

やさしい天文学シリーズ
I. 天体力学 (3)

天 体 力 学 の 話
古 在 由 秀*

9. 軌道半径の変化

前々回に、惑星の軌道の平均半径は短周期的変動をのぞいてはほとんど変化しないと書き、前回には、周期が特別の関係のある惑星、小惑星、衛星では、軌道の平均半径は長い周期で、かなり大きな振幅で変化することを知った。更に、月の場合には、地球に及ぼした潮汐の摩擦で地球の自転の角運動量をうばい、一年に3cmの割合で平均半径が大きくなりつつあることを書いた。つまり、非保存力が働いていれば、平均半径も、従ってエネルギーも、時間とともに永年的に変りうるのである。たとえば、惑星が抵抗物質中を動いていれば、軌道の半径は減少しつつあるはずである。

惑星でも衛星でも、軌道半径が変化していれば、平均運動も変化するので、平均経度に変化があるはずである。実際、もし平均半径が $a = a_0 + a_1 t$ のように変化しているとすれば、平均運動は $n = n_0 - 3n_0 a_1 t / (2a_0)$ のように変わり、平均経度は

$$\lambda = \lambda_0 + n_0 t - 3n_0 a_1 t^2 / (4a_0) \quad (11)$$

のように時間の2次式で表わされる。

今、我々が精度のよい惑星の位置観測をはじめから300年として、この t^2 の項がこの間に $5''$ になれば観測にかかっているはずだと考えよう。地球の場合、300年間に $(3/4)n_0 t$ は $3 \times 300 \times 360^\circ / 4$ になり、これは $0''3 \times 10^9$ にあたる。したがって、 t^2 の項が300年で $5''$ になるには、 $a_1/a_0 = 6 \times 10^{-11}$ /年、すなわち、300年で3kmほど軌道の半径は変わったことになる。この率でいくと、45億年間には5000万km半径は変ることになる。すなわち、地球が生まれてから軌道半径をこれだけ変える未知の非保存力が働いていても、我々の観測にはまだかかっていないというのである。

惑星の平均経度には、まだこのような加速項は見つかっていない。昔は、惑星の平均経度に加速項があるといわれていた時代があったが、これは減速しつつある地球の自転をもとにした時計で測ったための見かけ上のものであることが分ってきた。月の場合も、加速の説明に苦労した時代もあったが、地球の自転率の変動と潮汐摩擦とで説明が付き、原子時など一様な時系の導入によって、その負の減速項の存在が一層明らかになった。

ところで、惑星などとはタイム・スケールの違う衛星のなかで永年加速項——平均経度での t^2 の項——が発見されているものがある。これらはいずれも惑星に近い、公転周期の短いもので、火星のフォボス、木星の第5

衛星、土星の衛星ミマスである。いずれも、一公転周期あたり 10^{-10} から 10^{-12} ほどの力が働いているための加速度で、すべて正の加速であり、惑星におよぼす潮汐の摩擦とすると符号が逆で、説明することができない。そこで、その存在自身が疑問視されることもあり、隕石との衝突などによる非連続的な力によるものと考えている人達もいる。このうちミマスの加速は筆者が見つけたものであるが、ミマスの場合、その外側のテティスから平均運動が2対1であるために大きな摂動をうけ、18世紀の観測を信用しなければ加速項なしでも観測を表わすことができ、もう少し観測を続けないと加速項の存在は確かにならない。

しかし、1日に2公転をする木星の第5衛星では永年加速項の存在を疑うことはできない。これらの項の説明にはまだ時間がかかるであろう。いずれにしても、その原因をはっきり知ることのできない、保存力ではない力がこれらの衛星に加わっていることは確かで、いまだに観測にはかかっているが、惑星にも同じ程度の大きさの力が加わっていないという保証はないのである。

いずれにしても、惑星でも小惑星でも衛星でも、過去に軌道は大きさを変えてきて、安定した軌道になり、今の分布になったのだと考えるのが妥当であろう。

10. θ の振動

このように軌道半径は長い間には変ってきているという前提のもとに、公転周期が特別の関係にある衛星の対がどうして生まれたかを説明しよう、多くの論文がだされている。ここで、軌道半径を変える力は、潮汐の摩擦とすることにする。

起潮力のポテンシャルの主要項は、力のもとになる衛星の質量に比例し、惑星からの距離の3乗に逆比例する。この分だけ惑星のポテンシャルは時間とともに変化し、等ポテンシャル面——地球ではジオイド——もそれに応じて変化するので、惑星の外部重力ポテンシャルも変化する。この余分のポテンシャルのために、衛星の運動は乱されるのだが、衛星の受ける加速度は、惑星の質量に比例し、惑星・衛星間の距離の7乗に逆比例し、また、潮汐のおくれの角に比例している。このおくれの角というのは、前号の第2図で、満潮の方向と月の方向とのなす角度に相当し、衛星の公転と惑星の自転の角速度の差にも比例するが、惑星の性質にも大きく依存し、潮汐のおくれの時間に比例している。このおくれの時間は、潮汐の周期にもより、また、衛星の質量にもよるはずである。衛星の質量がとても小さければ、起潮力はあっても、

* 東京天文台 Y. Kozai

実際には潮汐がおこらないということも十分に考えられる。いずれにしても、このおくれの角度は、仮定してあたえるより仕方がない。

潮汐の摩擦により、公転の角運動量がふえるものへるものがあるが、公転周期の比が簡単になっている対は、みな角運動量がふえるもの、すなわち、軌道半径が大きくなりつつあるものである。

海王星と冥王星、タイタンとハイペリオン、木星とヒルダ群の小惑星に見られるような、振動する角度引数 θ に注目しよう。この θ は振り子の運動方程式、振動方程式を近似的にみたすので、したがって

$$(d\theta/dt)^2 = E - A \cos \theta \quad (12)$$

という、エネルギーの式が成り立つ。ここで、 A は軌道長半径、離心率、軌道面傾斜角の関数で、力をおよぼす衛星の質量を因子として持っている。 E はエネルギー定数である。

そこで、図 3 のように横軸に θ をとって $-A \cos \theta$ を書くと、 AB に相当したエネルギーを持った場合には、 θ はすべての値をとり、 CD や EF なら 0° のまわりを振動する。エネルギー E が一定で、 θ がすべての角度をとるならば、この状態はいつまでも続き、 0° のまわりを振動するならば、その振幅や周期もかわらずいつまでも同じように振動する。

ところが、衛星の軌道長半径が変化すれば、エネルギーも変化する。たとえば、 PQ のように、エネルギーが θ とともに減少する場合を考えると、 Q 点で $-A \cos \theta$ の曲線にぶつかり、 $(d\theta/dt)^2$ がゼロになるが、 E が θ とともに減少していると考え、 Q にぶつかったあと θ が減少すると、逆に E がふえ、また P の方に向かって運動がはじまり、これでも θ は振動しはじめない。

ところが、エネルギーの変わり方がもっと複雑になると、 Q ではねかえった運動が R をこえられるかどうかで、 θ の振動がはじまるかどうかかきまり、いろいろな仮定をすれば、 θ が振動しはじめる確率を計算できる。

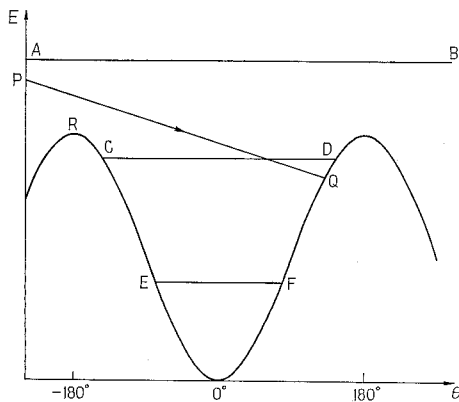


図 3 θ の運動

一旦 θ の振動がはじまると、エネルギーの変化によって、振幅はだんだんに減少し、最終的には θ は 0° という一定の値をとるようになる。

このようにして、公転周期がある比に近い衛星、小惑星、惑星などの対の存在が一応は説明できるのであるが、振動する可能性のある角度引数は沢山あり、他の角度引数で振動がはじまらないで、何故現在の角度引数で振動をはじめたのか、まだ分らないことが沢山ある。

公転と自転の関係でも、同じような問題がある。月の自転周期も、もっと他のところで平衡状態に達してもよかつたのではないか。水星も、公転の 3 分の 2 の周期以外でも平衡になってよかつたのが、どうしてそこは通り抜け、現在の状態に達したのか、解決するにはまだ時間がかかる問題がのこっている。

11. 彗星の場合

軌道の長半径が大きく変る他の例は彗星である。多くの彗星は、かなり大きな離心率をもち、軌道は木星の内側から外側にまでのびているので、木星にかなり——0.5 天文単位以内に——近づくことがしばしばある。こんなに木星に近づけば、エネルギーも変わり、軌道の平均半径が大きく変りうるのである。これが、彗星と小惑星との大きな違いである。

彗星がどんなに木星に近づいても、その動きは電子計算機などを使えば精密に計算できるはずである。ところで、エンケ彗星の平均経度に永年加速項の現われることは昔から知られていた。エンケ彗星は今まで知られている彗星のなかで最も短く、3.3 年という周期をもつ周期彗星で、1786 年以来 50 回以上も出現し観測されている。ところで、エンケがこの彗星の動きを調べてみると、その周期が一公転ごとに 6 時間ずつ短くなってきており、このことを考慮しないと、予報がそれだけずれることに気付いた。そして当時は、この説明として、太陽系内にただよう惑星間物質による抵抗ということになっていた。これは 19 世紀はじめのことである。

現在でもエンケ彗星には永年加速項があるが、周期の減少率は一公転あたり 1 時間半とへってきている。永年加速の原因が抵抗物質だとすれば、その物質の密度が小さくなってきているということになる。

永年加速項は、エンケ彗星だけでなく、他の多くの彗星にも見つかってきたが、エンケ彗星のように公転周期の短くなってきているものもある一方、長くなってきている彗星もある。とすると、その原因が抵抗物質であるということがますますおかしくなる。

アメリカのマースデンがくわしく調べたところによると、現在最も周期の変化のはげしいのの一つは、1948 年の発見以来 5 回出現した周期 5.2 年の本田・ムルコス・パジュサコバ彗星で、周期は一公転あたり 3.6 時間ずつ

短くなってきている。一方、アラン・リゴー彗星など、全く永年加速項の認められない彗星もある。

また、最もおかしな動きを示すのは 1896 年に発見されたペリン・ムルコス彗星で、公転周期は 6.7 年であるが、長い期間をとって調べると、公転周期は一公転ごとに 2 時間半ずつ短くなっているように見えるが、1968 年の出現時だけをとってみると、近日点通過の時刻は予報より 18 時間も早くなっている。その前 1959 年 6 月にはこの彗星は木星に 0.38 天文単位まで近づいている。

このように、木星に接近した前後で、永年加速の項が大幅に変化したり、符号まで変ることがある。

この永年加速の原因が何であるかはまだ明らかではないが、彗星の物理的構造と関係があるのではないかと考えられている。というのも、尾が長く、彗星らしい彗星で永年加速の量が大きく、長い間たって彗星らしさが失われてくると、エンケ彗星のように加速の量がへってることが分っているからである。

彗星のなかにも、公転周期が木星と特別な関係をもち、特定の角度引数 θ が振動しているものもある。この場合でも、 θ の振動の振幅は大きく、その近日点のそばで木星に近づくことがあるので木星にかなり近づき、その大きな力をうけ、軌道半径も公転周期も大きく変わってしまう、せっかく振動している θ も、振動ではなくなってしまう。そして、他の角度引数の振動に移る場合もある。

こうして考えると、彗星の軌道はまだまだ不安定で、これからも移り変わっていくものと思われる。

12. 永年振動と小惑星の族

小惑星と彗星との運動の違いは、その永年振動を調べてもはっきりする。前々回に、惑星の離心率や軌道面傾斜角はある程度以上には大きくならないことを述べたが、これは、惑星相互間の引力のうち、短かい周期の成分を平均化した微分方程式を解いた結果分ったことで、同じようなことは小惑星についてもいえる。小惑星の場合には、離心率は主として近日点経度とともに、軌道面傾斜角は昇交点経度とともに変る。離心率も傾斜角も小さいとして微分方程式を線型化すると、この場合も方程式は微小振動の方程式となり、解は自由振動と強制振動との和として表わされる。これを図示すると図 4、図 5 のようになる。図 4 では動径が離心率、角度が近日点経度であり、図 5 では動径が傾斜角、角度が昇交点経度である。いずれも、解は原点からはずれたところに中心を持つ円運動で表わされる。

この円運動が自由振動のためのものであり、原点と中心とのずれが強制振動によるものである。小惑星の場合には自由振動の周期は数千年から数万年であるのに対し、強制振動の周期——これは惑星の永年振動の周期——は数十万年より長いので、実際には円の中心は動い

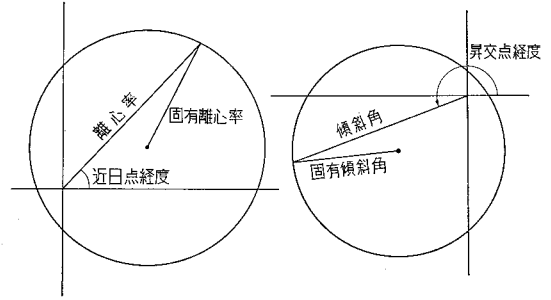


図 4

図 5

ているのだが、自由振動の一周期間はほどでは動いていないとして考えてもさしつかえない。

図 4 の円の半径は固有離心率、図 5 の半径は固有傾斜角とよばれている。これらはいずれも小惑星に固有なものであるのに対し、実際の離心率や傾斜角は原点からの距離で、こちらの方は近日点経度や昇交点経度とともに変化している。

強制振動、すなわち原点と円の中心とのはずれは、力を及ぼしている惑星の離心率や傾斜角が永年振動によって変化しているためのもので、この差は小さく、固有離心率や固有傾斜角が小さくなければ、離心率や傾斜角はあまり変化せず、近日点経度や昇交点経度も時間とともにほぼ一様に動く。

一方、たとえば固有離心率がとても小さく、とくに原

表 2 族における軌道平均半径 \bar{a} 、固有離心率 \bar{A} 、固有傾斜角の sine である \bar{B} の平均値とその標準分散

族	小惑星の数	\bar{a}	\bar{A}	\bar{B}	$\Delta a/\bar{a}$	ΔA	ΔB
1	53	3.1367	.1550	.0239	.0085	.0148	.0042
2	58	3.0149	.0747	.1757	.0021	.0099	.0048
3	33	2.8753	.0491	.0371	.0062	.0063	.0016
4	17	2.5460	.0991	.2596	.0042	.0188	.0041
5	21	2.3653	.2413	.4015	.0225	.0366	.0253
6	23	2.2175	.1253	.0511	.0110	.0163	.0078
7	62	2.2182	.1368	.0801	.0097	.0188	.0078
8	9	2.2167	.1448	.0976	.0081	.0087	.0024
9	31	2.2528	.1582	.1129	.0164	.0171	.0088
11	4	3.3879	.1217	.3659	.0028	.0309	.0174
12	6	3.0617	.1164	.2116	.0078	.0191	.0173
13	7	2.9617	.0563	.0521	.0122	.0327	.0120
14	8	2.9757	.1908	.1954	.0120	.0336	.0126
15	6	2.8656	.1536	.2085	.0013	.0114	.0121
16	8	2.7832	.1570	.1566	.0015	.0430	.0121
17	10	2.7482	.2681	.2795	.0067	.0275	.0185
18	10	2.6749	.1954	.2663	.0074	.0282	.0061
19	7	2.6729	.1729	.1973	.0050	.0127	.0034
20	8	2.6369	.1306	.2266	.0087	.0062	.0046
21	6	2.6253	.1905	.2463	.0051	.0093	.0132
22	8	2.5725	.1495	.1796	.0066	.0152	.0137
23	5	2.5502	.2492	.1112	.0036	.0396	.0121
24	9	2.4471	.1634	.0532	.0095	.0115	.0032
25	11	2.4355	.1574	.0873	.0149	.0135	.0055
26	8	2.4341	.0592	.0507	.0081	.0162	.0145
27	8	2.3683	.1882	.1862	.0029	.0193	.0150
28	6	2.7163	.2519	.5532	.0268	.0521	.0152
29	7	2.5969	.3424	.2942	.0103	.0629	.0134

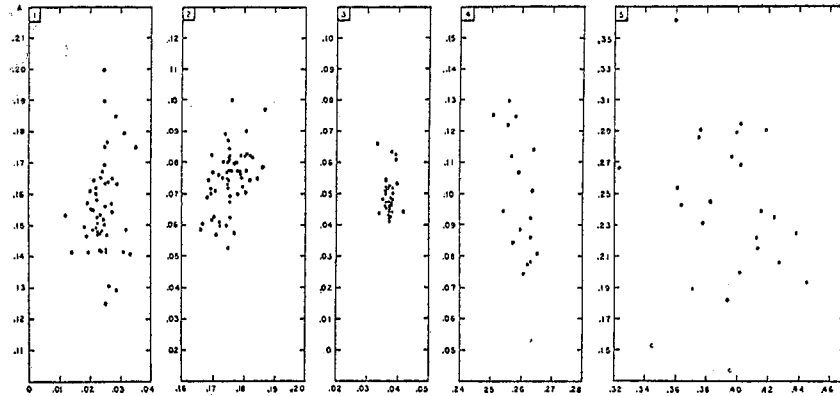


図6 5つの族におけるAとBの分布

点と中心との差より小さいとすれば、離心率の変化の割合も大きく、近日点経度も図4から分るように、ある一定の範囲内で振動することになる。

原点と中心との差の現在の値は、小惑星の軌道の平均半径の関数として計算できるから、各小惑星について固有離心率や固有傾斜角が計算できる。これをもとにして小惑星の族を発見されたのが平山清次(1874~1943)である。平山清次の発見したのは6つの族で、族に属する小惑星では、軌道の平均半径、固有離心率、固有傾斜角が似た値を持っている。

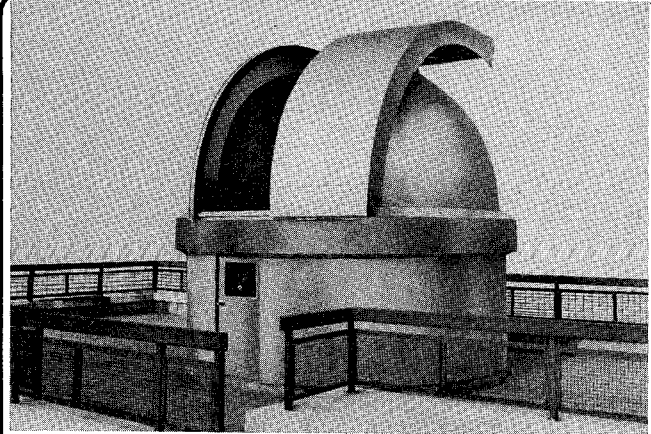
1950年になって、小惑星の軌道要素から短周期の振動を引きささり、こうして求めた平均軌道要素をもとにして固有離心率や固有傾斜角を計算し直して、平山清次の6つの族をふくめ29の族を発見したのはD. ブラウワーである。


なおこの点で、平山清次は固有離心率や固有傾斜角でなく、変化している離心率や傾斜角によって族を見

つけたように書いた、原論文を見ないで孫引きした論文がアメリカあたりの雑誌にいくつか見られるので注意されたい。

ブラウワーの論文による族について、天文単位で表わした軌道の平均半径、固有離心率、固有傾斜角の平均値と、その平均偏差が表2にあたえてある。また、その族にふくまれる小惑星の数も表にのっている。

また、図6に、平山の発見した5つの族について、固有離心率(縦軸)と固有傾斜角(横軸)のひろがりを示してある。横軸は傾斜角の sine がとってある。





← L N-10E型
25cm反射赤道儀

営業品目

- ★天体望遠鏡ならびに双眼鏡
- ★天体写真撮影用品及び部品
- ★望遠鏡各種アクセサリ
- ★観測室ドームの設計・施工

ASTRO 光学工業株式会社

〒170 東京都豊島区池袋本町2-38-15 ☎03(985)1321

★総合カタログ
ご希望の方は切
手300円同封お
申込みください