は引数について有限の収束半径を有するテイラー級数で，$I_{\rho_1}, I_{\rho_2}, \cdots$ は任意積分定数，また $\rho_1, \rho_2, \cdots$ は微分方程式のオーダーをサイズとするある定数行列の固有値として得られる指数である．2体問題においてはこれらの指数はすべて 1/3 の整数倍なる有理数であるのに対して3体問題（3体同次衝突）においては指数の中に無理数や虚数のものが現われる．この無理数，虚数の指数が現われるという事実自身は3体同次衝突の解析接続不可能性として古くから知られていた（ブロック．1908)．その意味は指数の内に無理数，虚数のものがあると，$t<0$ で定義された real な解が $t=0$ の特異点を超えて $t>0$ まで real な解として接続できないということである．($n=2$ の2体衝突では接続が可能である．) この3体同時衝突の解析接続不可能性は，実は3体問題において十分な数の代数積分が存在しないことの直接の帰結である．より詳しく言えば，指数 $\rho_1, \rho_2, \cdots$ には存在する代数積分の一種の次数が反映され，自由度の数だけの独立な代数積分を有する積分可能系では，すべての指数は有理数とならなければならないことが証明できるのである (Celestial Mech., **31**, 363 & 381, (1983))．この結果，ブルンスの定理とほぼ同程度の主張が，解の特異点の性質という，より普遍性を持つ見地から言えることになった．

3体問題において解の明らかな特異点としての衝突を考えることはまだ自然である．ところがエネルギー曲面がコンパクトで real t に対して解が決して特異性を持たない力学系も存在する．この場合はどうするべきか．例として自由度2のハミルトン系

$$H=\frac{1}{2}(p_1^2+p_2^2)+\frac{1}{4}(q_1^4+q_2^4)+\frac{\epsilon}{2}q_1^2q_2^2 \qquad (4)$$

を考える．この系は $\epsilon=0, 1, 3$ の時積分可能であることはすぐわかる．(2) に相当する特殊解は

$$q_i=t^{-1}c_i, \qquad p_i=t^{-2}d_i \qquad (5)$$
$$(i=1, 2)$$

であるが今度は定数 c_i, d_i 達は実数とはならない．つまり同じ様な解析をするためには (4) の解を複素 t 平面上で定義された複素関数として考えることが強要される．その上で (3) に相当する任意定数を含む解を考えた時，やはり ρ_i なる指数が登場する．具体的には，(5) の本質的に異なる2通りの選択に応じて指数 ρ_i 達は4次方程式

$$(\rho+1)(\rho-4)\left\{\rho^2-3\rho+4\frac{\epsilon-1}{\epsilon+1}\right\}=0$$

及び

$$(\rho+1)(\rho-4)\{\rho^2-3\rho+2(1-\epsilon)\}=0$$

の根として与えられる．積分可能系 $\epsilon=0, 1, 3$ の場合はすべての指数は整数となっている．厳密に証明できることは，ハミルトニアン H と独立な代数積分が存在すればすべての指数は有理数とならなければならないということである．それゆえ，例えば虚数の指数が現れる ϵ の領域

$$\epsilon<-\frac{1}{8}, \qquad \frac{25}{7}<\epsilon$$

での積分不可能性が証明できたことになる．この複素 t 平面での解の特異点の性質に基づいて積分不可能性を示すことは，古典的な積分可能系であるコワレフスカヤのコマの発見 (1888) における謎についての1つの部分的な（決して完全ではない！）解答を与えることにもなる．コワレフスカヤのコマについては拙文（数理科学，1981年1月号）を参照されたい．

5. おわりに

本稿では主として力学系の積分不可能性をいかに示すかにスポットをあてて，いくらかのアプローチを振り返った．現在得られている結果は積分可能性に対する完全な判定条件という1つの究極的目標にはまだ程遠い．それよりも一体与えられた任意の力学系に対して，その積分可能，不可能性を判定する有限のアルゴリズムが存在するか否か自身が全く不明である．もしかしたら，具体的な力学系で『それが積分可能であるか否かが決して証明できない』ということが厳密に証明できる系が存在するのかもしれない．

本質的に新しい発想が必要とされていることを痛感する今日この頃である．

雑　　報

小惑星の命名

IAU 小惑星中央局から発行されている小惑星回報 8912, 8914号（1984年7月13日付）によると，小惑星 2470 に Agematsu, 2924番に Mitake-mura, 2960番に Ohtaki と命名された．2470番は1976年10月22日，2924番は1977年2月18日，2960番は1977年2月18日に，それぞれ東京天文台木曽観測所の 105 cm シュミット望遠鏡により，東京天文台の香西洋樹・古川麒一郎の両氏によって発見されていて，1976 UW 15, 1977 DJ 2, 1977 DK 3 と仮符号が与えられていた．軌道が確定し正式登録と共に番号が与えられたのを機に，木曽観測所の所在場所である上松町，三岳村，王滝村の三箇町村に感謝の意を表わすことを目的として，発見者から IAU へ提案が出されていたものである．木曽観測所では，上記の3小惑星の他に，2271番 Kiso（木曽），2330番 Ontake（御岳）の2個が，同じメンバーによって発見・命名されている．（香西洋樹）