には乱流の方程式を解かねば決まらない問題である。しかし、上に述べたように、このことは不可能な問題であるが、乱流の方程式系を合理的に

閉じさせるいくつかの方法が開発されているので、これらを原始宇宙乱流に適用することが先決問題であろう。

それはともかく、乱流説は、原理的にはただ一つのパラメーター v_* を与えさえすれば、 t_* 以前の速度スペクトルとは無関係に、運動方程式によってのみそれ以後の宇宙の構造が決定されるはずである。その意味で、乱流説はきわめて魅力的であるということができよう。

4. 原始宇宙乱流による音波の発生

銀河の起源になるような密度ゆらぎは、

乱流渦の動圧（遠心力）によるもので、このような密度ゆらぎは、それを支えている渦運動と生死を共にしているといえる。これに対して、それを生んだ乱流渦という親許から離れていくような密度ゆらぎ、即ち音波もまた存在している。これは、親である乱流が死んでも、生き残ることができる密度ゆらぎである。この乱流が音波を発生する現象のよく知られた例は、ジェット機の騒音である。理論的には、このような密度ゆらぎ $\delta\rho/\rho$ は、乱流による4重極能率を音源とする非斉次波動方程式で表される。この方程式の解は、遅延グリーン関数を用いて簡単な積分の形に書くことができる。これはライトヒル理論と呼ばれ、この解によって、単位体積当りの乱流が生み出す音波の強度を求めることができる。この理論を用いると、原始宇宙乱流が崩壊して音波に変わってゆくことを調べることができそうであるが、また実際そのような試みがなされたが、宇宙のように膨張している媒質に、ライトヒル理論を適用することはそもそも無理な面があった。膨張宇宙に対する理論は、1973年に成相によって導き出された。この理論がライトヒル理論と決定的に異なる点は、遅延効果、つまりパルスとして発信された音波も、受信のときは尾を引いたような信号になるような効果が含まれることである。筆者らは、成相理論に基づいて、原始宇宙乱流から音波へのエネルギーの移行の割合を調べた。その結果、ライトヒル理論から推定されていたよりもはるかに小さい割合で音波に変わることがわかった。しかしながら、この音波的な密度ゆらぎは、天体の起源の何らかの関係があるのではないだろうか。言いかえれば、どのような波長の音波ならば、十分大きな密度ゆらぎをもつだろうか。このような問題は、定性的には次のように考えられる。この音波の振動数は、それを生み出した乱流渦の一回転の時間の逆数に等しいであろう。この渦の半径を l とすれば、音波の波長 λ は $2\pi l/(v/c_s)$ で与えられることが容易にわかる (v は渦の回転速度)。 v/c_s は原始宇宙乱流の場合、1より小さいと考えられるから、 λ は l よりかなり大きいであろう。 l を半径とする渦の質量は、図2の「乱流」領域全体に関係しているから、正確には乱流のスペクトル f と、平均速度 \bar{u}^2 を与えねばきまらない。この問題は結局、前述の成相理論によって音波のスペクトルを求めることに帰着する。筆者は現在、この問題にとり組んでいて、ここでは今までに得られた結果の一部を図3に紹介する。縦軸は密度ゆらぎ $\delta\rho/\rho$ 、横軸は λ の代りに、時刻 t_D における半径 $\lambda/4$ の球の質量をとった。 v_* としては、 t_* における音速 c_s の0.5倍、 Ω として0.1と0.5を選んだ。この結果から、ただちに断定はできないが、銀河集団よりもやや大きい質量に対して、 t_D 以後、重力不安定で成長して天体になり得るに足る密度ゆらぎが存在することがわかる。もし将来、このような大きさの天体の存

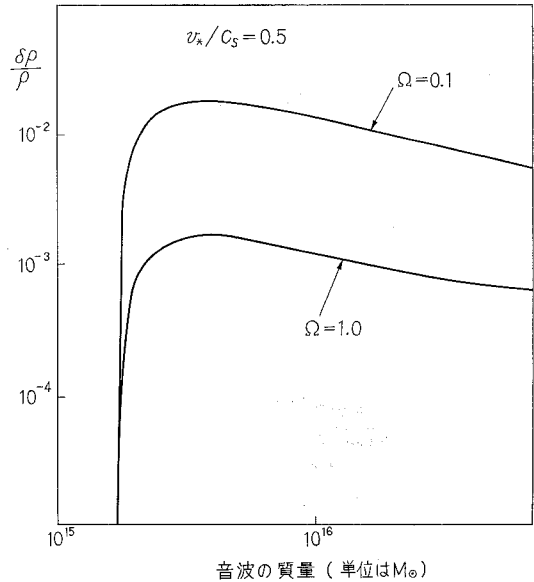


図3 時刻 t_D における音波のスペクトル

在が確認されるならば、たとえば超銀河集団というようなものがこれに対応するとすれば、原始宇宙乱流の存在が、銀河とは別の面から支持されることになるだろう。もともと原始宇宙乱流は、銀河の起源を説明するために導入された仮説であるが、その仮説が銀河以外の宇宙の構造を説明しようとするとき、初めて実体あるものになるといえるであろう。

5. おわりに

銀河の起源を乱流に求めるという発想は、実に素朴で直観的な思いつきであった。これまで述べてきたように、原始宇宙乱流の仮説から銀河の形成を説明する試みは、かなり成功した面もあるが、解決に程遠い問題も抱えている。いうまでもなく、その中で最大の問題は、乱流理論そのもののなかにあるといえる。さらに、乱流から現在我々が見ているような銀河の性質を説明するためには、 t_D 以後の二代目の乱流ともいうべき超音速乱流の理論の進展も望まれる。そしてもう一つ、乱流説の行く手をさえぎろうとするものに、初めに密度ゆらぎありき、とする重力不安定説がある。この乱流説に対するアンチテーゼを主張している中心的存在であるアメリカのフィリップ・J・E・ビーブルスは、密度ゆらぎから回転運動が生じることを、潮汐力によって説明しようとしているが、成功しているとはいいがたい。しかしながら、このような立場を支持する学者は、外国には少くない。発想の違いといえばそれまでだが、理論家の立場からいえば、いかに単純な仮定から多くの現象や構造が説明できるか、ということが判定の基準になるはずである。その意味で、乱流説は重力不安定説に比べて、一日の長があるといっても過言ではないだろう。