

やさしい天文学シリーズ  
I. 天体力学 (2)

# 天体力学の話

古 在 由 秀\*

## 5. 海王星と冥王星

惑星の軌道が扁平になり、離心率が大きくなると、近日点までの半径は短く、遠日点までの半径は長くなるから、内側の惑星の軌道、あるいは外側の惑星と軌道が交わるようになり、惑星間で衝突のおこる可能性がでてくる。また、衝突にはならなくても、2つの惑星が非常に接近し、相互作用が大きくなって、前回に述べたような議論が通用しなくなってくる。

ところで、現実には海王星と冥王星との軌道は交わって見える。海王星の軌道の長半径は30.06天文単位、離心率は0.010で、近日点までの太陽からの距離は29.76天文単位、遠日点までの距離は30.36天文単位となる。一方、冥王星の長半径は39.53天文単位、離心率は0.2484であるから、近日点距離は29.71天文単位、遠日点までの距離は49.35天文単位となり、いずれにしても冥王星の近日点は海王星の軌道の内側に入りこんでいる。実際には、海王星と冥王星との軌道面は $15^\circ$ ほど傾いており、冥王星の近日点の方向は、2つの軌道面の交線からほぼ $90^\circ$ もはなれているので、2つの惑星の軌道は交わっているのではない。しかしいずれにしても、この2つの惑星は18天文単位より近づくことはないのである。

というのも、海王星と冥王星の公転周期が164.82年と248.54年と、2:3に近くなっているためである。海王星と冥王星とが、太陽から見て同じ方向にくる合になるのは、海王星の遠日点のあたりにかぎられている。これはこの2つの周期が2:3に近いからである。

ある時期に、太陽・海王星・冥王星がこの順に直線上にならび、この時、冥王星はその遠日点にいたとしよう。海王星がその軌道上を半周し、冥王星の近日点に近づく頃は、冥王星は3分の1周しかしておらず、海王星が一周すると、冥王星は3分の2周する。海王星が一周半してまた冥王星の近日点に近づく頃、冥王星は一周して遠日点にくる。海王星が2周すると冥王星は3分の4周し、海王星が軌道上を3周すると冥王星は2周し、また、遠日点で直線上にならぶことになる。

天王星と冥王星との周期の比が2対3になっていれば、この上に述べた関係はいつまでも続くから、冥王星の遠日点の付近でいつも2つの惑星は近づき、合はいつでも遠日点でおきることになる。

ところが、現実には、その比は正確に2対3になって

はいない。現在では、冥王星の公転周期は、これより少し長く、したがって、合になる点は遠日点より少しずつ前になってくる。しかし同時に、軌道の長半径は少しずつ長く、周期は短くなってきて、現在では合になる点は遠日点から遠ざかっているが、いずれはまた遠日点の方向に近づいてくる。合が遠日点でおきる時には公転周期は最も短くなり、その後は、周期は長くなりだす。合になる点は、遠日点から前方にはなれだすが、これもいずれはとまり、また遠日点の方向に後退しだす。このように、合のおきる点は遠日点のまわりを振動し、公転周期したがって軌道の長半径も平均値のまわりに周期的に変わる。この周期は2万年で、天王星や海王星の公転周期のほぼ100倍にあたり、したがって、平均半径も、周期振動のものにくらべて100倍ほどの振幅で変化する。これが、前号でふれた長半径の変化の特別な例である。

海王星の質量は太陽の2万分の1で、冥王星に現われる海王星の作用による周期振動の振幅は2万分の1位になるのだが、冥王星の長半径は、2万の周期で100分の1ほど——海王星の質量の平方根ほど——変化するようになる。そして、海王星と冥王星とが合になる点は、冥王星の遠日点からある程度以上はなれられず、近日点で合になることはない。そこで、海王星と冥王星とは18天文単位以下には近づかないのである。

しかし、冥王星は軌道の長半径のみならず他の軌道要素も2万の周期で100分の1の振幅の変化をうける。とくに平均経度 $\lambda' = l' + \omega'$ は、同じ周期でとくに大きな変化をする。というのは、海王星の要素はダッシュをつけないで表わすとして、

$$\theta = 2\lambda - 3\lambda' + \omega' \quad (3)$$

という角度引数は、 $0^\circ$ から $360^\circ$ との間で動くのではなく、 $180^\circ$ のまわりに2万の周期、 $70^\circ$ の振幅で変化することが分るからである。このために、 $\lambda = \lambda'$ とすると、 $\lambda' = \omega' + 180^\circ + (\text{周期項})$ ということになり、合は冥王星の遠日点の付近でしかおこらないことになる。

長半径に大きな変動があると平均運動にも同じような変化がおき、これを時間で積分して求められる平均経度の変動はより大きくなるのである。

## 6. 衛星の場合

冥王星は1930年に発見された惑星で、発見以来軌道を5分の1周ほどしかしていない。ここで述べたことは、観測から明らかになったことではなく、運動方程式を何

\* 東京天文台 K. Kozai

十万年間分だけ数値積分をして分ったことである。

一方、同じような運動の性質が観測から認められている場合がある。その一つが土星の衛星であるタイタンとハイペリオンの場合である。タイタンは土星の衛星のなかで最も明るく、最も大きいもので、軌道の長半径は土星の赤道半径の 20.21 倍、公転周期は 15.9454 日、離心率は 0.0289 で、質量は土星の 4000 分の 1 である。これに対し、ハイペリオンの質量はタイタンの 4 万分の 1、軌道の長半径は赤道半径の 24.49 倍、公転周期は 21.2761 日、離心率は平均で 0.1043 である。これで分る通り、2 つの衛星の周期の比は 3 対 4 に近い。

このタイタン、ハイペリオンの場合は、軌道が交わっているということはないが、ここでも海王星、冥王星の場合に於て、2 つの衛星の合は外側のハイペリオンの遠土点の付近でのみおこり、ハイペリオンの要素にダッシュをつける。

$$\theta = 3\lambda - 4\lambda' + \omega' \quad (4)$$

という角度引数は  $180^\circ$  のまわりを、 $36^\circ$  の振幅、1.8 年の周期で振動している。この周期は、もともとの公転周期のほぼ 30 倍で、この 30 はタイタンの質量の逆数の平方根の 2 分の 1 にあたる。このことは、ハイペリオンが発見された 1848 年以後の観測から分っていることである。

また、土星の内側から 2 番目と 4 番目の衛星であるミマスとティリスとは、公転周期の比は 2 対 1 に近く、この場合には

$$\theta = 4\lambda' - 2\lambda - (\Omega + \Omega') \quad (5)$$

という引数が、 $0^\circ$  のまわりを  $90^\circ$  の振幅、72 年の周期で振動していることが観測からも認められている。すなわち、合になる  $\lambda = \lambda'$  の時にはこの平均経度は、2 つの衛星の昇交点経度  $\Omega$  と  $\Omega'$  との平均になる。この 2 つの衛星の軌道面は、土星の赤道面と  $1:5, 1:1$  傾いているのだが、合は、2 つの昇交点が一致していないかぎり、軌道面からはなれている点でおきることになる。

土星の衛星の 3 番目と 5 番目であるエンセラドスとディオネも公転周期が 2 対 1 に近く、ディオネの要素にダッシュをつけると

$$\theta = 2\lambda' - \lambda + \omega \quad (6)$$

が  $0^\circ$  のまわりに振動し、合は内側のエンセラドスの近土点のそばでしかおこらないことも分っている。

更に木星の衛星になると、明るいガリレオ衛星のうち内側の 3 つの公転周期の間に簡単な関係がある。この 3 つの衛星の一日あたりの平均運動を内側から、 $n_1, n_2, n_3$  とすると、

$$\begin{aligned} n_1 &= 203^\circ 488 \ 992, & n_2 &= 101^\circ 374 \ 762, \\ n_3 &= 50^\circ 317 \ 646 \end{aligned} \quad (7)$$

となっており、 $n_1$  と  $n_2, n_2$  と  $n_3$  の比はいずれも 1 対

2 に近く、計算すると

$$n_1 - 2n_2 = n_2 - 2n_3 = 0:739 \ 469 \quad (8)$$

となる。すなわち

$$n_1 - 3n_2 + 2n_3 = 0 \quad (9)$$

で、これを時間で積分して平均経度を直すと

$$\lambda_1 - 3\lambda_2 + 2\lambda_3 = 180^\circ \quad (10)$$

という関係がほぼ正確に成り立つ。

こうしてみると、9 つの惑星、そしてそれをとりまく 33 の衛星のうちに、公転周期が特別の関係にある惑星が 2 つ、衛星が 9 つあるが、この数は偶然にしては多すぎる。

またこの他にも、木星の 11.862 年という周期と土星の 29.457 年は 2 対 5 に近く、天王星の 84.075 年と海王星の 164.821 年とは 1 対 2 に近いがこれらについては、振動する角度引数は見つけられない。

ところで、一方、土星の環には 2 つの空隙があり、3 つの部分に分けられていることはよく知られている。土星の環は、無数の小さな粒子から成り立っているのだが、空隙は、衛星ミマスの 2 倍や 3 倍の平均運動をもつ粒子の軌道に相当したところにあたる。すなわち、土星の環ではこういう場所が空隙になっている。

## 7. 小惑星の分布

小惑星の数の、軌道の長半径による分布を見ると面白い。長半径によって平均運動は決まるから、これは平均運動による分布と考えてもよい。一日あたりの火星の平均運動は  $1887''$ 、木星は  $299''$  であるが、木星とほぼ同じ平均運動をもつ小惑星がかなり沢山見つかっている。

平均運動が同じなのであるから、軌道の長半径も同じである。しかし、これらの小惑星はある一定の距離以下には木星に近づかず、 $\theta = \lambda - \lambda'$  という角度が  $\pm 60^\circ$  のまわりを 180 年ほどの周期で振動しているのである。 $\theta = \pm 60^\circ$  とすると、小惑星、木星、太陽とむすぶと正 3 角形となる。

3 体問題の運動方程式は解けないのだが、3 体が正 3 角形の頂点にあり、その共通重心のまわりの相似な楕円上を運動するという特解のあることは古くから知られていた。どの質点をとっても、他の 2 体からの引力の和は共通重心の方を向くからである。

木星とほぼ同じ平均運動をもつ小惑星はトロヤ群の小惑星とよばれ、木星より  $60^\circ$  ほど前にいるものは 900 個、うしろにいるものが 400 個ほど発見されている。

これから少し太陽に近いところには小惑星は見つかっていないが、トロヤ群の次に大きな長半径をもつ小惑星は、木星の  $4/3$  の平均運動をもつテュールと呼ばれる小惑星であり、その次に大きな軌道をもつものは平均運動が木星の  $3/2$  倍に近いヒルダ群とよばれる一連の小惑星

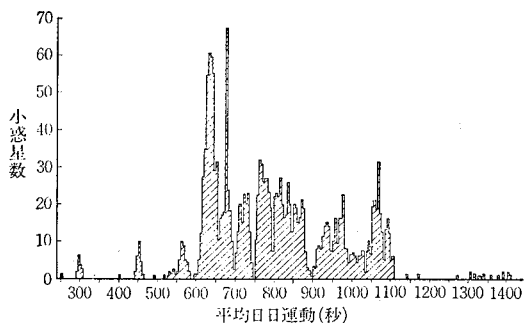


図1 小惑星の平均日運動

である。

その内側で、平均運動が一日に  $550''$  あたりから小惑星の数はふえだすのだが、木星の2倍の  $600''$  のあたりに分布のギャップがある。ギャップの内側には分布のピークがくるで、 $750''$ 、 $900''$  といったところにも分布のギャップがある。

このように、木星に近いところでは木星と簡単な比になっている平均運動をもつ小惑星のみが存在し、木星から遠いところでは同じようなところに分布のギャップがある。

ところで、木星に近いところで、トロヤ群の小惑星はすべて  $\lambda - \lambda'$  という角度引数が  $\pm 60^\circ$  のまわりで振動しているし、テュールという小惑星では  $3\lambda - 4\lambda' + \varpi$  が  $0^\circ$  のまわりを振動し、衝はテュールの近日点の付近でしかおこらない。ヒルダ群の小惑星でも、離心率が小さく丸い軌道をもつものをのぞいては、衝は小惑星の近日点のそばでしかおこらない。円に近い軌道のものでは、衝はどこでおこっても木星までの距離はかわらない。

このような、木星に非常に近い軌道をもった小惑星でも、木星に1.1天文単位以内に近づくことはない。もし、似たような場所に、平均運動が木星と特別な関係ではない小惑星が動いていたら、衝は軌道上のどこでもおこりうることになり、遠日点近くの衝ではとくに木星に近くなるはずである。現実には、木星に近づかない小惑星だけが生きのびている。

木星に大接近をすれば、前に述べた惑星の軌道についての法則は成り立たず、軌道の長半径をはじめ、他の軌道要素も大きく変化するので、木星の軌道のすぐそばには、特別のものを除いては小惑星が存在していないことはうなずける。

木星から遠ざかれば、離心率の大きなものをのぞいて木星には近づきえない。平均運動が木星の2倍の  $600''$  となると、軌道の長半径は木星の0.63倍で、かなり離心率が大きくなると木星に近づかない。といっても、いつも衝が遠日点でおこることになると、木星の力はいつも同じ向きに作用し、しかもその強さも大きく

なるところから、そのような軌道をもつ小惑星は生きながらえず、近日点付近でしか衝にならない小惑星のみが生きのび、そこで分布のギャップができてもおかしくない。

木星の平均運動の3倍の  $900''$  にあたる小惑星でも、 $\lambda - 3\lambda' + 2\varpi$  という角度引数が  $180^\circ$  のまわりを振動するものしか見つかっていない。 $\lambda = \lambda'$  で衝になる時には、 $2(\lambda - \varpi) = 180^\circ$ 、 $540^\circ$  で、これは小惑星の近日点と遠日点の中間に相当する。上の角度引数が  $0^\circ$  のまわりで振動すると、衝は近日点でも遠日点でもおこることになり、木星に近づき得ることになる。ここでも、特別なものしか生きながらえていないのである。

### 8. 自転と公転との関係

惑星、小惑星、衛星の間に、公転周期が特別の関係にあるものが多いことは以上述べてきた通りであるが、公転周期間だけでなく、公転周期と自転周期との間が特別な関係になっている天体も少なくない。そのなかで有名なものが、月と水星とである。

月の場合には、対恒星の自転周期と公転周期とがひとしく、月はいつも同じ面を地球に向けている。この関係はもとからのものではなく、はじめ、二、三十億年ほど前までは、自転周期は公転周期よりはるかに短かったと考えられる。自転の角速度をおくらせたのは、地球が月におよぼしてきた潮汐の摩擦である。同じように、月の地球におよぼす潮汐の摩擦が地球の自転速度をおくらせている。

例えば、月が地球の赤道上を動いていると仮定し、地

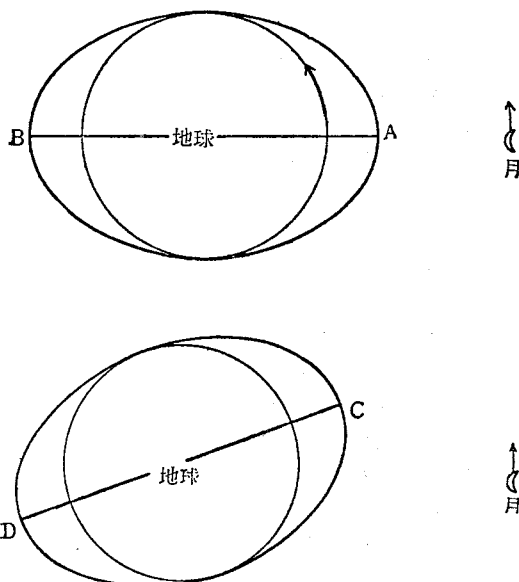


図2 潮汐の摩擦

球上の潮汐が摩擦によって一時間おくれたとすると、一時間の間に月は  $0^{\circ}5$  動き、地球は  $15^{\circ}$  自転するから、満潮は月の真下より  $14^{\circ}5$  だけ進んだ所でおきる。このふくらみに月の偶力が働き、地球の自転の角運動量は小さくなる。この角運動量は月の公転の角運動量に加わり、月の軌道の長半径は 100 年に 3m の割合で大きくなり、公転の周期は 100 年に 1000 分の 1 秒の割合で長くなる。

月の平均運動を  $n$ 、地球の角速度を  $\omega$ 、黄道傾斜角を  $\epsilon$  とすれば、 $n \cos \epsilon > \omega$  ならばこのようなことになり、逆ならば、地球の角運動量がふえ、月の公転の角運動量はへる。地球の角速度がへり、月の平均運動とひとしくなると、いくら潮汐がおきる時間がおくれても、満潮は月の真下でおきることになり、したがって月の偶力は働かず、角運動量のやりとりはなくなる。すなわち、公転周期と自転周期とが一致した状態は、一種の平衡状態なのである。地球はいまこのような平衡状態に向って進んでいるのだが、月は地球よりずっと以前にこの状態になってしまったのである。

水星の場合には自転周期は公転周期の 88 日の 3 分の 2 倍の 59 日である。もともと水星も、公転と自転の周

期はひとしいといわれていたのだが、レーダ観測の結果このようなことが分ってきた。考えてみると水星の場合には、離心率が 0.206 もあるので、近日点での角速度は平均運動の 1.5 倍もあり、ここでは水星の自転速度にほぼひとしい、太陽の水星におよぼす起潮力は近日点で圧倒的に大きいので、自転と公転とでの角運動量のやりとりは非常に複雑になる。しかも、もし水星の赤道の形が円ではなく楕円だとすれば、自転と公転の周期の比が 2 対 3 になっているので、赤道の長軸の方向と、太陽と水星とを結ぶ半径のなす角は、近日点にくるといつもひとしく、ここでは各公転ごとに同じ偶力がかかる。この偶力と、潮汐にする偶力とがつりあい、水星のような状態も平衡状態である。

自転と公転とはこのように角運動量のやりとりをし、平衡状態にむかっているのだが、ここで注意してほしいのは、公転の角運動量もこのような原因で変化するというので、月の場合で見られるように、軌道の長半径も永年的に変りうるということである。惑星では、長半径はあまり変化しないといったのは、惑星は質点のように万有引力でひきあっている場合についてのことである。

わが国唯一の天体観測雑誌

# 天文ガイド

定価240円(〒45円) 78-3月号・2月5日発売!

## ●3月号おもな内容

- ★久しぶり、3月24日の夜に皆既月食が見られます。今年の春休みの贈物です。皆既になるのは深夜0時半ごろですが、がんばりましょう。
- ★中国の南京市にある紫金山天文台で新彗星が発見されました。長くこの天文台で研究をしてこられた木村博さんに、紫金山の近況をお願いしました。
- ★冬の夜空の名物カノープスの北限挑戦に、新記録が出たようです。蔵王山熊野岳からの観測です。
- ★青森県の尻屋崎の燈台に昔隕石が落ちてきて、燈台にぶつかって……。隕石と聞いて藤井さんがとび出しました。ほんとうに隕石はあったのかなあ……………ほか

# 天文年鑑 1978年版

毎年刊行され、アマチュア天文家や学校で愛用されている1年間の天文現象のガイドブックです。

今年は月食、日食などの天文現象にめぐまれ、アマチュア天文家はこれの観測をたのしみに待っています。

例年と特に変わらない内容ですが、これらの現象の予報はアマチュア天文家にとって見のがせないものです。

●天文年鑑編集委員会編・B6判・400円発売中

誠文堂新光社

東京都千代田区神田錦町1-5  
振替東京7-6294 電話03(292)1211