

自己重力系の熱力学的不安定性

稲垣 省 五*

1. はじめに

熱は温度の高い部分から低い部分に流れ、その結果、温度の高い部分は冷え、低い部分は暖まり、最終的には物体全体の温度が一様になる。というのが、通常の物体——固体であれ、液体であれ、気体であれ——の熱的振舞である。このことは、非常に常識的で、全く疑う余地のないことのように思えるが、星や銀河のように自分自身のつくり出す重力でその形を保っている物体（自己重力系）では、必ずしもそうでないということをアントノフは 1962 年に言い出した。つまり温度に高い部分と低い部分があると、その差はどんどん大きくなり、ついには、物体は熱的暴走を起こすというのである。リンデンベルとウッドはこの現象を重力・熱的破局 (gravo-thermal catastrophe) と呼んだ。このようなことが本当に起きるのだろうか。もし起きるとすると原因は何か、というようなことを以下考察しよう。

2. 自己重力系の比熱

自己重力系では、温度の高い部分はますます高温になると言っても、マックスウェルの魔がいて、熱を低温部から高温部へ運ぶとアントノフやリンデンベル達が主張した訳ではない。通常の物体では温度差がならされるという冒頭に述べた議論をよくみると、二つのことを根拠にしている。一つは高温部から低温部へ熱が流れるということで、熱力学第二法則が成立していることである。もう一つは、熱をもらえば温度が上がり、熱を失えば温度が下がること、即ち、比熱が正という仮定である。通常の物体では確かに比熱は正である。しかし、自己重力系は実は比熱が負である。比熱が負であれば、高温部から低温部へ熱が流れると、高温部はますます熱く低温部はますます冷たくなる。よって、熱的に不安定である。

それでは、自己重力系ではなぜ比熱が負になるのだろうか。自己重力系といえども、一部分をとり出すと普通のガス、あるいは星々（星一つを分子と考えるとこれもガス！）であり、明らかに比熱正であるのに。

ここで、比熱というのは単位質量の物質の温度を 1 度上げるのに必要な熱量であるが、熱の出し入れをするとき、どれだけ体積を変化させるかということ指定しなければ、その値は決まらないことに注意しよう。たとえ

ば、等積比熱と等圧比熱はその値が異なる。自己重力系の場合、熱をぬくと圧縮されるので、かえって温度が上がり、そのため比熱が負になるのである。リンデンベルとウッドはそのことを次の簡単な議論から示した。孤立自己重力系においてはビリアル定理が成り立つ。系全体の熱エネルギーを J 、重力エネルギーを W 、全エネルギーを $E (=J+W)$ とすると

$$2J+W=W+J+E=0 \quad (1)$$

となる。これより

$$J=-E \quad (2)$$

がいえる。熱エネルギー J は温度をあらわすと考えてよいので、(2) 式はエネルギーが小さくなれば（熱を失えば）温度が上がり、熱を得ると温度が下がる、つまり、比熱が負であることを示している。

3. 自己重力系でも熱力学第二法則は成立するか

比熱が負のとき熱的に不安定というのは熱力学第二法則が成立する限りにおいてである。熱力学第二法則はエントロピー増大の法則ともいわれるが、これが自己重力系でも成立するかどうかを心配させる理由は二つある。

一つは、自己重力系は通常の意味で熱力学的系ではないことである。通常の熱力学は、二つの物体をあわせて一つにすれば、その全体のエネルギーは各部分のエネルギーの和に等しいような系を扱う。しかし、自己重力系では部分間の重力による相互作用エネルギーが大きいため、二つの物体をくっつけたとき、全体のエネルギーは部分のエネルギーの和にならない。

もう一つの理由と関連して、ランダウとリフシツの教科書「統計物理学」には次のようなことが書かれている——宇宙全体は現在熱平衡状態にないし、宇宙はむしろ熱平衡状態から遠ざかる方向に進化している（一様なガスから星や銀河が生まれることを言っているのであろう）。これは宇宙全体にエントロピー増大の法則が適用できないことを示している。重力場はある意味で《外的条件》である。宇宙が進化しそれに応じて重力場が変化することは外的条件が変化することであり、この場合にはエントロピー増大の法則は成立しない——これと同じことが自己重力系に対してもあてはまらないだろうか。

自己重力系と一口に言っても、星のようにガスからできている系（ガス系）と銀河や星団のようにその構成要素が星々である系（恒星系）の二種類あることに注意する必要がある。実際これら二つの系の進化のしかたは大

* 京大理 S. Inagaki: Thermodynamic Instability of Self-gravitating Systems.

分ちがう。

系の進化を特徴づける時間尺度には、局所熱平衡が成立するのに要する時間 t_{LTE} 、力学平衡が成立するのに要する時間 t_D 、系全体が熱平衡になるのに要する時間 t_R の3つがある。これらの時間尺度の間にはガス系の場合

$$t_{LTE} \ll t_D \ll t_R, \quad (3)$$

恒星系の場合

$$t_D \approx t_{LTE} \approx t_R \quad (4)$$

の関係がある。

ガス系の場合は局所熱平衡が速やかに成り立つ。このような場合は、高温部より低温部へ熱が流れるという、通常の熱伝導の法則が成り立つ。これは明らかに熱力学第二法則が成立していることを示す。

恒星系では局所熱平衡が成り立つのに非常に長い時間がかかり、その間に重力場は変化しうるので、話はあまり簡単ではない。しかし、恒星系の場合でも系の進化がフォッカー・プランク (Fokker-Planck) 方程式に従うとすると、熱力学第二法則が成立することを示すことができる。この場合、局所熱平衡と系全体の熱平衡は同時に進行する。フォッカー・プランク方程式は、近接連星が多数できたりしない限りよい近似で成り立つと信じられているが、恒星系の進化をどこまで忠実にあらわしているか、その限界はあまりよく知られていない。この意味で、恒星系の場合には熱力学第二法則がどの程度成立しているか厳密にはわかっていないと言わなければならない。

4. 重力・熱的破局がおこるための条件

前節までの議論だと、自己重力系は比熱が負で、また熱力学第二法則が成立するため、いつでも重力・熱的破局を起こさねばならない。それでは、太陽のような普通の星や銀河や星団はすべて自己重力系であるが、重力・熱的破局を起こすのだろうか。破局が起きるための条件をもっと詳しく吟味する必要がある。

現在まで、重力・熱的破局が起こるかどうかが調べられてきたのは、物体全体で温度が一樣の系、即ち熱平衡状態にある系だけである。太陽のように中心に近づく程温度が高くしかも中心に熱源のあるような系は、むしろ星の安定性理論の枠組の中で調べられてきた(それによると、太陽のように中心に熱源のある系は熱的に安定である)。以後は熱平衡状態にある系に論点を限ることにする。また話を簡単にするために、球対称の系を考えよう。

等温球(ガス系でも恒星系でも同じ)の密度分布は図1のようになっている。密度は半径の2乗におよそ反比例して外向きに減少している。その減り方がゆるやかなため、等温球の質量を有限にするためには半径を有限にする必要がある。すると表面圧力が零でなくなり、等温球を閉じ込めるためには球形の壁が必要である。等温球

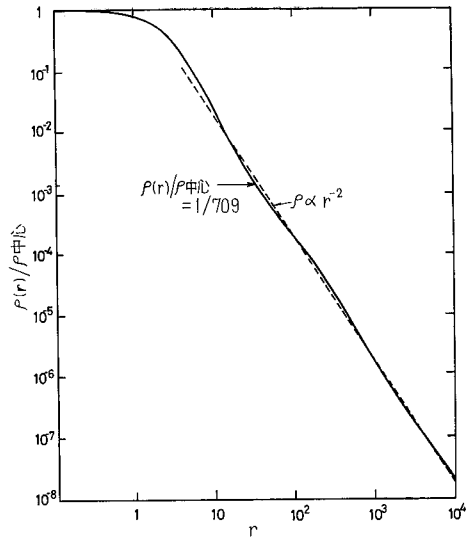


図1 等温球の密度分布 (r は無次元化した半径)

はこのように自分自身の重力だけで閉じ込められている訳ではないので完全に自己重力系とはいえない。従って(2)式が成立せず、どういう条件の下で比熱が負になり、破局が起こるかを考察しなければならない。

アントノフ (1962) は、エントロピーが平衡状態で極大になるかどうかを調べた。極大であるとその平衡状態は安定であり、そうでないと不安定である(エントロピーはいつでも増大するから)。彼は等温球の中心と表面の密度比(以下単に密度比という)が709よりも大きいと等温球の熱平衡状態はエントロピー極大の状態ではないことを示した。

リンデンベルとウッド (1968) はエネルギー・密度比図(図2)を用いて、もっと直感的に安定性を調べた。図2で密度比が709のところエネルギーは最小値になっていて、それより小さいエネルギーに対しては平衡状態が存在しないことに注意しよう。図2で実線の部分が安定な平衡状態で、点線の部分は不安定である。図2のような平衡状態の系列はリニャ・シリーズと呼ばれ、これを用いて安定判別ができることはポアンカレ以来知られている。

エネルギー・密度比図で安定性がわかるということは、大ざっぱには次のように理解できる。図2のA点から系をA₁点までずらす。つまり、エネルギー一定のまま系を少し圧縮したとする。A₁点は、それと密度比が等しい平衡状態A₂点よりもエネルギーが大きい。このことは、A₁点では圧力が重力よりも大きく(A₂点では重力と圧力が釣り合っている)ふくれようとする傾向にある。圧縮したとき、もともにもどろうという力が働くのでA点は安定である。同じ議論をC点で行うと、縮めたときよけいに圧力の方が小さくなるので、C点は不安

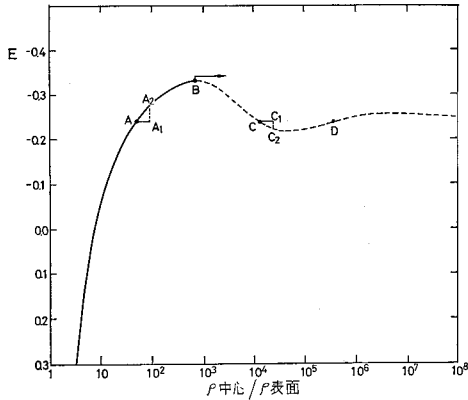


図 2 エネルギー密度比図 [Lynden-Bell and Wood (1968) より] (E は無次元化した全エネルギー)

定なことがわかる。この議論を D 点で行うと D 点は安定なように思えるが実際は不安定である。これは密度比だけを与えても系の状態は一意的に決まらないため、上の議論がそのままでは使えないからである。

蜂巢と杉本は熱の出し入れをしたときに、それに応じて密度分布が変化することまで考慮したときの比熱を求めた。それによると、密度比が小さい場合は、中心部にほんの少し比熱負の部分があるだけであるが、密度比が大きくなり 709 を越すと、比熱負の部分が系の大部分を占めるようになることを示した。この場合にも、表面に非常に近いところは比熱正になっている。

5. 重力・熱的破局はどのように起こるか

今までの考察でわかった等温球の重力・熱的破局の描像をまとめると次のようになる。何らかの原因で中心部の温度が周辺部より高くなると、熱が外向きに流れ、その結果、中心部は収縮して温度が高くなり、周辺部はふくらんでやはり温度が高くなる。もし中心部の温度の上がりの方が急の場合に重力・熱的破局が起こり、中心部はどこまでも収縮しながら温度が高くなる。この破局は系内で熱を輸送する時間、即ち t_R の時間尺度で起こり、破局という名前にふさわしくない程、非常にゆっくりした時間でおこる。

破局が起こり、熱平衡状態からのはずれが大きくなると、その後の等温球の進化を知るには数値計算にたよらざるを得ない。ラーソン (1970) は恒星系を流体的に取扱って図 2 の B 点から矢印のように等温球をはなして、その後の進化を追った。結果は図 3 のようになる。図 3 は、中心付近の密度分布の変化を示しており、曲線上に書かれている数字は進化の最終状態から逆向きにはかった時間である。図 2 の B 点から出発すると、はじめは非常にゆっくり中心密度が高くなる。進化の速度はだんだん

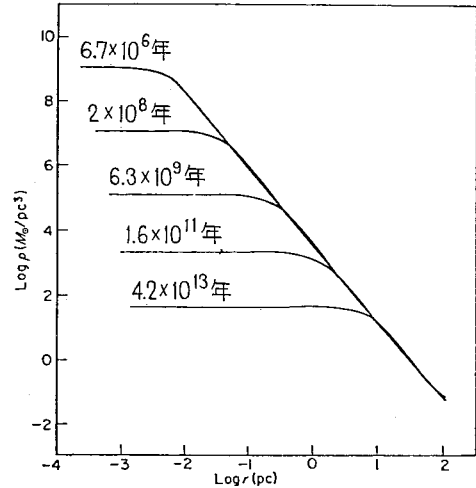


図 3 重力・熱的破局にともなう密度分布の変化 [Larson (1970) より] 時間は進化の最終状態から逆向きにはかっている。

ん速くなり、最初の状態から約 4×10^{13} 年すると中心の密度が無尽大まで成長する。この時間は系の半分が熱的平衡になるまでの時間 (緩和時間) の約 16 倍である。

恒星系を多体問題で解いても大体の傾向は変わらない。ただ中心密度が無尽大になる時間はラーソンの計算に較べると少し長いようである。ガス系の場合もラーソンとほぼ同じ結果が東大グループによって得られている。

中心に有限の質量が落ち込むか、或いは密度は無尽大になるが質量は無尽小かどうかは、活動銀河のエネルギー源の問題などと関連して、非常に興味深い問題であるが、問題を解く数値的方法の違いによって異なった結果がでていて、まだあまりよくわかっていない。

また進化の時間尺度が緩和時間の 10 倍以上と非常に長い、質量の異なる何種類かの星からなる恒星系を考えると緩和時間程度になることが斉藤と吉沢によって示されている。この場合、質量の異なる星の間のエネルギーのやりとりが系の進化に非常に効果的で、重い星は中心部にどんどん沈んでゆくことが示されている。

6. 破局をとめることはできないか

中心密度が無尽大にまで進化したのは、自己重力系を質点系として扱おうと、いくらでもエネルギーの低い状態が存在するためである。粒子どうしが非常に接近すると反発力が働くか、或は現実の星のように中心に熱源があるところなることは防ぐことができる。

恒星系を多体問題で解くと、中心に 1 個ないし数個の近接連星ができることがある。結合エネルギーの大きい連星は、より強く結合しようとする傾向があるため、そのような近接連星の傍を他の星が通り過ぎると、連星は

その星にエネルギーを与えて、自分自身はより低いエネルギーになって、あたかも熱源であるかのように振舞う。粒子数の小さい多体問題では、最後に連星だけが残り、他の星は高エネルギーになって逃げってしまうようであるが、粒子数が大きくなると、どの程度破局をとめることができるかまだよく知られていない。

7. 回転の影響

今までは球対称の系のみを考えてきたが、殆どの天体は大なり小なり回転をしている。回転の影響を考慮すると新しい種類の不安定性——角運動量輸送に関係するもの（重力・回転不安定と呼ぼう）——が存在することを筆者と蜂巣は見出した。自己重力系では温度が一様な状態が必ずしも安定でなかったように、一樣回転の状態も必ずしも安定ではないのである。

この不安定性は次のようにして起こる。自己重力系の場合、物体内部で角運動量の輸送があると、角運動量を失った部分は、その回転半径が小さくなるため、回転角速度はかえって大きくなる。逆に角運動量を得た部分は、回転半径が大きくなり、回転角速度は小さくなる（人工衛星を減速すれば周期が小さくなり、加速すれば周期は大きくなるのと同じ）。従って、中心部が周辺部に比べて速くまわっていると、粘性の働きで角運動量は外向き

に輸送されるが、その結果、中心部はより速く、周辺部はより遅く回転するようになる。よって、角運動量はますます外に運ばれ、物体の中心部は回転を速めながらどんどん収縮してゆく。

筆者達が考えたのは円柱というあまり現実的でない系であった。その場合は、上の不安定性はどこまでもおこるのではなく、新しい平衡状態——それはもとの状態に比べて中心集中が非常に大きい状態である——に落ち着くようである。円柱以外の系では、どこまでも不安定が起きるのかもしれないし、或は重力・回転不安定によって中心集中のある状態になり、そこで重力・熱的破局が起こるのかもしれない。

8. おわりに

最近、我国においても自己重力系の熱力学の研究がさかんになり、それらの研究により、ガス系の場合はある条件の下で確実に重力・熱的破局が起こることが明らかにされた。今後は、恒星系の場合には本当に破局が起こるのかどうかというような基礎的研究もまだまだ必要である。それとともに、今まで等温球とか一樣回転円柱など、現実の系からほど遠いものを対象にしていたが、現実の天体で本当に重力熱的破局が起こるのかどうかというような実際的研究もされることが望ましい。

わが国唯一の天体観測雑誌

天文ガイド

定価280円(〒45円) 78-4月号・3月5日発売!

●4月号おもな内容

- ★シュミット・カメラといえば、プロの天文学者の専用物と思われていましたが、最近アマチュア用の小口径シュミット・カメラが売り出されました。性能は?精度は?調子は?アマチュアには気になることばかり。
- ★3月24~25日には数年ぶりにすばらしい皆既月食がおこります。今回はやさしい月食観測法を紹介します。
- ★月食は地球の鏡だといわれます。地球の大気のように、月の上に投影されるからです。月食中にどんな現象が現われるか、斎藤馨児さんの解説です。
- ★そのほか、飛驒天文台訪問記(グラビア)、ニュースその後、紫金山天文台の近況、連星系めぐりなど。

天体写真 NOW NO3

1978年は3月24~25日の皆既日食、9月17日の皆既月食、10月2日の部分日食、さらに8月8日の金星食、7月30日、10月20日、12月13日アルデバランの星食など、食現象があいついで、にぎやかな天文界となります。幸運にも3月24日は春休み、8月8日は夏休みと、学生にはうってつけの条件となっています。

これらの食現象の撮影法の詳細な解説と、豊富な作例を写真で紹介し、特集しています。

●天文ガイド別冊スペシャル/A4変型・900円・発売中

誠文堂新光社

東京都千代田区神田錦町1-5
振替東京7-6294 電話03(292)1211