

章動定数の改訂

関 口 直 菩*

1. はじめに

昨年（1979年）8月に、カナダ・モントリオールで開催された国際天文連合（IAU）第17回総会において、第4（暦）、第8（位置天文学）、第19（地球自転）、第31（時）の各委員会の共同提案による、章動定数の改訂に関する決議が採択された。この決議によって、1984年以後の天体暦においては、この決議内容にしたがって章動の数値が計算されることになった。

この決議は、単に定数の値を新らしく改訂するにとどまらず、今まで「天球の極」、「地球の極」と称していたものの意味も、それを計算する基礎理論も変更する内容をもっている。極の位置や章動の値を変更することは、天球座標の変更を意味することは勿論であるが、地球の極位置の変更は測地座標の変更も伴うし、新らしい章動理論は地球の内部構造や潮汐変形にも関係をもつものであるから、測地学・地球物理学とも関連をもち、影響ある分野がきわめて広汎な決議であると言える。

この決議の採択に至るまでの過程は、戦後の世界の地球自転運動理論の研究の総決算と言っても良いものである。しかもここに至る道のりは平坦なものではなかった。ことに1977年にキエフにおいて開催された地球自転理論のシンポジウムでは、指導的な研究者の中にも理解に不充分な点があって混乱を招いたし、最後のモントリオールの総会においても、採用する理論については、全員一致の決議とはならなかった。これらの歴史的な経過をのべることは、それなりに興味のあることであるが、月報の読者に対しては、むしろこの決議の内容を解説するということが重要と思われる所以、歴史的な記述はできるだけ簡略に述べておくにとどめよう。

2. 新決議の歴史的背景

1960年より米・英暦に採用されている章動定数は、1953年のウーラードの研究によるもので、これは地球を赤道面内の2軸のまわりの主慣性能率が等しい剛体と仮定したものであり、各章動項の数値も、実際の地球（それは剛体ではない）について観測された歳差定数と章動定数を基礎として剛体理論にしたがって計算されたものであった。

ところが、実際の地球は剛体ではない。まず表面から

2900 km の深さの部分は外力によって弾性的に変形するマントルといわれる部分であり、それ以下の中心からの半径が 1300 km の部分までは液体的な性質をもつ核と言う部分がある。地球が弾性的な変形をする場合、もしもくは地球が内部に液体をみたした空洞をもつ剛体である場合の地球自転運動理論は古くから研究されていたが、この両者の性質を同時に仮定した場合、つまり弾性変形をする外套部の中に、回転楕円体の空洞があつて液体でみたされているようなモデルの地球に対する自転運動理論は、1957年に発表されたジェフリース・ヴィセンテの理論をもってはじめとする。その後、これと同様なモデルについての理論は、1961年にモロデンスキイ、1967年にペデルセン、1970年に角田、1977年に笹尾・岡本・酒井、1976年にシェン（沈）・マンシンハなどにより発表された。特に1979年、モントリオール総会の3か月の前に発表されたウォールの理論は、総会において議論の一つの焦点となつたので、後にまた触れるにしよう。

これらの理論の相互の比較検討が進められたが、これが今回の決議の重要な背景を形作った。ことに、1977年のキエフのシンポジウムで、笹尾・大久保・斎藤が発表した研究によって、少なくとも高次の小量を省略した1次理論に関する限り、4個のパラメーター（ただしそのうち2個の間には条件式が存在する）の数値を変更することによって、上記の各理論が相互に他に移行し得ること、また各章動項の観測値は、剛体地球理論に比べて変形モデル理論の優位性を決定的に示すことを明らかにした。

一方、もう一つ提起された問題点は、各瞬間ににおいて地球の自転軸が天球を貫く位置を天球の極とし、この点の移動を歳差・章動として計算し、これを以て天体の赤道座標をあらわそうとする従来の習慣に対する反省がおこったことである。古くから天球の赤道座標の極はこのように定義されて来たし、また天体暦の計算に伝統的に用いられて来た簡単なボアッソン方程式の解は、地球自転軸の空間運動の良い近似を与える（ウーラードの定理）という事情もあって、天体暦では上記の定義による極が用いられて来たわけである。ところが、このように定義した自転軸は、空間に対しては1日よりはオーダーの大きい周期の項の和としてあらわされるけれども、地球に固定した座標から見ると、1日のオーダーの周期の項（準日周項）の和として表現される。もっともこう言うため

* 東京天文台 Naosuke Sekiguchi: On the Amendment of the Nutation Constants.

にはちょっと条件が必要である。それは、極運動が存在しない場合のことであって、もし存在する場合にはどうなるかは後に述べる。この準日周頃の存在のため、地球に対する（旧定義による）極位置を観測する緯度観測の場合には、オッポルツァー項というものを補正する必要があった。

1975 年にアトキンソンは、従来の伝統的な自転軸位置を極とするかわりに、形状軸を極として、その位置を天体暦で計算しておけば、緯度観測の際のオッポルツァー項補正も不要であるし、また子午環などで観測した星の赤緯は、ただちに新らしい定義による赤緯となるという見解を述べた。ここで、形状軸とは剛体モデルの地球では最大の慣性能率をもつ慣性主軸のことであるが、アトキンソンは一応変形する地球を考え、地球の慣性主軸の地球に対する平均位置を形状軸とし、地球に対しては固定した軸とした。そしてアトキンソンの提案による極は、極運動のない状態では、地球に対しても、空間に対しても準日周頃をふくまぬものであった。

この提案が時宜にかなったものである背景として、この時期に変形・液体核モデルの地球自転運動の研究が進み、各種理論の相互比較や観測との比較によって、その信頼性がみとめられたことがある。この研究のシリーズの先鞭をつけたジェフリースは 1959 年に、理論値と観測値とを比較する時、次のやり方をとった。彼は観測される章動項が形状軸に対するものであることを知っていたので、章動の主な項いくつかについてウーラードの理論の回転軸に対する係数に補正を加えて形状軸に対するものに引き直し、これに剛体地球理論から変形地球理論に引直すための倍率（非常に 1 に近い数）をかけてこれを理論値とし、これを観測と比較した。このやり方がその後の研究者にも採用されて来たと言う事情もあるのである。

かくして、1976 年のグルノーブルにおける第 16 回国際天文連合総会では、章動理論は非剛体地球モデルについてのものを採用すること、ウーラードの論文にある回転軸から形状軸へ引直す補正を加えるが、それは新らしい理論に基いたものを使用すること、という趣旨の決議が採択された。筆者の私見であるが、この時にはこの案の起草者は、普通の非剛体モデルの理論では、まず形状軸の理論的延長に相当する軸の位置が求められると言うことを知らなかったのではないだろうか。

3. 決議案の起草

このグルノーブル決議の方向にしたがって具体的な採用モデル、理論の選択については、1977 年 5 月にソビエトのウクライナ共和国キエフで行われた、IAU シンポジウム No. 78 にゆだねられた。ところが、このキエフ・

シンポジウムでは一部参加者の思い違いから、形状軸を採用したグルノーブル決議を取消すという事態がおこった。

このキエフ決議にもとづく作業委員会は、1977 年末に、ザイデルマンを長として組織された。メンバーはその後変化があったが、最終的にはアバラキン、木下、コヴァレフスキー、マーレイ、スミス、ヴィセンテ、ウイリアムス、ヤツキフがモントリオール総会に提出する決議を起草した。キエフ決議の問題点は、すでに各方面から指摘されていたが、これについて徹底的な研究を行うため、日本では章動に関する作業委員会が、木下を長とし、中嶋（東京天文台）、横山、笹尾（緯度観測所）、中川（京大、地球物理）、久保（水路部）によって作られた。この委員会は 1978 年 5 月に提案をまとめ、ザイデルマン委員会をはじめ、世界各国のこの分野の研究者に送附された。この提案は、ザイデルマン委員会によって大はばに採用され、今回の決議案が起草されたものである。

4. 剛体地球の回転

上述のことでもわかるように、この決議は重要なポイントを 2 つ含んでいる。すなわち、第 1 に従来の自転軸とは異なる新らしい軸を採用したこと、第 2 に地球のモデルとして剛体地球のかわりに、外套部の弾性と核の流動性を考慮したモデルが採用されたことである。この新らしい軸とはどういう軸であるかを先ず解説することにしよう。

理解を容易にするために、まず地球が剛体であるモデルの場合について解説し、さらに地球のより現実的なモデルの場合に、各種の極の位置関係がどのように拡張されるかを述べよう。

第 1 図は、剛体モデルの場合、空間に対して回転しない座標で天球を外側から見て、その上に投影した各種の北極位置の関係図である。ここで P_0 は空間に対して不動な原点とする。この図では剛体地球を仮定しているので、形状軸、すなわち慣性主軸は地球に固定している。いまもし極運動（剛体であるからオイラー章動と呼ばれるが）がない場合を考えると、形状軸は F_0 、回転軸は

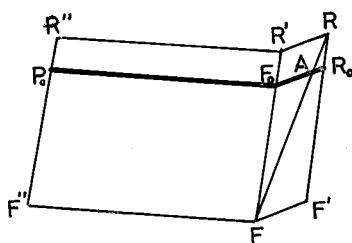


図 1 剛体地球の場合の各種極位置関係

R_0 となる。この $F_0 R_0$ を $305:1$ の比に内分する点 A が角運動量軸である。従来の天体暦ではこの R_0 を天球の極として採用していたのである。ウーラードはこの R_0 から F_0 に引直す補正量の式を 1953 年の論文中に記しており、グルノーブル決議はそれを念頭に入れていたのである。この F_0 および R_0 の空間に対する運動は 1 日よりはオーダーの長い周期の項の和としてあらわされる。 F_0 は地球に対して剛体の慣性主軸であるから不動であるが、 R_0 は地球に対しては準日周的に変位する。ごくだいたいの大きさを言うと、 $F_0 R_0$ は $0''01$ の程度（これは充分に観測上問題になる大きさである）である。 $P_0 F_0$ は歳差が大部分の大きさを占めて時間とともに増大して行く。 AR_0 は $0''00003$ の程度である。

ここで極運動が存在するとどうなるか。すると回転軸 R と形状軸 F は第 1 図に示す位置に来て、角運動量軸 A は FR を $305:1$ に内分するような位置に来る。ベクトル FR は次のような運動をする。すなわち、 R と F を反対側の頂点とし、 $F_0 R_0$ に平行なベクトルを相対する辺とする平行四辺形 $R'FF'R$ をえがく。 P_0 をとおり FR' に平行な線を引き、この線と、 R', F から $F_0 P_0$ に平行な線を引いた交点をそれぞれ R'', F'' とする。この $R''F''$ のベクトルが P_0 のまわりに $1/(1+1/305)$ 恒星日周期で正方向に一様に回転すると考える。そして $R''F''FR'$ 、 $R'FF'R$ が常に平行四辺形であることを保ちながら運動する。 FR' の大きさは普通 $0''2$ の程度である。 F 点は地球に対しては固定した点であっても、空間に対しては準日周的に運動する。 R 点は空間に対しても地球に対しては準日周的に運動する。

さて、極運動と言うものは、暦計算では極運動は不規則性が強く、予報可能でない (unpredictable) 運動として扱われており、これを除外した位置を計算している。そして極運動によるための補正は、その時々の極運動観測のデータによって行うことになっている。第 1 図で太線およびその上の点は予報可能 (predictable) な位置であり、これは暦計算の対象となる。

ところで、天体暦における天球極位置計算の使命は、地球上の各観測所の鉛直線の天球上の位置等を知らしめる仲介となるべきものである。もっとも鉛直線には鉛直線偏差と言う現象があるが、これは別個に地球物理学的方法によって補正することにしよう。その時、観測所は地球に固定したものであるから、観測所と F 点との関係は既知である。もし天体暦で F_0 点の位置を計算してあれば、 F_0 から F への引直しはその時々の極運動観測のデータから行って、それから各観測所の天頂が求められる。ところが、もし従来の天体暦がそうであったように、回転軸 R_0 の位置が計算してあれば、どうしても上の計算に予報可能量である R_0 から F_0 の引直しを加え

ざるを得ない。 R_0 は地球に対して固定した点ではないからである。およそ天体暦は観測整約のために観測者が行う必要な計算が最小となるように作るのが原則であって、予報可能な量はすべて計算しておくべきである。このために天体暦では、 F_0 点の位置を計算すべきである。これが 1975 年のアトキンソンの提案であった。

5. 天球暦表極

以上は剛体モデル地球によって説明したが、決議は“剛体でない地球モデル”によって計算することになっている。それならば、この非剛体モデルに移った時、上述の関係はどのように修正されるであろうか。

非剛体モデルによっても、かなりの程度まで剛体モデル理論と類似の議論が成立するが、特に重要な点は剛体の場合の形状軸はこの場合にはどう拡張されるかと言うことである。非剛体の場合は、地球マントルの変形があるので、慣性主軸は地球に固定していない。その変形の原因の第 1 は月・太陽の潮汐力であり、第 2 は極運動によるものである。大気・海洋等の表面荷重などによる変形は、歳差・章動には影響はほとんど考慮する必要はないだろう。地球自転の遠心力によるポテンシャルは、地球に固有のものと考える。上記の 2 原因のうち、前者は予報可能であるが、 $1''$ 以上にも及び、後者は極運動半径（約 $0''2$ ）の $1/3$ くらいの程度の量である。慣性主軸は非剛体の場合、準日周的にはげしく移動するので、基準にとることは不可能である。

しかし剛体地球の場合の形状軸の理論的拡張と見られる軸が非剛体地球理論において存在する。それは、極運動、自由核章動および月・太陽の潮汐力が消失した場合に地球形状軸（慣性主軸）と一致し、この状態から極運動、月・太陽の潮汐力に起因する変形がおこった時、地球マントルの各部分の運動（核の運動は考慮しないことに注意！）から一様回転をさしひいた残りの部分を、この座標系に対してあらわし、この座標系が回転しない場合の式を使って角運動量を求めて見ると、これが消失するような座標系を考える。これはティスラン平均の座標系という。これが剛体の場合の形状軸の座標系の拡張に相当する。この z 軸の方向の、極運動が消失した場合の位置が、新らしい決議によって“天球暦表極 (Celestial Ephemeris Pole)”と名付けられた極であって、この位置が 1984 年以後の天体暦で計算されることになる。

この軸は、これまででも地球潮汐の研究者によって採用されて来た軸であって、この軸に対しある観測所が地球潮汐によってどう移動したかは、従来の地球潮汐理論をそのままあてはめることができる。この補正が容易に出来るという意味で、“観測所はこの座標系に固定されている”と言ってもよい。測地学では経緯度の基準原点と

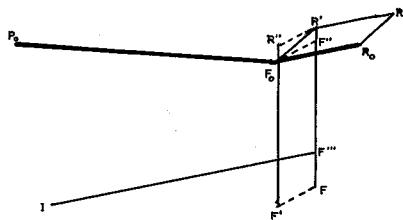


図 2 非剛体地球の場合の各種極位置関係

して CIO 原点を使用することがあるが、この極はそれとは異っている。

なお、決議では文章上、この極は“空間に固定した座標系についても、地球に固定した座標系についても、準日周的運動をもたない極”と定義されているが、これがこの極の特質をよく表現していると思う。

この極の関係位置を図示したものが第2図である。 P_0 は空間に固定した点、 F_0 が上記の天球暦表極で、 R_0 は、極運動・自由核章動が消失した場合の回転軸の位置とする。ただし回転軸とは、厳密には地球の物質が回転する軸と考えるべきではなく、上記の座標系が空間に対して回転する軸と考えるべきであろう。太線は予報可能なベクトルであるが、 F_0 点、 R_0 点の表示式は剛体の場合に比べ、係数の値が異なるのみで、項の形は同じである。

実際の非剛体運動においては、自由振動に相当する項として、極運動の他に自由核章動と言うものがあらわれる。そのために、この軸は F_0 から、極運動によって F' に移り、さらに自由核章動により F に移る。ここでベクトル F_0F' は第1図の F_0F に相当するもので、 F_0 点のまわりを $1/(1+1/430)$ 恒星日の周期で正方向に回転し、ベクトル FF' は約 460 日恒星日程度の周期で逆方向に回転する。ベクトル $F'F$ の長さは約 $0.^{\circ}02$ の程度である。

回転軸は R に移るが、この R は次のようにして得られる。 F から $F'F_0$ に平行な線を引き、長さを極運動半径（約 $0.^{\circ}2$ ）にひどいように取り、その端点を R' とする。 $R'F_0R_0$ を 3 頂点とする平行四辺形の第 4 頂点の位置が R である。

瞬間慣性主軸の位置 I は天文学的・測地学的には意味がほとんどないが、次のように求められる。 FR' を $1:2$ くらいに内分する点 F'' からベクトル F_0R_0 に平行に、反対方向に約 $1''$ くらい引いたベクトルの端点が I である。これは地球に対しては準日周的に目まぐるしく動きまわる点となる。

なお、液体核を考えた場合、上記の意味の回転軸と全角運動量軸と瞬間慣性主軸とは、必ずしも同一平面上にはない。

6. ウォールの理論

さて、モントリオール総会で、もっとも議論のたたかわされた問題は、非剛体地球の自転運動理論として、どのような理論を採択すべきか、という点であった。前記の日本の作業委員会は、1978 年の提案として、1961 年に発表されたモロデンスキー・モデル II を採用すべきであるとし、これがザイデルマン委員会で採択されて総会にはかられたわけである。モロデンスキー理論はいさか古いものではあるが、当時の作業委員会では、観測との比較からは、どの理論も優劣はつけ難いので、歴史的重みも考えてこの理論を推薦したわけである。

しかし 1979 年 5 月に至って、アメリカ・コロラド大学のウォールは新らしい地球自転運動理論を発表した。この理論は従来のものと本質的に異なる点をもっており、地球の各部の変形や運動について高次の調和項を考慮に入れ、モロデンスキー理論等では地球外套部や核の回転運動と変形とが切離して取扱われていたものを同時に取扱うことを可能とした。この理論とモロデンスキー理論とでは、たとえ採用する基礎定数を同じくしても、経度章動で $0.^{\circ}006$ 、黄道傾斜章動で $0.^{\circ}002$ の差のある項がいくつかあり、この差は近い将来に予想される観測精度の向上によって問題となり得る量であった。

しかし総会の席上では、この理論の発表後の日が浅かったため、その内容が出席者の間に充分に滲透し切れなくて、一応ザイデルマン委員会の原案が多数で採択されたのであった。

しかし 1979 年 12 月にオーストラリア・カンベラで開催された第 17 回国際測地学および地球物理学連合 (IUGG) 総会では、以上の決議を再確認するとともに、その決議 No. 9 において、“例えば”という副詞句つきではあるが、“ジョン・ウォールの理論を IAU が再考”することを要望している。筆者の個人的見解では、最終決定までにもう少し時間を置いて、多くの研究者によってウォール理論の優れた点について確認を行った後に決定すべきだと考えていたが、事態は事実上その方向に進んでいるようである。

最後に、この稿を草するに当って、緯度観測所の筮尾哲夫氏の御意見を参考にしたことを附記しておく。