

# 回転流体の安定性と回転円盤の進化

花 輪 知 幸\*

## 1. なぜ回転流体の安定性が問題か

月が地球を中心にして回っていることや、その回転のために月が地球に落ちてこないことは誰でも知っている。同様に、惑星は太陽系の中で、恒星は銀河系の中で回転運動をすることによって安定な軌道を保っている。このように回転している天体は回転しているが故に長い寿命をもつわけだが、その寿命も無限大ではない。粘性が働けば回転にブレーキがかかり、しだいに軌道は小さくなり、ついには重力中心に引き込まれてしまう。大抵の天体では粘性によるブレーキは小さくその寿命は長い。が、回転しているのに寿命の短い天体もある。人工衛星はその一例で、十年くらいで地球に落ちてくる。また、中性子星、白色矮星、ブラックホールなど重力の強い天体を中心に回転する円盤状のガス（＝降着円盤）も寿命が短い。円盤がいつも存在するように見えるのは、新しいガスが供給されるからで、円盤内のガスは1年もたたぬ内に中心天体に流れ込んでしまう。人工衛星の寿命は普通の粘性（＝分子粘性）から推定されるものと等しいが、降着円盤内のガスの流れは分子粘性から予想されるより何桁も速い。つまり実際には未知の大きな粘性が働いていると推定されるわけである。この粘性を説明する仮説のひとつに、「回転している円盤は不安定で、そこにはいつも波が立ち、その波が大きな粘性をつくっている」とする考えがある。この3年ほどの間にこの仮説に大きな進展があった。どうやら回転しているガス円盤はすべて不安定らしいことがわかってきたのである。もう少し丁寧に言うと、回転円盤に発生した小さなゆらぎは成長するということがわかってきたのである。

ここではどのような進展があったのか歴史的な研究から最近の成果までを解説しよう。ここ数年に大きな進歩があったというものの、回転流体の安定性という問題は大変古典的な問題で、次の節で述べるように少なくとも前世紀のレイリー卿の研究まで遡ることができる。そこでここでは回転流体の安定性のなかでも、自己重力や熱伝導の効果が無視できる場合に絞ることにする。最近進展めざましいのはそういう制限のなかでの話だからである。

## 2. レイリー卿の議論とカウリングの議論

\* 名大理 Tomoyuki Hanawa: Dynamical Instability of Rotating Fluid and Evolution of a Rotating Disk

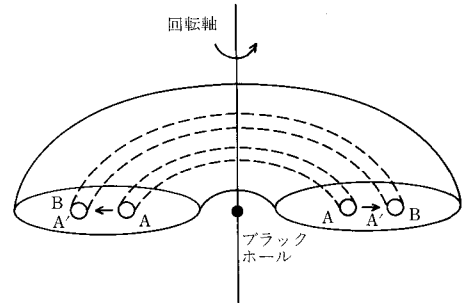


図1 回転している円盤を、回転軸を含む面で切ってみた図。Aにある回転対称な円環をBへ仮想的に動かした場合、円環が元の位置に戻らない場合がある。

前節でも触れたように、もう100年近くも昔にレイリー卿は回転している流体の安定性を考えた。彼は流体が回転対称であればガスの比角運動量（＝軸からの距離×速度）は変化しないことに着目して議論を進めた。ここからの議論は図1をみながら追っていただきたい。流体中の回転対称な小さな部分（つまり円環）を元々の位置（図1ではA）からちょっと外（図1ではB）へ仮想的に動かしてみよう。B点に動かされた円環（A'）に働く力と、元からB点にあった円環に働く力は違う。同じ場所にあるので重力は同じように働くが、遠心力に差が生じる。遠心力は速度の自乗に比例するので、同じ場所では比角運動量が大きいものにより大きな遠心力が働く。もしA'の比角運動量（＝Aの比角運動量）がBの比角運動量より大きければ、A'はBより大きな遠心力を受ける。Bはもともとの平衡状態なので重力と遠心力が釣り合っているはずである。それに対して、A'には重力より大きな遠心力が働き、円環A'はさらに外に押し出される。従って、Aの比角運動量がBでのそれより大きいと、外に動きだした円環はさらに外へ押し出されて不安定なのである。より一般的には、「比角運動量が外に向かって減少している場合は不安定だ」ということができる。逆に比角運動量が外に向かって増大している場合は、遠心力が復元力となって円環を元の位置へ押しもどすように働く。これが現在レイリーの安定性条件として知られている議論である。

さて、それでは比角運動量が外に向かって増大する場合は安定なのだろうか。「逆かならずしも真ならず」なのである。もし回転対称に動かす場合だけを考えるならばレイリー卿の議論を使えるのだが、一般には回転対称でない部分を仮想的に動かすことを考えなければならな

い。回転対称でない部分を動かすと回転方向への力が加わり、比角運動量はもはや保存されない。従ってレイリー卿の議論は使えないのである。カウリングはそのことを彼の1951年の論文で述べている。彼は、「流体が等角速度で回転している場合には遠心力による復元力が働かないような揺さ振り方がある」ということを示した。さらに、角速度が場所によって違う場合はその角速度差(シア)が流体を不安定にする要素もっていることも指摘している。しかし彼は、一定でない角速度で回転している流体が不安定であることを、ごく特殊な場合を除いて示すことが出来なかった。

### 3. パパロイゾウとプリングルの計算

カウリング以降によい仕事はなかった訳ではないが、この3年間のめざましい発展の火つけ役となったのは1984年に出版されたパパロイゾウとプリングルの論文である。彼等は、活動的な銀河の中心に存在すると考えられている、ブラックホールをとりまくドーナツ状の天体(トラス)の安定性を調べた。彼等は当時の常識に従ってトラス中では比角運動量が一定であるとして計算してみた。そのような場合、数回転もすると非回転対称なゆらぎが成長してトラスを崩壊させてしまうというのが彼等の計算結果であった。

彼等の論文は大きな衝撃を与えた。彼等の結果をただちには信じなかった人も多かったようである。ウソではないかと思わせる要素はいくつかあった。第1に、彼等はどのくらいはやくゆらぎが成長するか2通りの方法で計算したのだが、その2つの答えには2割ほどの食い違いがあった。彼等は2つの答えはよく一致していると論文のなかで述べているが、2割のずれというのは結構大きな値なので、すくなくとも彼等の計算がそれほど精密ではないという印象を与えた。第2にレイリー卿の仕事に比べてカウリングの仕事が有名でなかったことが挙げられる。カウリングの論文は「自転している星での対流の条件」という表題だったせいも、今でもこの論文は銀河の研究者への知名度が低い。カウリングの研究からすればパパロイゾウとプリングルの調べたトラスが不安定であることに何の不思議もないが、レイリー卿の仕事しか知らないとちょっと奇妙な感じがするかもしれない。前節で述べたように、レイリー卿は比角運動量が外に向かって減少している場合には不安定だと言っただけで、それ以外の場合が安定だと主張したわけではない。しかしなんとなくその逆も真なのではないかと思っていた人が多かったようである。

彼等の仕事につづいていくつもの計算がなされ、不安定な回転流体の例がいくつも報告された。例えばグラツェルは比角運動量が外に向かって増大している場合も

不安定なことを示した。また京大の小嶋は重力が相対論で記述される場合にも不安定なことを示した。パパロイゾウとプリングルの計算したトラスは決して特殊な例ではなく、回転流体が不安定であるということはごく一般的な現象であることが認識されるようになった。

### 4. 不安定性の原因

ではいったいなぜ不安定なのだろうか。新潟大の藤本と著者はどんな場合に流体は安定に回転しつづけるのかという問題を考えた。安定であることが証明できたのは等角速度で回転している場合だけだった。また流体中の角速度の差(シア)が小さければ小さいほど、ゆらぎの成長がおそくなることも示された。つまりこの不安定は回転によって励起されるのではなくシアによって励起されるのである。事実筆者等が用いた方法は、回転はしていないがシアは存在する場合(クレー流など)の解析に使われた方法を、回転もしている場合に拡張したものである。従って今まで使ってきた回転流体の不安定性という言葉は厳密には微分回転している流体の不安定性とでも表現するべきであろう。

シアが存在する状態はエネルギーの高い状態で、その余剰のエネルギーをうまく取りだしてやると、ゆらぎを成長させることに使うことができる。回転に減速させると運動エネルギーを取りだせる。しかし作用反作用の法則があるので、同時にどこか他の場所が加速される。加速するには運動エネルギーがいるから、取りだせるエネルギーは減速と加速に使われたエネルギーの差である。作用反作用の法則と重力を考えに入れると、減速と加速は減速された場所と加速された場所で角運動量(=質量×比角運動量)の変化が相殺するようではなければならない。また加速減速による運動エネルギーの変化は、角運動量の変化と角速度に比例する。(運動エネルギーは速度の自乗に比例するから、角運動量と角速度の積に比例すると表現することもできる。)これら二つのことを組み合わせると、角速度の速いところを減速し、遅いところを加速すればエネルギーを取りだせることがわかる。もしゆらぎ自身がそのような加速と減速をさせることができれば、そのゆらぎは成長するのである。これでゆらぎの成長(不安定性)のためには角速度差の存在が必須であることが理解されたと思う。

しかし角速度差があればエネルギーを取りだせると言っただけでは、不安定であることを証明したことにはならない。加速と減速を行なうゆらぎが存在することを示さなければならないのである。角速度差が存在する場合でもすべてのゆらぎが成長するわけではなく、ある限られた性質をもつゆらぎだけが成長するのである。

成長するゆらぎとなる第1の条件は、そのゆらぎが全

体のながれと流体中のどこかで同期して回転していなければならないという条件である。ゆらぎと全体の流れが同期していない場合は、ゆらぎは同じ場所を加速したり減速したり繰り返すだけで、結局は加速も減速も行わず成長もしない。同期している場合だけ、おおきな加速と減速ができる。ゆらぎが流れと同期している場所は同期点と呼ばれる。ゆらぎは同期点でのみ増幅されるのである。

ゆらぎが成長するための条件はまだある。ゆらぎは同期点にだけ留まることはできず、波となって同期点から離れてゆく。ゆらぎが成長するためには、その波が境界で反射され戻ってこなくてはならない。それもただ反射されればよいのではなく、放射されたときとほぼ同じ位相で戻ってこなくてはいけないのである。位相がずれていると、反射された波はもとのゆらぎと打ち消しあって成長に寄与しないのである。(このことを詳しく論じたのはグラッツェルと京大の加藤である。)

図 2 は筆者がケプラー回転 (角速度が距離の  $-3/2$  乗に比例) している円筒でのゆらぎの成長を計算した例である。横軸は円筒の外径と内径の比  $r_{out}/r_{in}$  を、縦軸はゆらぎの成長率を内縁での回転角速度を単位としてあらわしている。回転方向の座標を  $\phi$  としたとき、ゆらぎが  $\sin 6\phi$  というかたちをしている場合が図 2 a で、 $\sin 8\phi$  の場合が図 2 b である。 $r_{out}/r_{in}$  がある特定の値のときだけ成長率がおおきくなることが図から読み取れる。つまりそういう  $r_{out}/r_{in}$  の時だけ、内縁からも外縁からもちょうどよい距離にあるような同期点が存在できるので

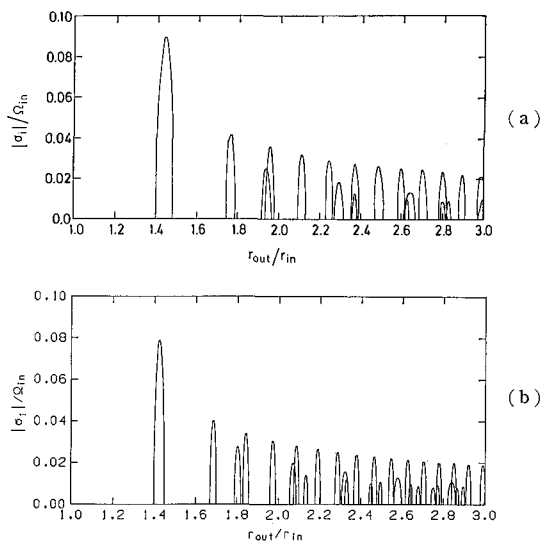


図 2 ケプラー回転している円筒でのゆらぎの成長率を、円筒の外径と内径の比  $r_{out}/r_{in}$  の関数としてあらわした図。(a) ゆらぎが  $\sin 6\phi$  というかたちをしている場合。(b) ゆらぎが  $\sin 8\phi$  というかたちをしている場合。

ある。

そうだとすると  $r_{out}/r_{in}$  の値によって安定だったり不安定だったりするのか、と思う人があるかもしれない。一つのかたちのゆらぎだけ考えるならばその通りである。しかしゆらぎのかたちには  $\sin \phi, \sin 2\phi, \dots$  と無限個の種類があるから、 $r_{out}/r_{in}$  がいくつであってもひとつくらいは成長するかたちのゆらぎが存在しそうである。「ここで存在しそうである」という言い方しかできないのは残念であるが、現在のところ断言はできないのである。

### 5. ゆらぎの成長と進化

次に考えなくてはならないのは、不安定な回転流体はどのような進化をしていくのかという問題である。この問いに答えるためズレックとベントスは、比角運動量が一定のトーラスの進化をコンピューターで追いかけた。図 3 はその結果で、上の 4 枚は回転の赤道面での密度分布を、下の 4 枚は回転軸を含む面での密度分布をあらわしている。左端が初期状態で、右にゆくに従ってトーラスが 1 回転するだけ進化した状態を示している。3 回転したところでトーラスは赤道面上に広がり、一部は中心のブラックホールに落ち込んでいるのがみえる。初期には一定だった比角運動量  $l$  は、 $l \sim r^{0.25}$  という分布になった ( $r$  は回転軸からの距離である)。実際に不安定なゆらぎが成長して、角運動量分布を変化させ、トーラスを進化させることが確かめられたのである。

しかしこれでこの問題に決着がついたわけではない。ズレックとベントスの計算は最終状態までゆきつかないところで止まっているからである。ゆらぎの成長の速さは回転速度の分布と音速によってさまざまで、角速度変化が急で音速が速いときには速いが、そうでないときは遅い。角速度の勾配がきつければエネルギーがとりだしやすいし、音速が速ければ波の反射に時間がかからないからである。ズレックとベントスは角速度の勾配がゆるくなってゆらぎの成長が遅くなったところで計算をやめた。その後どこまで進化してゆくのか、今のところ答えは得られていない。

ホーリーも同じような計算をした。彼の場合は細いトーラスがちぎれて惑星になった。この場合もゆらぎは数回転で成長している。もっと成長の遅いゆっくりとした進化を数値計算で追うことは将来の課題として残っている。

### おわりに

この数年間の仕事によって回転流体の不安定性についての理解が随分深まったことは、おわかりいただけたと思う。いっぽう表題の後半「回転円盤の進化」の研究は

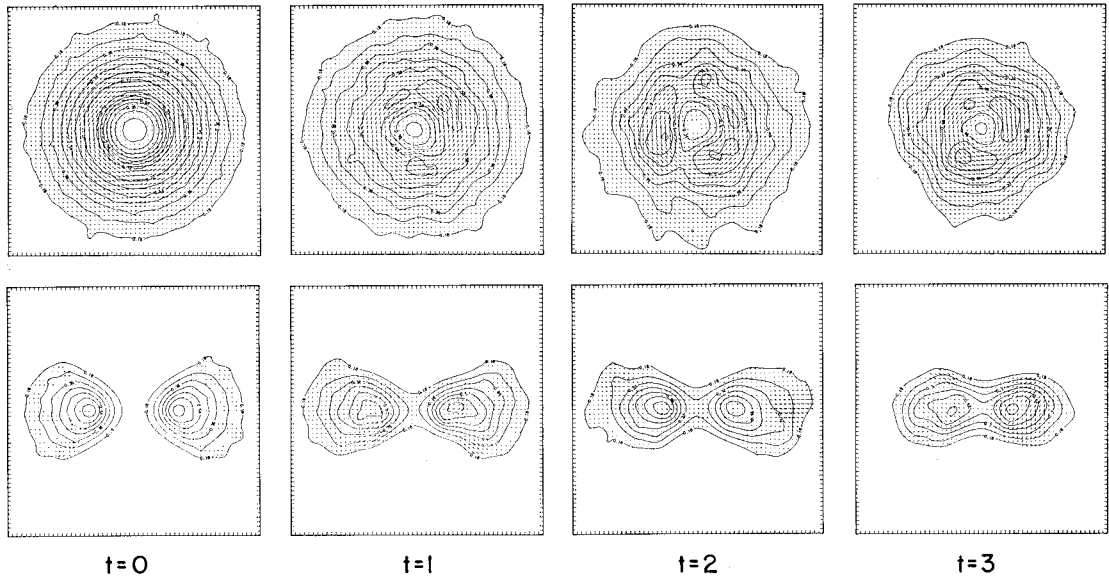


図3 ズレックとベンツが計算した、ブラックホールの周りを回転するトーラスの進化。上の4葉は赤道面上での密度分布(等高線)と速度分布(矢印)を、下の4葉は回転軸を含む面での密度分布と速度分布をあらわしている。右へ行くに従って、トーラスの中心が1回転する分だけ時間が進んだ状態が描かれている(Zurek & Benz, Ap. J., 308, 123, 1986, Fig. 1).

やっと第1歩を踏み出したばかりの段階にあり、これからの進展が期待される分野である。

紙面の都合から省略した事柄の中から、最後にひとつだけ補足して筆を置くことにする。

カウリングに比べたら28年も遅いが、パパロイゾウとプリングルの論文よりは5年も早く、回転している流

体が不安定であることを発見していた人がいるのである。彼の名はドゥルーリー。彼はそれを1979年に学位論文として書いたが、学術誌に掲載されたのは1985年だった。出版が遅れたのは論文の正しさを周囲の人に理解してもらえなかった為らしい。これも科学史のひとつまかもかもしれない。

## 雑 報

### 変光星ブレテン (Variable Star Bulletin) の発行

最近、日本のアマチュア変光星観測者・研究者の活躍は目ざましく、国内だけで埋れさせておくことは勿体ないという考えから、古畑正秋先生を主導者とし、日本の主な変光星観測者・研究者の自主的刊行物として表記のブレテンの第1号が、日本変光星観測者連盟から1987年6月に発行された。

第1号には、Photographic Observation of KR Aur in 1985/1986として、藤野祐弘、古畑正秋氏ほかの観測結果が記載されている。他にSS CMaの周期(小城正己氏)、PW Vul(渡辺氏)などの観測記事を見ることができる。編集助言者としては古畑正秋氏、編集者に西城恵一氏、他に佐久間精一氏などが名を連ねている。1987年10月現在、第3号までが発行されているが、毎号A4判、4頁立ての英文からなっていて、国外へもかなりの部数が送付されている様子である。

戦前の天文月報や東京天文台出版物を見ると、多くの変光星観測者の多数の変光星観測が発表されている。これに代るものとしては、故・神田茂先生により日本天文研究会が「日本天文研究会回報」や「日本天文研究会報文」に、また、現在では同会の観測月報に変光星光度の極大、極小の日付や光度を発表していた。しかし、これらの観測は主に目測による値であったが、最近では写真や光電管による観測へと進み、精度も大きく向上した。このような背景のもとに、今回のVariable Star Bulletinが発行されたものと推測される。古畑氏による発刊の辞にも、「世界の同学の士にも(データ等を)提供したく、このBulletinの発刊を実現させた。観測報告を主とする表や式、図などが主である。これが大いに利用されて、よいものが多く生まれ、実のある観測・研究が盛んになることを期待する」と記してある。不定期刊行物であるが、日本の変光星観測者の総意ともいえるこのブレテンの、幾久しい発展を期待している。

(香西洋樹)