

強磁場中の水素原子の光スペクトル

三 須 明*

中性子星などの表面近くで期待されるような極めて強い磁場の中に水素原子がある場合、どのような光スペクトルが現れるかについて考察する。先ず、原子スペクトルに及ぼす磁場の影響の物理を解説し、さらに、誘電率が大きいためにクーロン力が弱く、有効質量が軽いために磁場の影響が大きく現れる亜酸化銅 (Cu_2O) 結晶の励起スペクトルの磁場変化を参考例として示す。

1. はじめに

ある種の白色矮星や中性子星の表面近くには $10^8 \sim 10^9$ テスラ程度の非常に強い磁場が存在すると予想されている。この磁場は極めて強い。我々が実験室で定常的に発生できる磁場は通常の電磁石で 1, 超伝導電磁石で 10, パルス作働の磁石で 100 テスラが限度である。磁場は電

流によって作られるが、電流はそれ自身の作る磁場から力を受け、磁場が弱くなるように拡がる。電流の磁場から受ける力で磁石が壊れることを厭わずに、爆薬の爆破力などその力とをバランスさせ、その瞬間に利用できる磁場が 1000 テスラである。我々が地上で到達し得る磁場の強さはこの程度、これに比べて天上の星で期待される磁場のなんと強いことであろうか。

以下の小論では、この種の星の表面で期待されるような強い磁場中に置かれた水素原子の光スペクトルについて考察する。いずれかの星から来る光のスペクトル解析に役立つかも知れないからである。水素は宇宙空間に比較的多く存在する元素であるが、磁場の強い星に存在することが確かめられているわけではない。これらの星の表面は比結合エネルギーの最も大きい鉄などの原子核で

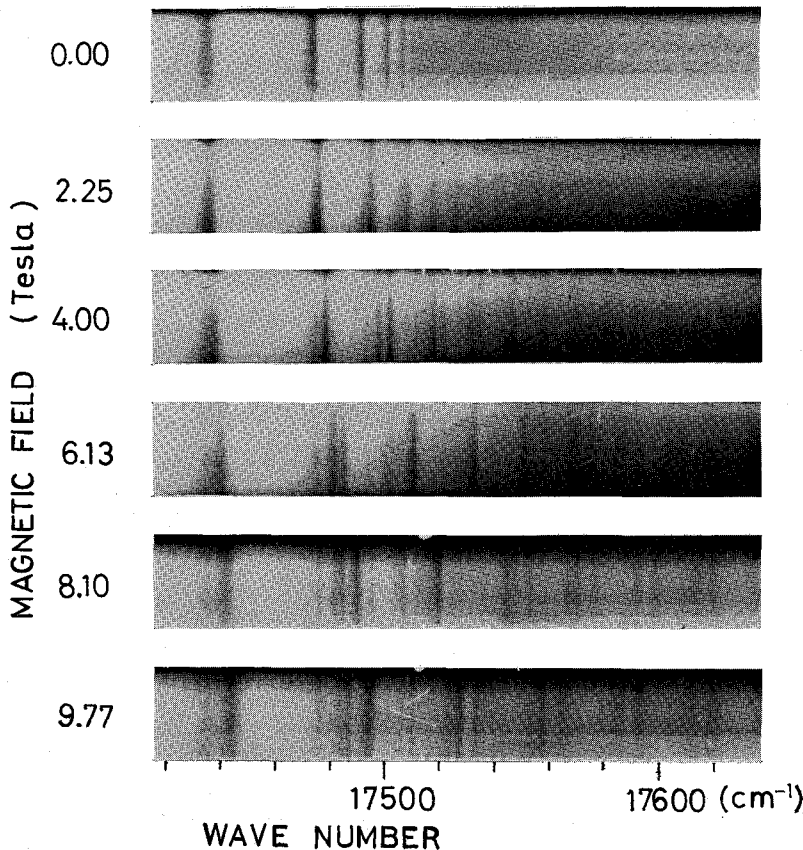


図 1 亜酸化銅 (Cu_2O) 励起子の吸収スペクトル。磁場ゼロでは水素状のスペクトルを示す。 σ_+ スペクトル, 測定温度 4.2 K, 磁場は超伝導電磁石により発生させた。

* 東京理科大学 Akira Misu: Optical Spectra of Hydrogen Atoms in Strong Magnetic Fields

覆われていると思われている。ここで水素を考察する理由は、光スペクトルという点からそれが最も簡単な原子だからである。主として問題となることは、原子内の電子を原子核へ束縛するクーロンのポテンシャル・エネルギーと、外部から加えられる磁場の影響の大きさととの比である。電子は磁力線にまつわりつくように運動するから、磁場が十分に強ければ原子内でも電子の運動は磁場で決められるようになる。

強い磁場中の原子の光スペクトルは古くから研究されている。すでに 1939 年、ジェンキンズとセグレは Na 原子と K 原子との主量子数が 20 から 35 という高いリドベルグ状態の光スペクトルが、磁場によってシフトすることを観測している¹⁾。高リドベルグ状態ではクーロン力による電子の束縛が弱く、実験室で発生できる磁場でもその効果が現れるのである。高リドベルグ状態の原子以外に、クーロン力による束縛が弱く磁場の影響が比較的大きく観測される系がもう一つ知られている。それは結晶の励起子や、固体中の不純物である。固体中のクーロン力は周囲に遮蔽されて弱く、電子はいわゆる有効質量を持って運動する。このような研究の成果はいくつかの総合報告²⁾にまとめられている。最近では天体物理学と関連して光スペクトルのみならず、強磁場中の原子による電子散乱の問題なども研究されている。これらについては大崎の解説³⁾が参考になる。

次章では磁場中の原子の物理と光スペクトルに現れる変化とを述べ、3. では具体例を示す。

2. 光スペクトルに現れる磁場の影響

水素原子では 1 個の電子が原子核のクーロン引力と、運動の遠心力とがつり合うような軌道をまわっている。

$$m\omega^2 r - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} = 0. \quad (1)$$

ここに、 $m=9.1 \times 10^{-31}$ kg と $-e=-1.6 \times 10^{-19}$ C とはそれぞれ電子の質量と電荷、 $\epsilon_0=8.9 \times 10^{-12}$ F/m は真空の誘電率、 Z は原子番号で水素原子なら $Z=1$ である。また、 ωr は電子の周速度、 r は軌道半径である。電子は波長 $\lambda=2\pi\hbar/m\omega r$ の波であり、一周したときの長さが λ の整数倍でない軌道は干渉によって消えてしまう。したがって、定常状態として存在し得る電子の運動はボア・ゾンマーフェルトの量子化条件を満している。

$$m\omega r^2 = n\hbar, \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (2)$$

ここに $2\pi \times \hbar = 6.6 \times 10^{-34}$ J·s はプランク定数である。整数 n は主量子数と呼ばれ、軌道半径の目安となる。

原子核からの影響を受けないぐらい遠く離れて静止した電子のエネルギーを基準にすると、電子は負のクーロン・ポテンシャルの中で、その半分の正の運動エネルギー

で運動している。その全エネルギーはとびとびの値、

$$E_n = -\frac{mZ^2 e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (3)$$

をとり、異なるエネルギーを持つ状態の数は無限個ある。最低エネルギーの状態を基底状態といい、水素の場合、 $Z=1$, $n=1$, は -13.6 eV である。エネルギー準位は本来、 (n, l, M) の 3 つの量子数で指定される。ただし、 $l\hbar$ ($l=0, 1, 2, \dots, n-1$) を角運動量の大きさ、 $M\hbar$ ($M=l, l-1, \dots, -l$) を角運動量のある軸への成分の大きさとする。原子は球対称でありどの方向に軸をとっても変わらないから、エネルギーが M に依存することはない。しかも、クーロン力で束縛された電子のエネルギーは角運動量 l にも関係しない。これを偶然縮退と呼ぶ。この結果、主量子数 n のエネルギー E_n には n^2 個の準位が縮退する。普通 $l=0$ を s , $l=1$ を p , $l=2, 3, 4, \dots$ をそれぞれ d, f, g, \dots と呼び、 nl で準位を指定する習わしである。

水素原子は一様で定常な磁場 B の中で、その強さ B と B^2 とに比例した 2 つのエネルギーを持つ。

$$\mathcal{H} = \frac{p^2}{2m} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} + \frac{e}{2m} \mathbf{l} \cdot \mathbf{B} + \frac{e^2}{8m} r_{\perp}^2 B^2. \quad (4)$$

第 1 項と第 2 項とは磁場のないときと同じ運動エネルギーとクーロンのポテンシャル・エネルギーとである。ただしそれを運動量 p を用いて表わした。第 3 項は B に比例したゼーマン・エネルギーで、この \mathbf{l} は電子の角運動量である。原子核のまわりをまわる電子の運動は小さく閉じた電流と看做せるが、これは磁気双極子のように振舞う。磁場 B の方向を角運動量の成分を測る軸とすると、この磁気双極子はエネルギー E_{Zeeman} を持つ。

$$E_{\text{Zeeman}} = \frac{e\hbar}{2m} MB. \quad (5)$$

このエネルギーは $M=1$ のとき 5.8×10^{-5} eV/(テスラ) の割合で磁場に比例し、基底状態 $1s$ にある電子のクーロンのポテンシャル・エネルギーと等しくなる磁場の強さが 5×10^5 テスラである。

基底状態の水素からの $1s \rightarrow np$ 遷移による吸収スペクトルは p 準位の $M=\pm 1, 0$ に応じて、それぞれ 3 本に分裂する。磁場に平行に光を入射する場合をファラデー配置というが、このとき右と左回りの円偏光によって、それぞれ $M=+1$ 準位へ遷移の σ_+ スペクトルと、 $M=-1$ への σ_- スペクトルとが観測される。磁場を作る電流と同じ向きにまわる偏光の吸収が $M=-1$ への遷移で、低エネルギー側の分裂成分である。磁場に垂直に光を入射するヴォイド配置で磁場に垂直な直線偏光では σ_+ と σ_- スペクトルとの平均が観測され、磁場に平

行な直線偏光では $M=0$ 準位への遷移の π スペクトルが観測される。ゼーマン・スペクトルには必ず対となる偏光に分裂した相手があるので、その分裂の大きさから磁場の強さを求めることができる。

ここでは、電子スピンの磁気モーメントが磁場に対して持つエネルギーを考慮していない。このエネルギーも磁場に比例して大きくなり、原子のエネルギー状態を考察する場合には無視することが許されない。しかし、光遷移はスピンをひっくり返さないで、上向きスピンは上向きスピンの準位へ遷移し、下向きスピンの準位同志の遷移と重なるので、スペクトルにおいては、磁場が強いかぎり、スピン角運動量を考慮しなくてもかまわない。

第 4 項は反磁性シフトのエネルギーである。このシフトは磁場の強さの自乗に比例するので、磁場の弱い間は僅かであるが、強くなるとスペクトルに主たる影響を及ぼす。ここで r_{\perp} は磁場に垂直な面内の電子軌道の拡がりであり、角運動量が $l=0, \pm 2$ だけ異なる準位の間で値がある。水素原子では角運動量の異なる準位の偶然縮退のため、基底状態からの吸収 $1s \rightarrow np$ の遷移にこの項によって他の l 準位への遷移が混って観測される。量子数 M による分裂の他に、 $n=2$ と 3 とへの遷移はそれぞれ p 準位への遷移 1 本ずつ、 $n=4$ と 5 とでは p と f 準位とへの遷移 2 本ずつ、 $n=6, 7$ では p, f, h と 3 本、 $n=8, 9$ では 4 本ずつが観測される。

反磁性シフトは電磁誘導の法則に基づく。すなわち、磁場を加えるときの磁束変化を打ち消すように電流を流そうとする起電力によって電子は加速され、

$$\Delta\omega = \frac{eB}{2m} \quad (6)$$

なるラーマー周波数だけ、磁場に垂直な面内で、回転が増加する。つまり磁場内の運動は磁場のないときの運動にこのラーマーの才差運動という磁場に平行な軸のまわりの $\Delta\omega$ の回転を重ねれば求まる。これをラーマーの定理という。したがって、軌道半径の変化はない。周波数 $\Delta\omega$ なる回転の増分を磁場を作る電流とは逆向きの閉じた電流と考えれば、その磁場に比例した磁気双極子モーメントが磁場に対して持つエネルギーは、したがって正で、磁場の自乗 B^2 に比例する。

反磁性シフトは磁場が十分強く電子の運動を主として決定するようになると、磁場 B に比例するよう変わる。クーロン力を無視して考えたとき、磁場によるローレンツ力は電子の運動と直角方向に働き、遠心力とつり合って電子に円運動をさせるからである。

$$m\omega^2 r - e\omega r B = 0, \quad (7)$$

この円運動の周波数 ω_0 をサイクロトロン周波数という。

$$\omega_0 = \frac{eB}{m}. \quad (8)$$

この円運動にポア・ゾンマーフェドの量子化条件を適用すると、量子数 N で指定される定常状態が求まり、そのエネルギーは磁場に比例する。

$$E_N = \hbar\omega_0 \left(N + \frac{1}{2} \right) + \frac{p_{\parallel}^2}{2m}. \quad (N=0, 1, 2, \dots) \quad (8)$$

ここに p_{\parallel} は磁場に平行な運動量で、磁場がそれに垂直な面内の運動のみに影響し、平行な運動を変化させないことを表わす。式 (8) は磁場に比例する等間隔の準位を与えるが、それはランダウ準位と呼ばれる。エネルギーが磁場に比例する理由は、ラーマーの才差運動では不変であった軌道半径が、ランダウ準位では $r = \sqrt{N\hbar/eB}$ と磁場の増加に従って小さくなるためである。

エネルギーの磁場依存性が B^2 から B へ変化するのには、電子の運動を原子核のクーロン引力が決める状態から、磁場が決める状態へ変わることに起因する。エネルギーで示すなら、(3) 式の絶対値の 2 倍と (8) 式第 1 項との大小による。量子数 $n=1$ と $N=0$ とを比較するなら両者の等しくなる磁場は 5×10^5 テスラで、クーロン・ポテンシャルエネルギーとゼーマン・エネルギーとが等しくなる磁場と同じ値である。さらに量子数が大きいほどこの磁場は弱くなる。この変化に応じて光スペク

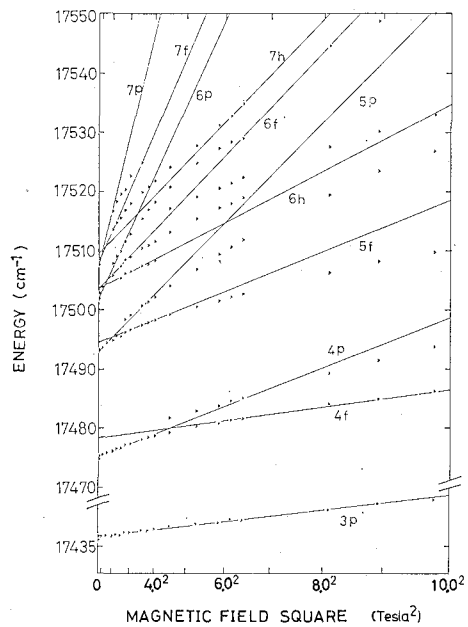


図 2 励起子スペクトルの磁場依存性。ゼーマン分裂は平均エネルギーをとることにより消去し、反磁性シフトをあらわに示した。点は測定値、実線は同一 n 内の反磁性相互作用のみを考慮した計算値。

トルがどのように変わっていくかは、実は現状では、理論的にも実験的にも十分に明確になっていない⁹⁾。磁場に平行な軸への角運動量の成分 $M\hbar$ は共通であるが、他の量子数は (n, l) から $(N, p_{//})$ へ変るためである。計算では水素原子の準位が無数個あることを考慮しなければならない。この変化の途中では無数個の準位が混ざり合い、カオスと呼ばれる状態を通過する。これは水の流れの中の乱流のように、規則性を見出すことができない状態であることが知られている。

3. 磁場中の亜酸化銅の (Cu_2O) 励起子スペクトル

水素状光スペクトルの磁場変化の具体例として、亜酸化銅の黄色系励起子⁹⁾の吸収スペクトルを図1に示す。磁場ゼロのスペクトルからもわかるように、線幅がやや広いことを除けば、これは水素のスペクトルと相似であることで有名である。その光子エネルギーは、

$$\hbar\omega_n = E_\infty - \frac{R_y}{n^2}, \quad (9)$$

で与えられる。ここで $E_\infty = 2.17 \text{ eV}$, $R_y = 9.68 \times 10^{-2} \text{ eV}$ であり、 $n=2$ から 13 までが実際に観測されている。リドベルグ定数 R_y が (3) 式のそれに比べて小さいのは、固体内で誘電率が大きく、有効質量が小さいことによる。このおかげで、実験室でも強い磁場の状況を実現できる。

高エネルギーで強い磁場の部分には等間隔で繰り返されるパターンが見られる。これはランダウ準位への遷移であるが、クーロン力がゼロでなく存在するので、一つのパターンが1本の吸収線でない。これを(8)式の第1項で表わすと、パターン同志の間隔とエネルギーの磁場依存性との両方から $\hbar\omega_c/B = 3.1 \times 10^{-4} \text{ eV}/(\text{テスラ})$ が求まる。

異なる偏光のスペクトルを比較すれば、多数の吸収線について相手を決めることができる。これを $M = \pm 1$ 準位の分裂とすると、全て同じ大きさの割合 $2.2 \times 10^{-5} \text{ eV}/(\text{テスラ})$ で磁場に比例する。実験では磁場の大きさが知れているから、求められた係数からはスペクトルの量子数、誘電率や有効質量などが決まり、固体内の励起子や電子状態について知見が得られる。

図2にゼーマン分裂の相手との平均エネルギーを磁場の自乗に対してプロットした。これはゼーマン効果が消去されていて、反磁性シフトをあらわに示す。予想に違わず、主量子数 $n=3$ は1本、 $n=4$ と 5 とは2本、 6 と 7 とは3本の吸収線がある。ただし、ここには $n=2$ への遷移はプロットされていない。また固体中であることの影響から、ゼロ磁場で偶然縮退が解けている。主量子数 $n=3$ への遷移は直線であるので、これから磁場の自乗への依存性の係数を求め、決まった n 内で水素原

子と同様な計算をした結果実線で示した。磁場が弱く n が小さい範囲では良く一致しているが、磁場が強くなると測定の方が計算値よりも低エネルギー側へ来る。実際の磁場依存性が磁場 B に比例するように変化するためである。このことは、ある準位についてその準位より高エネルギー側には狭い間隔で無限個の準位があり、それとの間の反磁性項による相互作用があることを示す。事実、特定の遷移間のエネルギー差は、その間の反磁性項による相互作用の大きさと等しいことが知られている⁹⁾。

水素の光スペクトルも、ここで示した亜酸化銅の励起子と同様な磁場依存性を示すはずである。リドベルグ領域とランダウ領域との中間では複雑に多数の吸収線群の観測される部分と、それらが重なり合ってあたかも吸収線がないように見える部分とがある。この部分ではスペクトルを見通し良く理解する方法が未だ知られていない。しかし、図1からもわかるように、どんな磁場でもスペクトルのどこかには知られた方法で解析できるエネルギー領域がある。すなわち、主量子数 n によってクーロン・ポテンシャルか磁場の影響かのどちらかが大きくなる。このことは星のスペクトルの解析に役立つと思われる。

最後に、この小論を書く機会を与えてくださった光学天文懇談会の世話人と天文月報編集理事の方々々に感謝いたします。

参考文献

- 1) F. A. Jenkins and E. Segré: Phys. Rev. **55** (1939) 52.
- 2) R. H. Garstang: Rep. Prog. Phys. **40** (1977) 105.
品田正樹: 月間フィジックス **4** (1983) 242.
- 3) 大崎明彦: 日本物理学会誌 **38** (1983) 207.
- 4) 仁科雄一郎, 黒田規敏: 日本物理学会誌 **37** (1983) 832.
- 5) H. Sasaki and G. Kuwabara: J. Phys. Soc. Jpn. **34** (1973) 95.
- 6) A. Misu, Y. Takada and H. Fukutani: *High Field Magnetism* (ed. M. Date, North-Holland Pub. Co. 1983) p. 205.

お知らせ

日本証券奨学財団研究調査助成募集

上記について、学会宛に募集要項がとどいています。趣旨は、学術文化の研究調査に従事している者に対し、その研究調査を奨励し、学術の振興をはかり、もって社会の発展と福祉に寄与することを目的としていて、対象者は、大学において学術文化の研究調査に従事している個人又はグループとし、その研究者の年齢は55歳以下とする。ただし大学間にまたがるグループでもよく代、