



重力波放出の反作用による不安定性の再燃

小 嶋 康 史

〈広島大学大学院理学研究科物理科学 〒739-8526 東広島市鏡山 1-3-1〉

e-mail: kojima@theo.phys.sci.hiroshima-u.ac.jp

最近、r-mode instability というものが巷にあるようだ。回転星において重力波放出の反作用として、ある種の振動の振幅が増加するもので、誕生直後の中性子星、ミリ秒パルサーや白色矮星が関連する。ここでは、その内容を読みもの風に平易に解説する。

1. はじまり

星の構造、輻射輸送や流体力学など数多くの業績¹⁾をあげた Chandrasekhar が 1995 年の 8 月に亡くなった。1970 年頃からは、ノーベル賞受賞の対象にもなった最初の偉業「白色矮星の限界質量」を越えた領域、すなわち、ブラックホールや重力波も含めた相対論的天体の理論的研究に精力を注いできた。翌年の 12 月に、相対論的天体物理を中心とする内容で追悼シンポジウムがシカゴで行われた²⁾。話はこの会議の前後から始まる。

Chandrasekhar の業績のひとつに重力波放出の反作用による不安定性がある。1960 年代に彼はニュートン重力のもとで一様密度の回転星の構造とその振動をテンサービリアルという手法で包括的に調べていた。そして 1970 年に、相対論的な補正として加わる四重極的な質量の変動による重力波放射を考慮すると、棒状モード（回転軸に垂直な方向に伸縮する）の振動が、ある回転速度以上で不安定になることを発見した³⁾。その後、回転星にはこの種の不安定性が一般的に存在することが Friedman と Schutz により示された⁴⁾。全ての回転星は重力波を放出することで安定でなくなるのである。ただし、その成長率は重力波放出の効率により決まるので、放出が弱いほどその成長時間がかかる。そのため、現実的な状況では粘性などの他の散逸効果との競合過程となり、白色矮星や中性子星な

どの相対論的な天体以外では成長時間がかかりすぎ、間に合わない。近年、より現実的な状況下でその不安定性の発現が調べられ、非常に限られた場合にしか関係しないことが分かってきた⁵⁾。それがモードを変えて表舞台に登場するのである。まさに Chandrasekhar の亡霊である。

2. 解説

重力波放出の反作用による不安定性とは何か。回転星と外部へ角運動量を運び出す波の存在が重要な要素となる。図 1 に示すように、回転していない星において、ある方向に流体の微小振幅の波が立つとしよう。重力波は、その振動に伴いそれぞれの方向の角運動量を遠方に運び出す。その反作用として、逆方向の角運動量が加わり、物質の微小振動が抑えられる。高速で回転している星だと事情が異なる。図 2 に示すように、星と共に動く系において星と逆方向（これを負の方向とする）に波立った流体の微小振幅でも、星の回転が加算されるため、遠方に持ち去られた角運動量は正の量となる場合がある。その際、反作用として流体運動に負の方向に力が与えられる。これは最初に波立った振動の方向と符合が一致し、微小振動が打ち消されずに、逆に助長されることを意味する。つまり、振幅が次第に増大する不安定な振動となる。図 2 ではそのような条件が満たされる場合のみを示したが、流体の微小振動と星の回転を決め

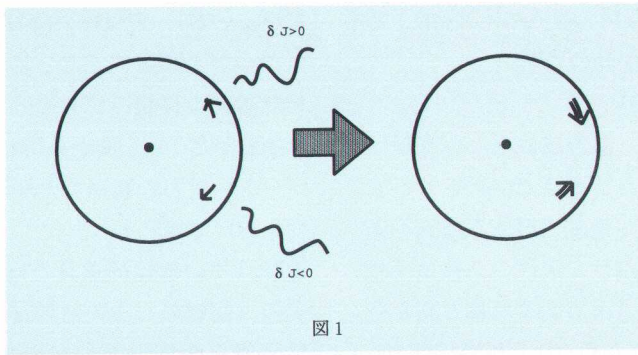


図 1

(左) 回転していない星における振動の方向 (円内の矢印) とそれに伴う重力波の持ち去る角運動量 (波線)。
 (右) 結果として受ける反作用の方向 (円内の矢印)。

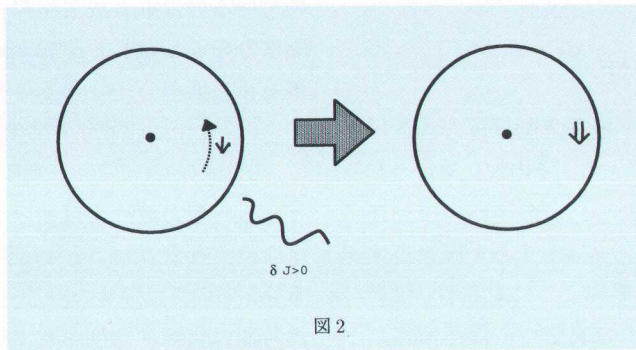


図 2

(左) 回転星における、ある振動の方向 (円内の矢印) とそれに伴う重力波の持ち去る角運動量 (波線)。星の回転方向を点線で示している。
 (右) 結果として受ける反作用の方向 (円内の矢印)。

る、二つのベクトルが符合を含めて、ある大小関係の場合のみであることがわかる。それ以外の時は図 1 の状況と本質的に同じになり、安定となる。回転星は回転エネルギーのために高いエネルギー状態にあり、その利用できる分を使い果たすまでの作用が続くと考えられる。

この不安定性を引き起こす振動の条件をもう少し説明しよう。時間 t と回転角 ϕ 方向に関し、波を $\exp \{-i(\sigma t - m\phi)\}$ と分解する時、星の自転角速度を Ω 、慣性系での振動数を σ とすると、回転系での振動数は $\sigma - m\Omega$ となるから、先ほどの不安定性の起きる数学的条件は

$$\sigma(\sigma - m\Omega) < 0$$

と書ける。さて、星には何種類もの振動モードが可能であるが、効率的な重力波放出につながるものは圧力の変化が復元力となるものである。その振動数は重力定数 G 、星の半径 R と質量 M を用いると $(GM/R^3)^{1/2}$ 程度となる。この振動に対して、先ほどの不安定性の条件を満たすためには

(i) 高速に回転する (Ω が大きい)、又は

(ii) 波数 (m) が大きいことが必要である。この不安定性の成長時間は重力波放出の時間スケールで決まり、それを多重放射の公式で見積もると

$$t \sim A (R/c) (\Omega/\Omega_0)^2 (c/(R\sigma))^{2m+2} \sim [\text{秒}]$$

と与えられる (ここで c は光速、 Ω_0 は星が分裂を起こす限界の自転角速度 $\sim (GM/R^3)^{1/2}$ であり、係

数 A は具体的な計算を要する。典型的な中性子星の場合に見積もった値を今後、数式のあとに[...]と示すことにする)。これは振動の周期

$$P = 2\pi / \sigma \sim [\text{ミリ秒}]$$

と比べるとはるかに長い。重力波放出という長い時間尺度で作用するので、日本語では永年の不安定性と呼ばれ、振動の周期程度で起きる動的不安定性と区別される。先ほどの不安定性の条件は、どんな小さな Ω でも m が大きくさえすれば満たされるが、成長時間はどんどん長くなり現実には $m = 5$ 程度以下しか意味がない。結局、このモードの不安定性は非常に速く回転している ($\Omega > 0.9 \Omega_0$ 周期が数ミリ秒以下の) 場合しか関係しないことが知られている⁵⁾。

3. r-モード不安定性

密度や圧力の変化を伴う振動運動は重力波放出につながると容易に想像できる。その他にも、これらの変動をほとんど伴わない、別の種類の振動運動も回転星では存在する。コリオリ力を復元力するもので、r-モード振動と呼ぶことにするが、星の回転が本質的である。それは大気中や海洋で起こる Rossby 波として知られているが、天文の世界に登場したのは約 20 年前である。当時、白色矮星の時間変動に対し、g-モード振動以外の可能性として話題を呼んだようである⁶⁾ (r-モードの復活。歴史はくりかえす)。ニュートン重力のもとで回転の一次までの効果を取り入れると、ある球面調和関数の指数 (l, m) に対して振動数は

$$\sigma = (1 - 2/(l+1)) m \Omega$$

で与えられる。これは、先の不安定性の条件を満たすことが容易にわかる。しかも任意の自転角速度 Ω に対してである。

実は冒頭の会議の前に Andersson がこの事実に気づき、会議中に Friedman らと議論している。彼は相対論的ではあるが、不適切な計算のために発生した問題をこの不安定性に求めたのである (その結果は論文中に不適切な計算と断りながら、

Friedman らの不安定性の一般的証明と同時に ApJ ⁷⁾ に出ている)。実は彼の計算に用いたものはその数年前の著者の研究がもとになっていたので、一般相対論的な枠組みで r-モードの重力波放出が計算できるかどうかを彼から問われていたのである。ニュートン重力の範囲での解析から、回転の一次の効果だけでは求まらないことを知っていたので、その時点での理論的道具だけでは不十分と答えた。実際、回転の一次の効果だけを取り入れた計算では可能な流体の運動を規定しているだけである (回転の一次までの正しい結論は MN ⁸⁾ に出ており、それを我々は最近、さらに発展させた⁹⁾)。

話を元に戻し、この永年の不安定性の成長を決めているのは重力波放出の効率である。ニュートン重力のもとで求まっている振動数と変位を用い、多重極放射の公式で成長時間を見積もると、

$$t \sim B (R/c) (\Omega/\Omega_0)^2 (c/(R\sigma))^{2m+4} \\ \sim (\Omega_0/\Omega)^{2m+2} \sim [\text{数秒}]$$

となる (重力波放出は先ほどの質量モーメントではなく、質量カレントの時間的変化が主要な寄与を与えるので、余分の因子 $(c/(R\sigma))^2$ がつく)。成長時間は自転角速度のべき乗になるので、自転速度が遅くなると成長時間は非常に長くなる。このモードの振動は任意の回転速度に対して不安定であるが、ある値以下では、粘性の効果のために安定化される。それでも、その限界の回転速度は $\Omega \sim 0.1 \Omega_0$ (周期数 10 ミリ秒程度) という見積りがなされ、無視できない。これまで見過ごしてきただけに大きな驚きとなった (文献 10) の解説とその引用論文を参照)。以下ではその一部を紹介する。

4. 波紋

誕生時の中性子星が非常に高速で回転しているとすると

$$E = I \Omega_0^2 / 2 \sim [10^{52} \text{erg}]$$

の回転エネルギーをもつ。これが自転速度 $0.1 \Omega_0$ になるまで不安定状態にあるので、

$$\Delta E = (1 - (0.1)^2) I \Omega_0^2 / 2 \sim [10^{52} \text{erg}]$$

のエネルギーが重力波により放出されることになる。観測される重力波の振幅とその持続時間は流体の振幅の大きさにより決まる。振幅が大きいと持続時間は短い。ある見積りによれば、非線形効果により、ある程度の振幅で飽和すると考えると、持続時間は数カ月にわたるとなっている。その場合、LIGO-IIなどの重力波観測装置で20Mpc程度以内のものからの観測可能性が指摘されている。また、ミリ秒パルサーは白色矮星からの質量降着型崩壊によりできるというシナリオもあるが、この場合にも、この不安定性が関係する。中性子星が熱くなり、粘性が効かず重力波放出の不安定性が起こる。その結果、自転の周期は数10ミリ秒以上に落ち着くという見積りがされている。

逆に温度が下がるとの粘性係数が大きくなり、この不安定性から幾分解放される。低質量星との連星をなす古い中性子星は、まわりの降着円盤から角運動量が持ち込まれ、再びパルサーとして活躍する現象が知られている。観測されているミリ秒パルサーを説明するためにはその過程における温度に上限がつくという議論もされている。

5. 将来展望

先に述べた興味ある内容にはまだまだ数多くの不要要素がある。現状では非常に単純化されたモデルにおける示唆であり、その結論がモデルによるものか真の姿なのかを依然理解されていない。例えば、不安定モードに関して、似通った振動数で異なる変位の軸性モードが数多く存在しているが、そのひとつだけが常に卓越して効果を及ぼすのか、あるいは進化の段階で役割が変わるのかは不明である。重力波放出の抑止として非理想流体としての粘性の効果が重要であるが、その値は温度に強く依存しているため、中性子星の誕生初期の冷却の詳しい知識が必要となる。また、重力波の振幅の大きさは流体運動の飽和した振幅で決まると述べたが、いつどこでどのように非線形効果が働くかは未知の問題である。さらに、最近、磁場による

抑えも指摘されている¹¹⁾。ポロイダルな磁場があると運動ともにねじられ、磁場のエネルギーの増加につながり、重力波放出には行かないというものである。この場合、初期の磁場の大きさやその分布が重要な鍵を握る。

最後に、r-モード不安定性は中性子星誕生の約数年が活躍期である。ほぼ同期間を経て、この話題はいろいろな観点から様々な議論がなされてきた。今後、拡大するのか、下火になるか、流転の日々が続く。

参考文献

- 1) Selected Papers S Chandrasekhar., 1991, University of Chicago Press, Vol.1-6
- 2) Black Holes and Relativistic Stars, ed R M. Wald., 1998 University of Chicago Press
- 3) Chandrasekhar S., 1970, Phys. Rev. Lett. 24, 611
- 4) Friedman J.L., Schutz B. F., 1978, ApJ, 222, 281
- 5) Lindblom L., 1995, ApJ, 438, 265
- 6) Papaloizou J., Pringle J. E., 1978, MNRAS, 182, 423. Provost J., Berthomieu G., Rocca A., 1981, A&A, 94, 126. Saio H., 1982, ApJ, 256, 717
- 7) Andersson N., 1998, ApJ, 502, 708. Friedman, J.L., Morsink S. M., 1998, ApJ, 502, 714
- 8) Kojima Y., 1998, MNRAS, 293, 49
- 9) Kojima Y., Hosonuma M., 1999, ApJ, 520, 788. Kojima Y., 1999, Prog. Theor. Phys. Suppl. 136, 135
- 10) Friedman J. L., Lockitch K. H., 1999, Prog. Theor. Phys Suppl. 136, 121
- 11) Rezzolla L., Lamb F. K., Shapiro S. L., 1999, ApJ submitted, astro-ph/9911188

Revival of Radiation Reaction Instability

Yasufumi KOJIMA

Department of Physics, Hiroshima University,
Higashi-Hiroshima 739-8526 Japan

Abstract: One of recent topics, r-mode instability is reviewed with great plainness. Unstable growing modes are induced by the reaction force of gravitational radiation in rotating stars. The mechanism may have important astrophysical implications in newly borne neutron stars, millisecond pulsars and accreting white dwarfs and so on. Present estimates are however based on (over-) simplified models, and further studies are indispensable. The article closes with my personal prospects.