特殊と一般

古 在 由 秀
〈明治大学理工学部〉

天文学の歴史を振り返ると，特殊と思われていたことが，時がたつと一般的なものとして捉えられてくる例が多い．一方，宇宙には平衡状態など，特別の状態にあるものも少なくない．

ここでは，太陽系の惑星・小惑星が他の惑星との衝突を避ける状態にあることについて述べる．このような特殊な状態に，一般の状態から，永年かかって変化してきたと考えられる．

1. 天文学が明らかにしたこと．特殊から一般へ

コペルニクスの地動説が発表されたのは16世紀のことで，それまで宇宙の中心であると思われていた地球が，太陽の周りを回る惑星の一つとなった．ここで，地球はそれまでの特殊なものから，一般的な存在になったのである．

この時，地球に代わって特殊な地位についたのは，太陽である．その太陽も，その地位に永くは留まれなかった．やがて，太陽も空に輝く多くの星と同じ種類の天体であることが分かってきた．しかもごく平凡な星であり，特別大きくも小さくもなく，年齢も45億年と中年で，表面温度も6千度と特別な値ではない．

しかし，我々の銀河系（天の川銀河）という概念が導入されてからは，太陽はその銀河系の中心付近に位置すると考えられていた．それが，その中心にではなく，かなり端近かにある天体であることが分かったのは，今世紀に入ってかなり経ってからのことである．

この様に，地球や太陽が特殊な存在から一般的な天体の一つとなったのは，我々の見聞が広がり，正しい知識が得られるようになったからである．ところで宇宙のなかには，まだ説明の付きにくい現象が沢山ある．そしてその様な現象は，非常に特殊な条件下でしか起こりえないと思われることが多い．それが果して本当に特殊なものなのか，更に追求をしていけば一般的なものになりうるのかということが，大きな問題となる．

生命科学の研究者のなかには，我々の地球上での生命の誕生の過程は，殆どゼロの確率でしか起こらない特殊なものと考える人が多いと聴いているが，これも上に述べた問題の一つであろう．

またよく考えて見ると，我々の宇宙の誕生と，そのなかでの銀河や星の形成も，特殊な条件のもとでしか起こりえないと思われる．我々の宇宙が150億年ほど前に，ビッグバンによって生まれたということは，今では定説である．そして，ある時期そのなかで物質が生まれ，そして銀河やまたそのなかで星が生まれた．その時の宇宙の膨張速度が速すぎると，銀河などが出来ないうちに，宇宙はどんどん大きくなってしまう．またその速度が遅いと，すぐに膨張が止まって収縮に転じてしまい，銀河も星も生まれない．

宇宙の膨張速度は，この中間の特別な値を取っていたことになる．ところが，佐藤勝彦氏などのインフレイション宇宙論によれば，初期宇宙が急激に膨張している間に，その速度は適当な値になる．従って，現在の宇宙の姿になるのは，当然の帰結なのである．これで，一般的なビッグバンで，銀河や恒星の誕生が説明出来ることになる．

2. 宇宙のなかの特殊な条件

ところで宇宙のなかには，確かに特殊な条件下にあると思える現象がある．その一つの例は光の軌道である．光は真空中で直進するという．これが，任意の二点間を，一番時間がかからないで通る道である．一番というのは特殊ということである．A 点から出て鏡で反射され，B 点に達する光の軌道も，B 点の鏡による像 B′と A 点を直線で結んで求められる．これも，一番時間のかからない軌道で，これが反射の法則である．

光の屈折の法則も同じである．光の速度はその媒質の屈折率で決まる．空気中でより水中での方が，光の速度は遅いのである．図 1 で，空中の A 点から水中の B 点に光が進むには，速度の速い空気中ではなるべく長い距離を，逆に水中では短い距離を通るようにする．こうして，A 点から B 点までかかる時間が，最も短くなる．これが，光の屈折の法則になっている．

太陽のそばでの，光の湾曲の現象も同じ原理によっている．アインシュタインの一般相対性理論によれば，光の速度は強い重力場での方が遅くなる．そこで，太陽の縁をかすめて光が進む場合，光は少し遠まわりして強い重力場を避け，太陽から外れようとする．こうして，光は湾曲をする．

太陽の周りの惑星の軌道については，それを満たす運動方程式が，最小作用の原理という特殊な条件の下で導かれる．この場合も，A 点から B 点までの軌道上で，作用が最小という特殊な条件が付いているのである．

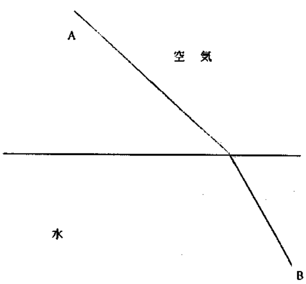

図 1　光の屈折．空中の A 点から水中の B 点へ

3. 一般から特殊な条件へ

特殊な状態にある例を，もう一つ指摘しよう．それは，月の運動である．月は何時も同じ面を地球に向けている．地球を基準にとると，月の自転周期と公転周期が平均すると一致しているためである．月の運動は，このような特殊な状態になっている．ところで，この原因は説明出来ている．

月は，初めからこの状態にあったのではなく，永年かかって，こうなってしまったのである．周期を変化させたのは，地球が月に及ぼした潮汐，しかも，その摩擦の作用である．

この作用を，月が地球に及ぼす潮汐によって説明しよう．月の潮汐力によって，地球上で月が子午線上を通過する場所と，その反対側で満潮になり，その中間の地点では干潮となるはずである．ところが実際には，満潮や干潮になる時刻はこれから少し遅れる．これは，潮汐の流れと海底や海岸との間の摩擦によって，潮汐が力通りにはスムーズに流れないためである．

ここでは，月が子午線を通過してから 1 時間経って満潮になると仮定しよう．1 時間の間に，地球は 15 度自転をする．そこで，満潮になる場所と月の位置の関係は，図 2 のようになる．そうなると，月から見て地球の断面は対称にはならず，月はこの地球に偶力を及ぼす．その結果，地球の自転速度や角運動量は減少し，その反動として月の公転の角運動量は増大する．

即ち，一日の長さは長くなり，月までの平均距離も大きくなる．この事実は，天文観測からも確かめられている．逆に，地球の自転角速度が月の

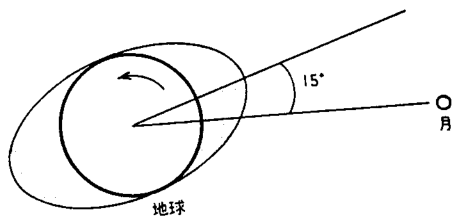

図 2　月による潮汐の，地球上での遅れの関係

公転角速度より遅いと，図2で満潮になる方向は，月の方向より下になり，月の偶力は地球の自転速度を増し，月の公転半径を小さくする．いずれにしても，潮汐の遅れは，自転周期と公転周期を一致させるように働くのである．

この二つの周期が一致すると，潮汐の遅れがあっても，月から見て地球は対称になっているので，もはや地球に偶力を及ぼさない．即ち，この二つの周期が一致した状態は，平衡状態ー特殊な状態ーである．地球はまだこの平衡状態に達していないのに対し，月はもうずっと前からこうなっているのである．木星や土星の衛星のなかにも，二つの周期が一致しているものはかなりある．

この場合には，一般の状態が，年月が経つにつれて特殊な状態になり，その状態に留まるのである．これと同じように，ほっておけば平衡状態になる現象は，他にも見いだすことが出来る．シャボン玉が球になる例も，その一つであろう．

4. 太陽系の惑星

多くの教科書によると，太陽系の惑星の軌道はほぼ円で，軌道面もお互いにほとんど傾いていない．即ち，惑星の離心率 e と軌道面傾斜角 i とは小さい．また，天体力学の永年摂動論によれば，平均的には軌道平均半径 a は変化しない．これは，エネルギー保存の法則に対応する．

一方，太陽系の角運動量も保存する．離心率も傾斜角も小さい時は，m を惑星の質量として，

$$f=ma^{1/2}e^2, \qquad g=ma^{1/2}i^2 \qquad (1)$$

で定義される f と g とを，すべての惑星について足し合わせたものは，それぞれ一定である．即ち，惑星の e も i も小さければ，それらが時間とともに変化しても，決して大きくなり得ないのである．

もし，離心率がある程度大きくなれば，

$$q=a(1-e), \quad Q=a(1+a) \qquad (2)$$

で求められる近日点距離 q は小さくなり，遠日点距離 Q は大きくなる．そこで，惑星同士が衝突する可能性が出てくる．しかし，離心率は大きくはならないのだから，惑星間の衝突は避けられる．惑星の軌道は，この様な特殊な状態にある．

よく調べてみると，水星や冥王星では，離心率も傾斜角も決して小さくはない．即ち，水星では e=0.206, i=7.0 度，冥王星では e=0.249, i=17.1 度である．ところが，水星も冥王星も他の惑星と比べて質量がとても小さいので，この二つの惑星で離心率や傾斜角が大きくても，ほかの惑星の離心率を大きくする作用は持ち得ない．それで，二つの惑星は例外であっても構わないのである．

それにしても，冥王星の離心率は大きい．軌道平均半径 a は 39.54 au（天文単位）であるから，その近日点距離は，q=a(1−e)=29.7 au，であり，海王星の a=30.11 au よりも小さい．そこで，冥王星が近日点付近にいる時は，最近のように海王星（e=0.009 とかなり円に近い）より内側に来るのである．従って，二つの惑星の軌道は交わって見えるのである．

それでも，この二つの惑星は衝突しない．その理由は，二つの惑星の公転周期は 164.8 年と 247.8 年という，2対3に近い比を取っているためである．現在の値は，正確には2対3にはなっていないが，2万年といった長い期間で平均を取ると，正確に2対3となることが分かる．

そして，内側の海王星が冥王星を追い抜くのは，冥王星の遠日点のそばでに限られるという特殊な条件が，これに加わっている．それ以外の場所で追い抜くことはないのである．遠日点のそばでしか追い抜かないのは，この二つの周期の比が2対3になっているからである．冥王星の遠日点距離の a(1+e) は 49.4 au と，海王星の軌道とはかなり離れているので，お互いに衝突したり，ひどく接近したりはしないのである．

この様に，海王星と冥王星とは二重に特殊な相互位置関係にあり，軌道が交わっているようにみえても，決して衝突することはないのである．

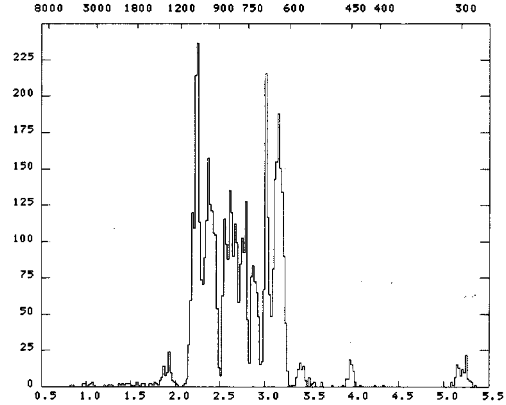

図3　小惑星の軌道平均半径に関する分布．下の横軸にはaが、上には平均角速度（秒/日）

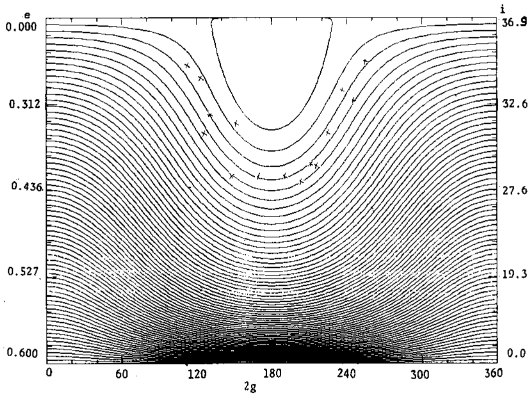

図4　a＝2.77au, Θ＝0.80の場合の、近日点引数gによる離心率と傾斜角の変化．縦軸はX＝$(1-e^2)^{1/2}$．×印はパラスなど一連の（族のメンバー）小惑星に対応．

5. 小惑星の場合

小惑星の場合にも，木星に近づかない機構を伴う配列になっている．図3に，小惑星の軌道平均半径aによる，数の分布を示してある．上の横軸には，一日当りの平均角速度が秒の単位で与えてある．木星の平均角速度は300秒である．この分布が興味深いのである．

図3の右側，aが5.2 auのあたりに，沢山の小惑星が発見されている．この値は木星の軌道平均半径に等しいが，木星と同じ大きさの軌道上にいても，小惑星は木星と衝突しないのである．ところで，同じ様な軌道といっても，その軌道上で木星から60度離れたあたり，太陽と木星とを結ぶ直線を底辺とした正三角形の頂点の付近でしか，小惑星は見つからないのである．

そもそも，三つの質点がお互いに引力を及ぼしあって運動する場合の三体問題では，一般解は求められない．しかし，正三角形平衡解という特解は見いだされる．三体が正三角形の頂点にあれば，それが共通重心の周りを相似の軌道上で回るという解が存在するのである．そして，その特解に近い軌道を持った小惑星が，実際に存在するのである．しかも，これらの小惑星は，離心率は小さく，傾斜角はかなり大きな値をとり，いずれも，木星との接近を妨げる性質を持っている．

それより内側，a＝4.3 auあたりまでは，小惑星がない．a＝4.3 au付近には，二つの小惑星が発見されているが，この小惑星は木星との公転周期の比が3対4になっており，しかも木星を追い越すのは，小惑星の近日点の付近に限られているので，木星との接近は避けられている．

その内側にまた分布のギャップがある．そして，a＝4.0の辺りに40ほどの小惑星が運動しているが，これらの小惑星は，木星との公転周期の比は2対3になっている．従ってここでも，木星との接近は避けられているのである．

そのすぐ内側にも小惑星は見つかっていない．そして，a＝3.5 auの辺りから，小惑星の数が増えてくる．そして，その内側での分布のギャップは，木星との公転周期が，1対2，2対5，1対3など，特殊な場所に限られてくる．

もし，公転周期が特別な値ではなく，一般の値であるならば，軌道半径が3.5 auより大きいと，離心率によっては遠日点は木星の軌道の外側にくるようになり，接近は避けられない．しかし，そんな場所には小惑星は発見されていない．公転周期が木星の2倍，5/2倍，3倍の場所でも，近日点でだけ木星を追い越す条件の小惑星だけが見いだされる．その他の条件の惑星は存在しないので，

分布にギャップが生じているのだろう．

しかし小惑星のなかには，離心率のとても大きなものがある．そこで，遠日点距離が5.2 auに近い小惑星もでてくるのである．ところが，それらの小惑星でも，木星とは接近しない機構が働いている．その説明は次のようになる．

永年摂動の理論では，小惑星の軌道平均半径aは一定であり，また摂動を及ぼす惑星は全て同じ平面上を円軌道で動いていると仮定する．すると，摂動力のポテンシアルは，その平面に垂直なz軸に関して対称となる．従って，小惑星の角運動量のz軸方向の成分を$ma^{1/2}\Theta$（mは小惑星の質量）と書くと，これは不変量となる．従って，

$\Theta=(1-e^2)^{1/2}\quad\cos i$　（3）も不変量となる．

運動方程式のハミルトニアンは，Δを小惑星と摂動惑星との距離，m′を惑星の質量として，

$H=\Sigma m'/\Delta$（惑星についての和）　（4）の平均値となり，これも一定となる．また，この方程式は自由度1なので，離心率eや傾斜角iを，近日点引数g一軌道面の昇交点から測った近日点までの角度一の関数として表すことが出来る．

実際上は，aとΘを与えると，H＝一定という曲線を，横軸を2g，縦軸を$X=(1-e^2)^{1/2}$として画くことが出来る．上の（3）の式から，縦軸のXにeもiも対応させることが出来る．Θの値が1にごく近いと，H＝一定の曲線はほぼ横軸に平行な直線で，離心率も傾斜角も，gとともには殆ど変化しない．しかし，eやiが大きく，Θの値が小さくなると，様子が変わってくる．

図3では，a＝2.77 au，Θ＝0.80で，これは第二番目の小惑星パラスに相当する．このなかで，上から下に向い，Hの値は大きくなる．これで分かることは，g＝0度と180度，即ち，楕円の長軸が惑星の軌道面上にある時は，離心率は小さく，遠日点距離は大きくならない．逆に，g＝90度と270度の時には，離心率も遠日点距離も大きくなるが，楕円の長軸は木星の軌道面と傾いており，遠日点は木星の軌道面から離れている．そのために小惑星は木星に近づき得ないのである．

更にΘの値が小さいと，図3の上部に青色のひょう動領域が現れ，近日点引数は90度か270度を中心とした，ある範囲内の値しか取らないことになる．そこで，離心率は大きくても，即ち遠日点距離は大きくなっても，その遠日点は木星の軌道面から離れているので，木星との接近は避けられるのである．実は冥王星でも，近日点も遠日点も，海王星の軌道面上にはのらないのである．

ここでは，図3の上部の点に限った説明しかしなかったが，小惑星の大部分は，その上部という特別な場所にいるのである．これに対し，周期彗星について同じ様な図を画くと，その点は図の下部にくる．そうすると，近日点引数が変化しても，離心率はあまり変化せず，木星との接近を避ける機構が働かないのである．そこで，彗星は木星に近づく機会が多くなるのである．図の下の部分では，Hは大きいのだが，それはΔという惑星との相互距離が小さくなるためである．

このように，小惑星は木星など惑星に近づかない特別な機構の働く状態になっている．これも初めからこの状態にあったのではなく，永年かかってこうなったのであろう．一方，彗星は太陽系の新参者で，まだこの状態になっていないのであろう．惑星と小惑星がどうしてこうなったのかを解明するのが，我々にとって大きな課題である．

Particular and General Phenomenas

Yoshihide Kozai
Meiji University, Kawasaki, Kanagawa-ken
e-mail　kozai@yso.mtk.nao.ac.jp

Abstract: There are several examples, in which a phenomena known to be particular turns out to be general. On the other hand phenomena which can take place only under particular conditions can be found. In this article it is explained how and why planets and asteroids in the solar system can avoid any collision and very close approach to major planets, and how particular their dynamical configuration is. It is believed that such configuration has been reached by some kinds of actions.