

# 目で見る相対論 7. 宇宙の幻

福 江 純\*

## 1. アインシュタインの環

1936 年, R. W. マンドルというチェコスロバキアの電気技師が, すでに世界的な著名人となって久しいアインシュタインに一通の手紙を出した. その中でマンドルは, もし観測者 E と 2 つの星 M および O が一直線に並べば, 手前の星 M の周りの重力場による光の彎曲の結果, 遠方の星 O からの光が集められる. すなわち星 M はレンズのような働きをするのではないかと指摘した (図 1). 気さくな大学生は無名の技師の考えに同意し, 簡単な解析の結果を公表した. 「重力レンズ」の研究はこれが最初ではなかったし, また最後でもなかったが, その研究史上でのエピソードの一つであることは確かだろう (参考文献).

星 O (以下, 光源 O), 星 M (以下, レンズ M) と観測者 E が一直線にない場合, レンズ M による光源 O の像は, 天球上で光源とレンズを結ぶ線上に一般には 2 つできる (図 1). 完全に一直線上に並んだ場合, 2 つの像はつながってリング状になる. ちなみにリング状になったものをアインシュタインの環と呼んでいる.

宇宙の地平線に浮かぶ壮大な蜃気楼 ——重力レンズ——が今回のテーマだ.

## 2. 重力レンズ像の概形

重力場中での光線の軌跡がどう曲がるかは前回紹介した. だから原理的には重力レンズ像を求める場合も, 図 1 のように, 光源 O とレンズ M, 観測者 E を適当にばらまいて, 光源 O の表面からあらゆる方向に発射された光を相対論の式にしたがって追いかけて, 観測者 E に届いた

図 1 重力レンズ効果の概念図.  
(上) 遠方の天体 (光源 O) から発射された光は, 途中の天体 (重力レンズ M) の重力場によって経路を曲げられ, 観測者 E に届く. (下) 重力レンズ像. 一般には左のように, 光源 (O) とレンズ (+) をはさんで, 2 つの像ができる. 光源とレンズ, 観測者が一直線に並んだ場合は, 右のようにリング状の像ができる.



ものみを調べればよい. あるいは逆に, 観測者 E からあらゆる方向に光を発射して, 光源 O の表面に到達したもののみを探してもよい (フェルマーの原理). が, これこそ, 言うは易く行なうは難し, の典型である. で, ここでは, 重力レンズの像を近似的に求めるリープス (1964 年) のやり方をさらに簡略化して, レンズ像を画面上に表現してみたい.

簡単のために, 光源 O やレンズ M の大きさに比べて, それらの観測者からの距離は十分遠く, またレンズ M は質量  $M$  を持った球対称の質点で近似できるとしよう. さらに, 光源, レンズ, 観測者などの位置関係を表す記号を図 2 のように決めよう. レンズ像は 2 つできるのだが, 以下, まず像 1 に注目して考える.

さて, 光源 O から発射された光の曲げられる角度  $\varepsilon$  は, 近レンズ点距離  $p$  を用いて,

$$\varepsilon = 4GM/c^2 p \tag{1}$$

と表せる. 図 2 の記号を使えば,  $p$  は

$$p = d_{EM} \times \theta_1 \tag{2}$$

である ( $\varepsilon$  や  $\theta_1$  などの角度は十分小さいとする. また角度の単位はラジアン).

図 2 や (1), (2) 式から,  $\theta_1, \alpha, \beta, \beta', \varepsilon$  という 5 つの変数の間に, 以下の 4 つの関係式が成り立つことがわかる:

$$\theta_1 = \alpha + \beta \tag{3}$$

$$\varepsilon = \beta + \beta' \tag{4}$$

$$\beta' = \beta \times d_{EM}/d_{OM} \tag{5}$$

$$\varepsilon = 4GM/c^2 \theta_1 d_{EM} \tag{6}$$

これらの式で, (4) 式と (5) 式から  $\beta'$  を消去し, つづいて (3) 式を用いて  $\beta$  を消去し, 最後に (6) 式から  $\varepsilon$  を消せば, 最終的に, 重力レンズ M と像 1 の間の角距離  $\theta_1$  が, 光源 O とレンズ M の間の角距離  $\alpha$  および OME 間の距離で表される. すなわち

$$\theta_1^2 - \alpha \theta_1 - \theta_0^2 = 0 \tag{7}$$

ただし

$$\theta_0^2 = \frac{4GM}{c^2} \frac{d_{OM}}{d_{EM}(d_{OM} + d_{EM})} \tag{8}$$

ここで  $d_{EM}$  は観測者 E とレンズ M の距離,  $d_{OM}$  は光源 O とレンズ M の距離である.

この (7) 式の 2 つの解のうち, 一つは像 1 と重力レンズ M の間の角距離  $\theta_1$  で, 他の一つは像 2 とレンズ M の間の角距離  $\theta_2$  である. ということで, さしあたって, まず像のできる位置は求まったわけだ.

\* 大阪教育大 Jun Fukue: Visual Relativity 7. Cosmological Illusion; Gravitational lens.

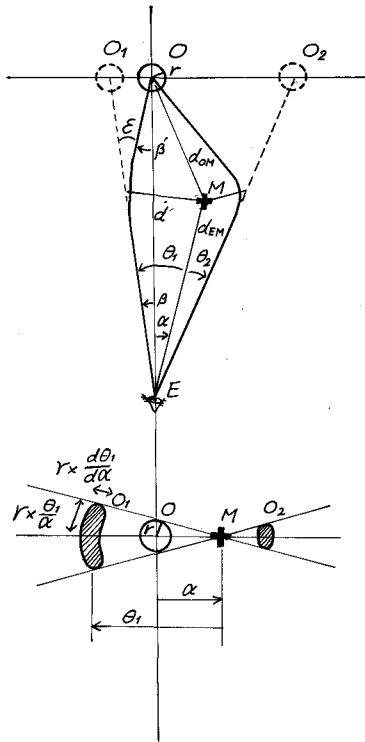


図2 全体の位置関係と記号。(上)光源とレンズ、観測者を含む平面に投影したもの。実際には  $\alpha, \beta, \theta$  などの角度は非常に小さいが、この図では誇張して描いている。(下)天球面に投影したもの。

さらに光源Oが円盤状でその半径を角距離で  $r$  (ラジアン) だとすれば、像の形は曲がった楕円状になるのだが(図2下)、くわしく説明しているときりが無い(というより付け焼き刃がとれる)ので、端折って結果のみ示そう。すなわち、楕円の長半径はおよそ、

$$r \times \theta_0 / \alpha \tag{9}$$

程度であり、幅は

$$r \times d\theta_0 / d\alpha \tag{10}$$

くらいになる。

この曲がった楕円あるいは三日月状のレンズ像、プログラム中では、簡単のために扇形で近似した。

最後に、観測者とレンズ、光源が一直線に並んでリング状の像ができる場合(図1下右)、リングの半径は  $\theta_0$ 、幅は光源の半径  $r$  程度になる。

なお本プログラムでは直接には関係ないことだが、重力レンズによって生成された像もとの光源の明るさの比について一言補足しておきたい。そもそも重力レンズは光源からの光を曲げはするが、レンズに近い光線ほど大きく曲がるため、屈折率の違う媒質でできた本当のレンズと異なって、光線を1点に集めることはできない。すなわち重力レンズには焦点距離というものがない。こ

の意味で重力レンズを「レンズ」と呼ぶのは正しくないという意見もある。ではなぜ重力レンズによる像が場合によって光源より明るくなるかという、光源も像もその面輝度自体は変わらないのだが、像の見かけ上の面積が大きくなるためである(面輝度が同じなら全体の明るさは面積に比例する)。おおまかな計算では、

$$\xi = \sqrt{1 + (2\theta_0/\alpha)^2}$$

として、像1と光源の面積(すなわち明るさ)の比  $A_1$  は、

$$A_1 \sim (\xi + 2 + 1/\xi)/4$$

であり、像2と光源の明るさの比  $A_2$  は、

$$A_2 \sim (\xi - 2 + 1/\xi)/4$$

となる。したがって2つの像を合わせたものと光源の明るさの比は、

$$A_1 + A_2 \sim (\xi + 1/\xi)/2$$

程度であり、 $\theta_0/\alpha$  が大きい場合(レンズの質量が大きくて  $\theta_0$  が大きいとか、光源とレンズの角距離  $\alpha$  が小さい場合)には

$$A_2 + A_3 \sim \theta_0/\alpha$$

となり、光源の明るさに比べてレンズ像の明るさの方がはるかに明るくなる。

### 3. プログラムの説明

プログラムを実行すると、毎度おなじみの説明文が表示された後、パラメータの入力となる。今回のプログラムでは入力するパラメータの数が以下に述べるように多いが、リターンキーで標準値が設定される。

RMAX.....角度の秒を単位とした、視野の範囲。標準値は 30"。

このパラメータを入力すると画面が設定される。左側の正方形の枠は天球上の視野範囲を表している。また右側の細長い枠は、空間的な奥行きを表す。光源が画面の一番上で、観測者が下である。

M. SUN.....太陽質量を単位とした、重力レンズの質量  $M$ 。標準値は 100 太陽質量。ちょっと太めのブラックホールというところ。レンズが典型的なブラックホールの場合は 10 を、銀河の場合は  $10^{12}$  から  $10^{13}$  ぐらいの値を入力すればよい。

D. RG.....重力レンズのシュバルツシルト半径  $r_g$  を単位とした、観測者と光源の距離  $d$ 。標準値は  $10^8 r_g$ 。

R. SEC.....角度の秒を単位とした、光源の半径  $r$ 。標準値 1"。たとえば太陽を 1000 天文単位の距離におけば半径 1" の円盤に見える。また半径 10 kpc の銀河を 2000 Mpc の距離におけば、やはり半径 1" ぐらいに見える。

DEM. D.....観測者と光源の距離  $d$  を単位とした、観測者とレンズの距離  $d_{EM}$ 。標準値は 0.9。すなわちレン

ズは光源よりに置かれている。

α. SEC……角度の秒を単位とした、光源とレンズの角距離。標準値は 2"。

ここまで入力する間に、光源やレンズ、そしてパラメータの値などが漸次表示されていく (図 3)。もし初期条件を変えるならば、[N/m] を入力すればまたパラメータを尋ねてくる (最初に入力した値は覚えているので、変更するパラメータだけ入力し他はリターンキーを押していけばよい)。変えないなら他のキーを押せばよい。

光源は画面の中央に固定させているが、レンズの位置はカーソルで変えられる。すなわち、カーソルを左右に動かせばレンズは天球上 (画面上) で左右に移動し、カーソルを上下に動かせば、レンズは観測者と光源を結ぶ視線上で前後に移動する。ただし天球上で上下には移動しない。

用意が整ったところでリターンキーを押せば、天球面を表す左側の枠内に、重力レンズによる光源の近似的な

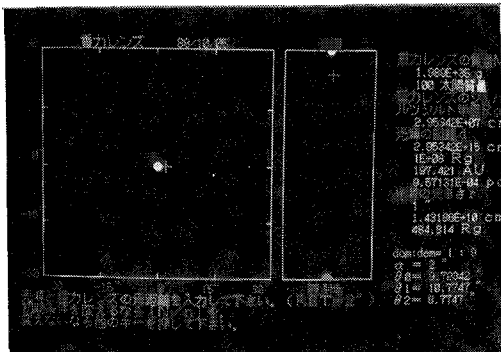


図 3 初期設定終了時の画面。左側の四角い枠は天球上の視野範囲を表す。中心の丸は光源、十字はレンズのつもり。右側の細長い枠は空間的な奥行きを表す。光源 (半円) が上で、観測者 (半円) が下。いろいろなパラメータは画面右側に表示される。(一番右がちょっと欠けているが、ディスプレイにはちゃんと写っている。)

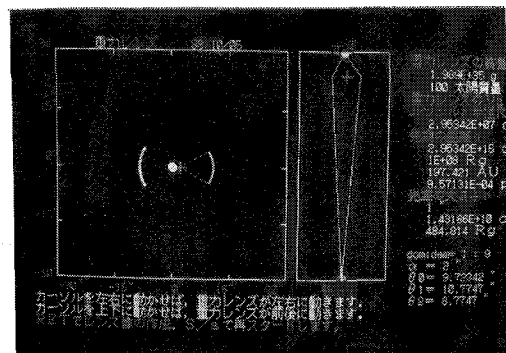


図 4 重力レンズによる光源の近似的な像と、光線のおおざっぱな軌跡の例。

像が黄色で表示される (図 4)。また空間的な奥行きを表す右側の枠内には、光源から観測者までのおおざっぱな光線の軌跡も表示される (光線の軌跡は横方向に大きく引き延ばしてある)。

図 5 は、他の条件は図 4 と同じにして、レンズの位置を手前に動かした場合である。続けて像を作成していくとき、古い像は消去されるようになっているが、光線の軌跡は古いものが残る。図 6 はアインシュタイン・リングの場合。

#### 4. あやしい「かげ」があらわれた

マンドルの手紙に回答したアインシュタインの誤算は、宇宙の幻を実際に見る可能性がないだろうと考えていたことだ。が、あにはからんや、今から 10 年前、宇宙はアインシュタインの予想をあっさりと裏切った。ウォルシュらの発見した二重クェーサー 0957+561 A, B である。これは赤方偏移  $z=1.4$  の距離にある 17 等級の天体で、角距離が 5.7" ほど離れた、変形のそっくりな双子のクェーサーである。こいつは、非常に遠方のクェーサーからの光が途中にある銀河の重力場によって曲げられた結果できた、重力レンズ像だということが現在

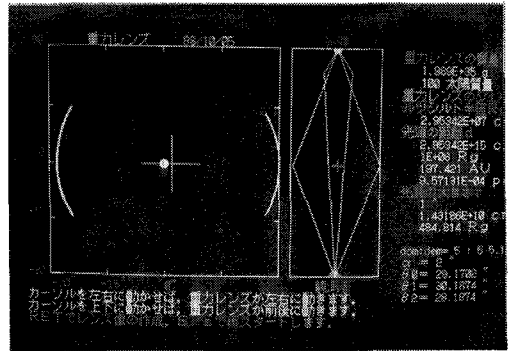


図 5 重力レンズを手前に移動した場合 (他のパラメータは図 4 と同じ)。

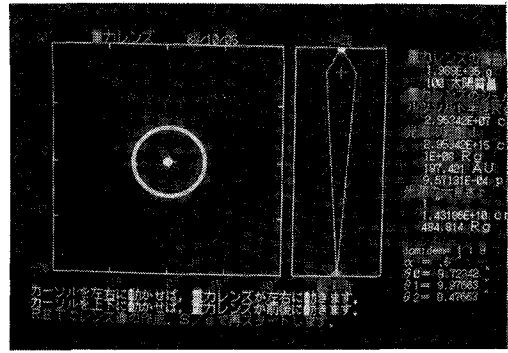


図 6 重力レンズを横に動かした場合 (他のパラメータは図 4 と同じ)。アインシュタイン・リング。

ではわかっている。重力レンズの役目をしている銀河も発見されている。二重クェーサー発見の報に接したときは、本当にワクワクしたものだ。

さて宇宙論的な補正などがあるのだが、この二重クェーサーに対して今回のプログラムを適用する場合はパラメータのおおまかな値を挙げておこう（減速パラメータ  $q_0=0$ , ハッブル定数  $H_0=50$  とした）。

RMAX $\sim 10''$

M. SUN $\sim 3 \times 10^{12}$  太陽質量

D. RG $\sim 2480$  Mpc

$\sim 8.7 \times 10^9 r_g$

R. SEC $\sim 1''$  (これは少しあやしい)

DEM. D $\sim 0.5$  (宇宙モデルで異なる)

$\alpha$ . SEC $\sim 4.9''$

以上の値を入力した場合の像を図7に示す。実際の観測例とはあんまり似なかった。その原因はよくわからないが、一つにはプログラムが粗いこともある。また 0957+561 A, B では、重力レンズが点状ではなく拡がった銀河なので、形成される像が質点によるものと異なってくるためもあるだろう。二重クェーサーをディスプレイ上に再現する試みは“幻”に終わった。

レンズの位置を少しずらした場合の像を図8に示す。なお図7や図8で OV (オーバーフロー) が出ているのは、g 単位で計ったレンズの質量が大きすぎたため、画面表示の際に生じた桁あふれであり、プログラムの計算結果には影響ない。

余談だが、拡がった重力場による重力レンズ効果では、3つの像ができる場合もあり、実際 1980 年、三つ子のクェーサーが発見されている。さらに 1988 年つまり昨年には、ついにアインシュタイン・リングらしきものまで発見された (ヒューイット)。重力レンズ、なかなかその種は尽きないようだ。

参 考 文 献

アブラハム・パイス『神は老獪にして……』(西島和彦監訳) 産業図書, 1987 年。  
 Liebes, S. Jr.: 1964, Phys. Rev., 133, B835.  
 Walsh, D., Carswell, R. F., and Weymann, R. J.: 1979, Nature, 279, 381.  
 Hewitt, J. N. et al.: 1988, Nature, 339, 537.

追記: 前回の『目で規る相対論 6. 光の路』について、内容に2種類のバグが発見されたので報告します。第1のものは原稿のバグで、本文(9)式の1行上の“ $\tan \alpha \tan \phi = -1$ ”は、“ $\tan \alpha \tan \phi = -1$ ”に直して下さい。また(9)式の一つ右に“ $1/r_0$ ”を掛けて下さい。2番目のものは発射角に関することで、前回本文3節ではニュートンの的に考えていますが、実際は相対論的な補

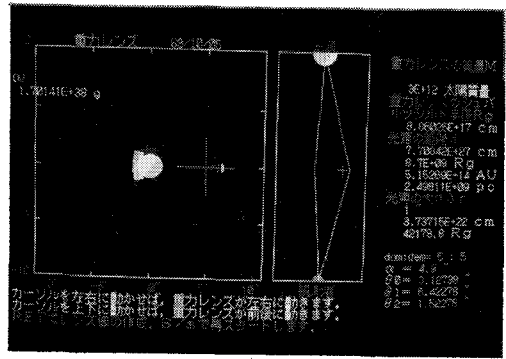


図7 二重クェーサー 0957+561 の再現になるはずだったもの。

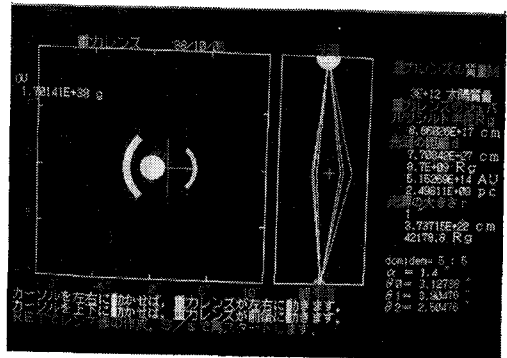


図8 レンズを少し横に動かした場合 (他のパラメータは図7と同じ)。

正が加わります。こまかいことは省略しますが、たとえば前回の図8で、 $\phi_0=10^\circ$  方向に出ている光は、その場所の半径を  $r_0=2$  とし、実は  $\phi_0=(1-1/r_0)^{1/2} \times 10^\circ = 7.1^\circ$  の方向に発射された光だったんだと読んで下さい。後者の(きわめて人為的)バグについて指摘してくれた、松元亮二氏をはじめ、千葉大学の皆さんに感謝します。なお急いで付け加えておきますが、光線の軌跡そのものは(おそらく)おかしくないからね!

掲 示 板

雑誌バックナンバーを探しています

当研究室では、Monthly Notices of Royal Astronomical Society 1986 年及びそれ以前のバックナンバーを譲っていただける方を探しています。もし不用のバックナンバーをお持ちの方がいましたら、ご連絡ください。運送費は当方で負担します。多少のお礼は差し上げられると思います。

連絡先 〒950-21 新潟市五十嵐2の町 8050  
 新潟大学教育学部物理学教室  
 藤本正行 (TEL 025-262-7148)  
 富阪幸治 (TEL 025-262-7269)