

# 土星リングの局所系 $N$ 体シミュレーション — wake 構造の形成と観測との比較 —

台 坂 博

〈東京工業大学大学院理工学研究科地球惑星科学専攻 〒152-8551 東京都目黒区大岡山 2-12-1〉

e-mail: hdaisaka@geo.titech.ac.jp

観測精度の向上によって、一様だと思われていた土星メインリングの中に、レコードの溝のような円環構造や、その内部のさらに細かなスケールの粒子密度ギャップ構造の存在や、さらには明るさの非対称性が明らかになった。本稿では、これらの構造の形成機構を明らかにするためにおこなわれた、局所系  $N$  体数値計算の結果を紹介する。数値計算では、粒子の自己重力と直接衝突によるエネルギー散逸の効果によって、粒子系に wake 構造が形成されることを示した。その wake の典型的な大きさは、線形安定性解析から期待される自己重力不安定の臨界波長と一致した。また、シミュレーションで得られた wake 構造は、実際の観測に見られる内部構造とどう関係しているのかを検討した。その結果、その wake 構造は観測と矛盾するものではなく、実際のリング中にも存在していることが示唆された。

## 1. 土星リングの観測

### 1.1 土星メインリングの内部構造

ボイジャーで撮影されたリングの写真から、土星の A, B リングは一様に明るいではなく、レコードの溝のような、明るさが異なる円環状の構造を無数に持っているのが発見された<sup>3)</sup>。この円環の幅は、10 km ~ 100 km で、リング全体の幅に比べるととても小さい (B リングの幅は約 2 万 5000 km)。リングは多数のリング粒子で構成されているので、この円環構造はリング粒子の数密度の違いを表していると考えられている。しかしながら、このような密度差は、通常、拡散によってならされてしまう。拡散時間を見積もると、円環構造は、太陽系の年齢よりはるかに短い数万年程度でならされてしまうことが予想されている。しかしながら、現在でも円環構造が観測されることから、その構造を維持する何らかの機構があると考えられている。様々な維持機構モデルが提案されているが、まだ、完全には説明できていない。

これらの円環構造の中に、超微細構造と呼ばれる、さらに細かいスケールの構造が、ボイジャーによる星の掩蔽の光電偏光測定 (PPS) で見つまっている<sup>4)</sup>。この方法は、恒星がリングの後ろ側を通過した際にその星の光の変化量をボイジャーに搭載されている光電子増倍管をもちいて測定する方法で、写真より高解像度の測定 (分解能 100 m) が可能になる。その結果、密度変化は測定限界まで観測され、100 m オーダーの構造が確認された。この観測方法は、ある半径方向に沿ったリングの 1 部のみしか測定できないため、この構造が円環であるかは明らかではない。

### 1.2 リングの非対称構造

さらに、リングの内部構造に起因すると考えられる非対称な現象も観測されている。その一つは、非対称なリングの明るさの変化の可視観測である。リングは太陽からの光を反射して光っているが、A リングを方位角方向に沿って観測すると、その明るさは図 1 のように変化する。この明るさの変化は対称ではなく、リングは観測者からみて手前側

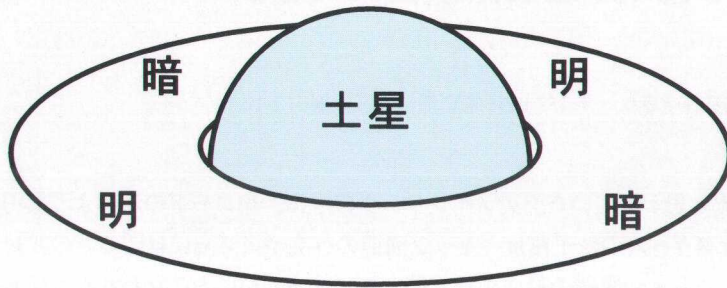


図1：土星リングの明るさの非対称性を示す模式図。このような方位角方向の明るさの変化はAリングで観測される。

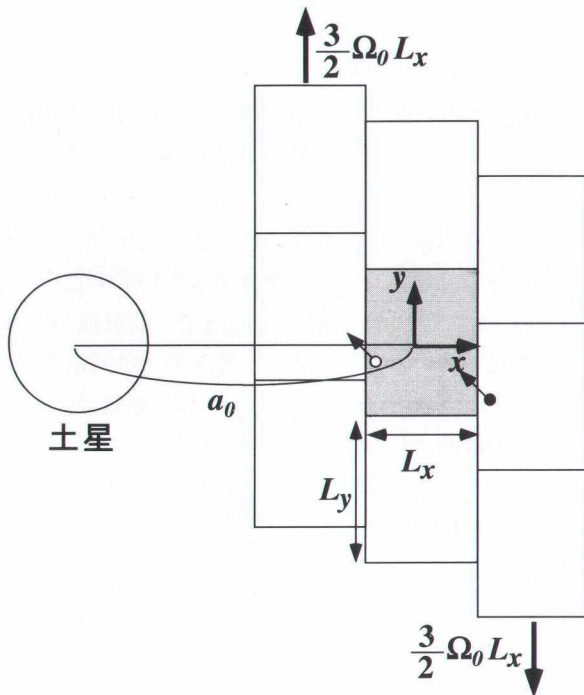


図2：局所系のシミュレーションで対象とする計算領域の模式図。オリジナルの計算領域は影のついた領域で、その領域のコピーが周りを囲んでいる。動係方向内側と外側の箱はシア速度の  $+3\Omega_0 L_x/2$ 、 $-3\Omega_0 L_x/2$  でスライドしている。

4 半分とその 180 度反対側が明るいという 4 重極的な変化をしている。この非対称性は、ボイジャーと地球からの両方の観測によって発見されている<sup>5)</sup><sup>10)</sup>。この非対称性による、明るい部分と暗い部分の差は、リングの傾き（仰角）に依存する。観測によると、仰角が 10 度するとき（0 度でリングは真横を向いている）、明るさの差は最大になり、仰角がそれ以上大きくても小さくても明るさの差は小さくなる。このような非対称性は B リングでは観測されない。

一方、可視だけではなく電波の観測によっても、リングの非対称な現象が観測されている<sup>20)</sup>。リングを電波望遠鏡（VLA）で測定した結果、リングの左右で電波の強度が異なることが発見された。また、この非対称性は、観測に用いた電波の波長が長いほど増加し、リングの内側の領域で強くなり、さらにリングの仰角が大きいところでより顕著になることが分かっている。これらの観測結果は、非対称性は土星からの電波がリング内で散乱され、その結果、生じていることを示している。

これらのリングの非対称な現象を説明するモデルの一つとして、リング粒子の重力相互作用によって作られる gravitational wake<sup>8)</sup>が提唱されている<sup>2)</sup><sup>5)</sup>。

このように一様と思われていた土星メインリングの中に様々な内部構造の存在が明らかにされ、これらを説明するために  $N$  体数値計算が行なわれてきた<sup>1)</sup><sup>13)</sup><sup>14)</sup><sup>15)</sup><sup>16)</sup><sup>17)</sup><sup>21)</sup>。

## 2. 局所系の $N$ 体シミュレーション

土星メインリングは、典型的には半径 1 m 程



度の多数の氷球（リング粒子）からなると考えられている。リング粒子は、互いの自己重力や直接衝突の影響を受けながら土星の周りを回転している。その粒子間の相互作用は、リングの力学的な進化、観測で見られる空間構造の形成やリングの安定性を支配している。そのようなシステムの性質を調べるより直接的な方法として、数値的に粒子の運動を追う  $N$  体計算がある。土星リングは他の多粒子系（銀河、原始太陽系での微惑星系）に比べると非常に粒子数密度が大きい系である。そのため、全系での  $N$  体計算を行なうことは現実的に不可能である。そのため、リングの 1 部のみを考えその中の粒子の運動をシミュレートする、局所系の計算方法が導入された<sup>21)</sup>。

ここで簡単に局所系の  $N$  体計算方法について簡単に紹介する（詳しくは 1) を参照）。この方法は、リングの一部を考え、周期境界条件を考慮してその中の粒子の運動を追うものである。その概念を示したのが図 2 である。ある軌道長半径  $a_0$  のところに箱（図 2 の陰の部分）を考える。それが、今注目している計算領域で、幅を  $L_x$ 、高さを  $L_y$  ( $L_x, L_y \ll a_0$ ) とする。この箱は、箱の置かれている軌道長半径でのケプラー角速度  $\Omega_0$  で中心星周りを円運動している。この箱の中の粒子についてのみ、運動方程式を数値的に解いてその運動を追う。こ

の箱の周りに、それと同等のコピーが図のように周期的に配置されていると考える。動径方向に隣り合う箱は、ケプラー角速度の違いによりスライドする。局所回転系によって粒子の運動を見るので、その粒子の運動は Hill 方程式で記述される<sup>7) 12)</sup>。粒子が境界から出て行く場合（図 2 中の白丸で表された粒子）、その隣の箱からその粒子のコピー（黒丸で表された粒子）が反対の境界から入ってくる。この場合、今後、出ていった粒子に代わって、その入射した粒子の運動を追う。

軌道計算によって粒子同士の相対距離が粒子の半径の和と同じになったとき、その粒子は衝突したとする。簡単化のために、粒子間の相対速度の法線成分の変化のみを考え、接線方向は変化しないモデルを仮定する。オリジナルの局所系の計算では、このような粒子の直接衝突（非弾性衝突）が考慮され、粒子同士の自己重力は無視されているか、近似的にしか取り扱われていない（リング面垂直方向の場合としての重力を考慮するなど）。しかしながら、自己重力は系の安定性に大きな影響をあたえるため、その効果は無視することは適当ではない。本研究では非弾性衝突と同様に自己重力も考慮して軌道積分を行なった。粒子重力の計算には、重力多体専用計算機 HARP-2 および HARP-3/GRAPE-4<sup>11)</sup> を用いた。これにより数万体の粒子を

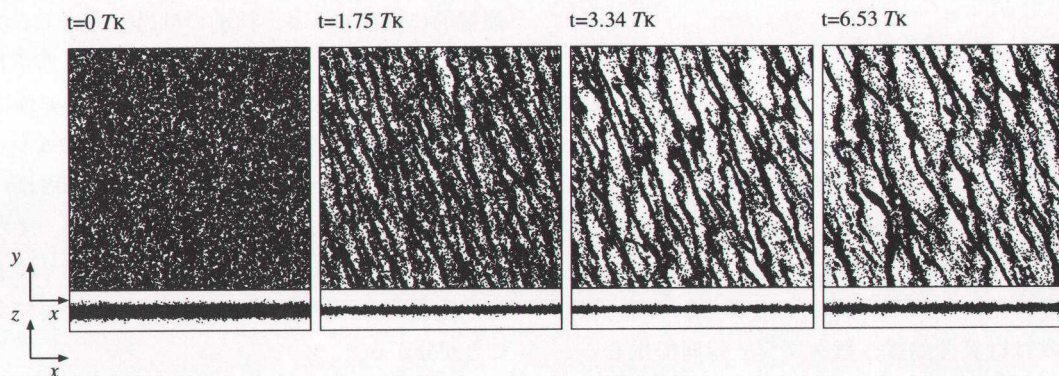
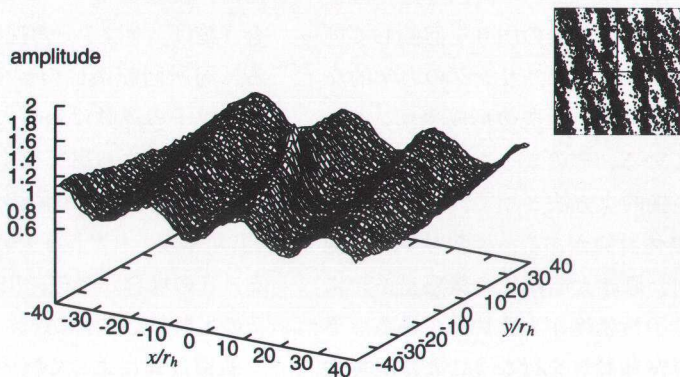


図 3：数値計算で得られた粒子空間分布の時間進化。上図はリングを上から、下図は横から見た図である。時間  $t$  はケプラー時間をあらわす。このシミュレーションでは、すべての粒子は同じ大きさ（1 m）を仮定している。計算領域の大きさは  $L = 500$  m、使われた粒子数は  $N = 39788$  体。



(a)



(b)

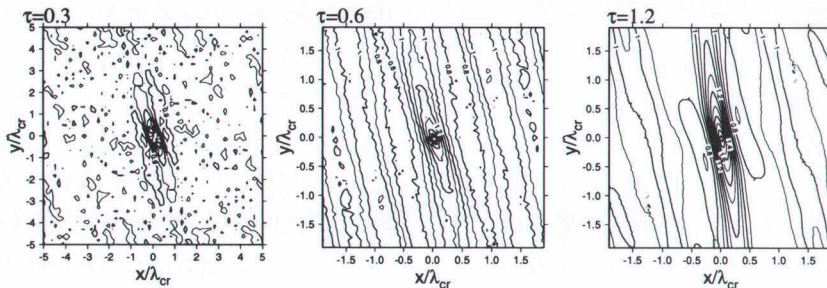


図4：自己相関解析の結果。(a)自己相関関数の3次元プロットと、その解析で使われたオリジナルの粒子分布。計算で使われた粒子数は4890体、計算領域の大きさは150 m。但し、粒子の大きさは1 mを仮定。(b)optical depth  $\tau$ を変えたシミュレーションから得られた粒子空間分布の自己相関関数。 $\tau$ は粒子数密度の大きさをあらわすパラメータである。長さは、それぞれのパラメータから計算される重力不安定の臨界波長で規格化してある。

用いた大規模計算が可能になる。

### 3. wake 構造の形成

数値計算で得られた典型的な wake 構造形成の様子を図3に示す。この図から、初期には粒子は一様に分布しているが、時間と共に斜めの筋のような密度ゆらぎが成長していき、最終的にシアによって引き延ばされたような形状の wake 構造が形成されていくのがわかる。このような wake 構造の形成は計算開始後、数ケプラー時間で生じる。形成された wake パターン自体は時間とともに変化するが、系はある種の準定常状態になっていて、一旦出現した wake 構造パターンが消滅することは

ない。wake 構造の時間進化の経過をさらに詳しく連続的に観察すると、粒子の自己重力による塊の形成と、シアによる引き延ばしとが繰返されていることがわかる。粒子の自己重力と非弾性衝突のどちらか一方の効果のみを考慮したシミュレーションではこのような非一様空間構造の形成は見られず粒子空間分布は一様のままであった。すなわち、このような構造を形成するためには、粒子の自己重力と非弾性衝突の両方の効果が重要であることが分かる。

このような粒子系の進化を理解するために、自己重力を持つ粒子からなる回転円盤の重力不安定性について考える。円盤の安定性は線形安定性解



析で調べられている<sup>19)</sup>。重力的に不安定であるというのは、円盤に与えた摂動（粒子数密度のゆらぎ）が非線形的な効果（例えば円盤が分裂）が効くまで時間と共に成長していくことである。円盤には安定化する機構があるため、摂動はいつでも成長できるわけではない。もし、粒子のランダム速度（円運動からのずれ）が大きければ、その大きな圧力的な効果でゆらぎはならされてしまう。また、円盤の回転角速度が大きければ、ゆらぎは潮汐力によって伸ばされるため、円盤は安定である。しかしながら、円盤の面密度が大きくなると自己重力が強くなり、それらの安定化機構に打ち勝って摂動が成長できるようになり、その結果、円盤は不安定になる。円盤の安定性は Toomre の  $Q$  値

$$Q = \frac{v_r \Omega_0}{3.36G \Sigma} \quad (1)$$

によって判定される。 $v_r$  は動径方向のランダム速度を、 $G$  は重力定数を、 $\Sigma$  はディスクの面密度をあらわす。軸対称な摂動に対して、 $Q > 1$  なら ( $v_r$ ,  $\Omega_0$  が大きいなら) 重力的に安定で、 $Q < 1$  なら ( $\Sigma$  が大きいなら) 不安定になる。非軸対称モードの摂動に対しては、ケプラー円盤の場合  $Q < 2$  で不安定になる<sup>6)</sup>。

以上を踏まえて再度、wake 構造形成（図 3）を見てみる。初期 ( $t = 0T_K$ ) の粒子のランダム速度は、重力不安定が起きないように、 $Q > 2$  になるように設定している。非弾性衝突によるエネルギー散逸によって、ランダム速度は減少する。それに伴い  $Q$  の値も減少していき、 $Q \cong 1$  となる。同時に、粒子系の厚みも減少するが、それは図でも見られる ( $t = 1.75T_K$ )。この後、密度ゆらぎは成長する ( $t = 3.34, 6.53T_K$ )。しかし、このシミュレーションではロッシュ限界内を想定しているの、不安定の成長によって、安定な粒子塊になることができない。自己重力によって集まろうとした粒子群は、常に強い潮汐力によって引き延ばされるため wake 構造となる。一方、ロッシュ限界の外側を想定したシ

ミュレーションでは、安定な粒子塊が形成することが示される。

## 4. wake 構造の解析と観測との比較

### 4.1 wake 構造の典型的な大きさ

数値計算によって、粒子系に wake 構造が自然に発達することが示された。これは、粒子の自己重力と非弾性衝突によるエネルギー散逸の効果によるものである。ここでは、その wake 構造と観測されたリングの内部構造の関係について議論する。

そのために、数値計算で得られた wake の典型的なスケールを知ることは重要である。しかしながら、図 3 の空間構造をただだけでは、定量的な議論は難しい。そこで粒子の空間分布に対して自己相関解析 (autocorrelation analysis) を行ない、wake 構造の典型的なスケールを求める。ここでは、各粒子を中心にした時に得られる粒子分布を重ね合わせることで自己相関関数を求めた<sup>1), 17)</sup>。この方法で、フーリエ展開を用いて求める方法よりもより良い解像度が得られる。解析の結果、元の空間分布から図 4 (a) のようなはっきりとした波のような構造が得られた。この波と波の間隔を計ることによって、wake の典型的なスケールを求めることが可能になる。図 4 (a) では、中心付近にピークが見られるが、それは一時的な粒子同士の自己重力による束縛によるものである<sup>17)</sup>。

線形安定性解析から期待される臨界波長の長さ<sup>8)</sup>

$$\lambda_{cr} = \frac{4\pi^2 G \Sigma}{\Omega_0^2} \quad (2)$$

と比べると、波の間隔は、その長さで良く規格化されることが示される。より明確に示すために、粒子数密度をあらわす計算パラメータである optical depth  $\tau$  を変えて行なったシミュレーションの結果についても解析を行なった。その結果を、図 4 (b) の等高線図に示す。この図において、長さはそれぞれのパラメータにおける臨界波長で規格化してあ



る。optical depth が小さい場合 ( $\tau = 0.3$ )、粒子の空間分布においてははっきりとした wake 構造は見られない。そのため、中心付近を除いて、自己相関関数でもはっきりとした波構造を見ることはできない。一方、optical depth が大きい場合 ( $\tau = 0.6, 1.2$ )、wake 構造は充分発達することができる<sup>1), 17)</sup>。この場合、どちらの optical depth の場合でも、波の間隔は臨界波長になっていることを見ることができる。また、この図からケプラー回転方向に対する wake の傾き (ピッチ角) も調べることができて、その値はおおよそ 20 度である。

これらの結果は、wake 構造は不安定が充分発達した結果のものであるにも関わらず、その特徴的な長さは近似的に臨界波長で与えられることを示している。この臨界波長を実際のリングに当てはめると、 $\lambda_{\alpha} \sim 100 \text{ m}$  となり、PPS 観測で得られている密度ギャップのスケールと一致する。すなわち、PPS 観測による密度ギャップは、この wake 構造を見ている可能性があると考えられる。

この wake 構造をグローバルに見たら、どのように見えるのだろうか？ 同様な自己重力不安定による粒子系の進化過程は、巨大衝突説に元づく原始円盤から月を作るために行なわれた  $N$  体計算の中でも見られる<sup>9)</sup>。このシミュレーションはグローバルで行なわれており、そこでは、円盤の重力不安定による渦状腕の発達が見られる。その渦状腕の一部を見ると、本研究で行なわれた局所系の計算で見られる wake 構造と良く似ていることが分かる。すなわち、この wake 構造とは渦状腕と本質的には同じものであると言える。この空間構造の見え方の違いは、構造のスケールの違いで生じ、それは中心星に対するディスク (リング) の質量が異なることに起因する。

#### 4.2 リングの非対称性との関係

次に、もし wake 構造がリングの中に存在し、それがリング面を覆っているとした場合、それはどのように見えるのかを考える。定性的ではあるが、観測

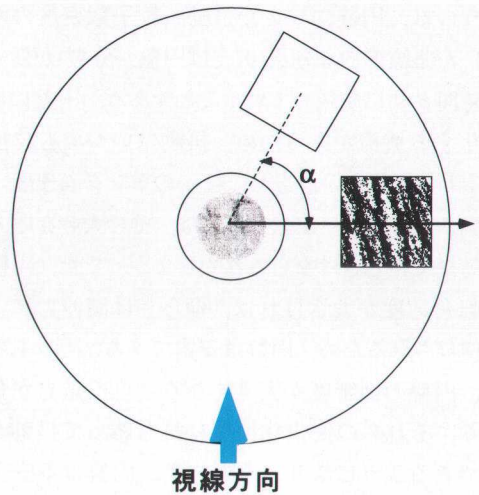


図5：リングの中の wake 構造を上から見た図。角度  $\alpha$  によっては、wake 模様は視線方向に対して縦、横方向に並ぶ。

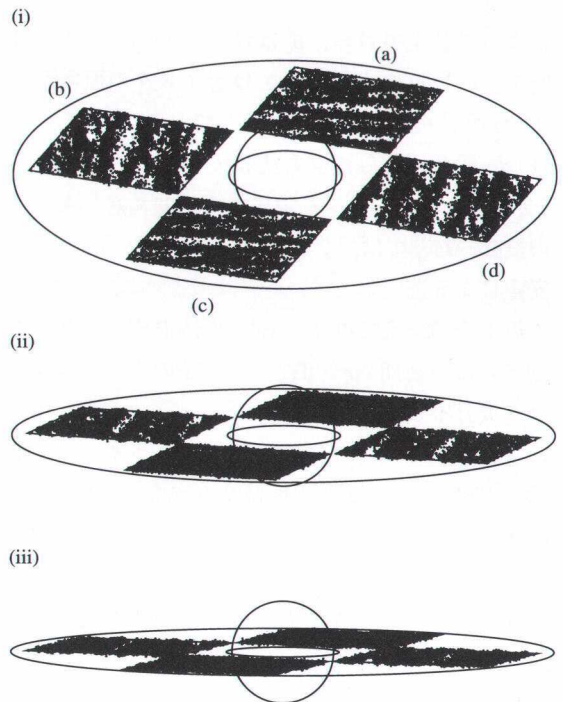


図6：wake 構造はリングの中でどのように見えるのか？ 図5で使われた空間分布を  $\alpha = 70$  度(a), 160 度(b), 250 度(c), 340 度(d)に配置。リング面を 25 度(i), 10 度(ii), 5 度(iii)だけ傾けた場合の wake 構造の見え方を示している。



に見られるようなリングの非対称な現象を説明できるのか、計算で得られた wake 構造を使って議論したい。

リングを上から見て、計算で得られた wake 構造を図5のように角度  $\alpha$  のところに置くことを考える。その角度によって、wake 構造を作っている斜めのスジ状構造の並び方は観測者に対して変化する。図5で使われている wake 構造の場合、 $\alpha = 70$  度、250度で wake 構造の中のそれぞれのスジは真横を向き、 $\alpha = 160$  度、340度で縦に並ぶ。(wake のピッチ角は約 20 度)。リングを真上から見ている場合は、どの場所に wake 構造があっても、見え方は変化しないが、リングを傾けて見た場合、状況は異なる。粒子自身は有限の大きさを持っているため、粒子からなるそれぞれのスジにも厚みがある。そのため、リングを傾けると、リングの方位角方向の場所によっては、そのスジが作る影が問題になる。スジが縦に並んでいる場合は影は疎な領域には作られないが、横に並んでいる場合はリングの傾きの角度によっては疎な領域のかかなりの部分にスジの影ができる。これは、相対的にリング面を粒子が埋める割合が多くなることを意味する。ここで何でリングが見えるのかを再考してみると、太陽光が環の物質(リング粒子)に反射することで初めて観測できる。そのため、粒子がリング面をより多く埋めている場所ほど、そこは明るく見えることになる。それが明るさの非対称性を生んでいる原因であると考えられている<sup>5)</sup>。このようなスジによる影の効果は、リングの傾きが大きすぎると消滅する。

上の議論は可視の場合であったが、電波観測の場合も同じように説明することができる。土星からの電波が wake に当たった場合、wake はあるピッチ角を持っているため、その反射の仕方はリングの両側で異なる。即ち、観測者は、一方の片面から wake で反射された電波を受け取り、反対側のもう片面からは wake の中を伝達してきた電波を受信することになる。リングは十分な optical depth を持っているため、多重散乱が重要になる<sup>20)</sup>。多重散乱

により反射された電波の強度は、wake の中を伝達してきた電波のそれとは異なる。そのことが非対称の原因となる。しかしながら、リングの傾きが小さくなると、wake で反射された電波もさらに別の wake の中を伝達することになるので、非対称の差は小さくなる。

図5で示されたような wake 構造がリングの中にあつた場合、実際にはどのように見えるのだろうか? 図6は、その wake 構造の方位角の変化と、リング面の傾きに対する見え方の変化を見せている。リングの傾きが 20 度の場合でも (i) の場合、wake 構造が横向きになった場合 (図中(a)と(c)) と縦向きになった場合 (b)と(d)) で見え方が異なっている。構造が横向きの場合は、その陰によって疎な領域が隠されてしまい、構造が縦向きの場合と比べて相対的に粒子が詰まって見える。それはリングの傾きが 10 度の場合 (ii) の場合、より顕著になる。この時、(a)と(c)では、疎な部分はほとんど消えてしまうが、(b)と(d)では疎な部分が残っている。しかし、リングの傾きを更に小さくすると、その差は小さくなる。(a)と(c)の場合も疎な部分が消えてしまう。このように相対的に粒子が密になる部分と、可視でリングが明るく観測される領域は一致する。この結果は、シミュレーションで得られた wake 構造は、観測されている明るさの非対称性を矛盾なく説明できることを示している。また、B リングで明るさの非対称性が観測されない理由として、B リングは A リングよりも多くの粒子があり、粒子の少ない疎な部分が少なく、図5で示されたような wake の見え方の変化が小さいためと考えられている。

ここでの議論は定性的なものであったが、シミュレーションで得られた wake 構造を使って照明問題を解くことで明るさの変化を定量的に求め、実際の観測と比較する試みも行なわれつつある<sup>18)</sup>。wake 構造はリングの非対称な現象を起こす機構をうまく説明できるが、まだ観測と矛盾するところもある。そのため、粒子のサイズ分布を考慮したシミ



ュレーションを行なうなど、より詳しく調べる必要がある。

## 5. おわりに

観測で見つかった土星メインリングの内部構造の形成機構を調べるために、リングの一部分のみを考慮する局所系の  $N$  体計算を行なった。シミュレーションによって、粒子同士の自己重力と粒子によるエネルギー散逸の効果により粒子空間は一樣ではなく、wake 構造が作られることが分かった。また、wake 構造を詳しく解析を行ない、その典型的な大きさは線形安定性解析から期待される重力不安定の臨界波長で表されることを明らかにした。土星リングの場合、その大きさは、大体 100 m スケールになる。さらに、wake 構造がリング中にあったなら、それはどのように見えるのかを議論した。もしシミュレーションで示された wake 構造をリングの中に仮定するならば、観測で見ついている超微細構造やリングの明るさの非対称を同時に説明できる。

この期待される wake の大きさは大体 100 m と非常に小さく、ボイジャーのカメラの分解能では直接観測することは出来ていない。しかしながら、カッシーニ探査機はより高解像度のカメラを搭載しており、また、より近い位置での観測が可能のため、100m スケールの構造まで見ることができる。近い将来、リングの中にこのような wake 構造が直接発見される可能性があり、探査の結果が非常に楽しみである。

## 参考文献

- 1) Daisaka H., S Ida., 1999, Earth Planets Space 51, 1195
- 2) Dones L., et al, 1993, Icaus 105, 184
- 3) Esposito L. W., 1993, Annu. Rev. Earth Planet Sci. 21, 487
- 4) Esposito L. W., et al., 1983, J. Geophys. Res. 88, 8643
- 5) Franklin F. A., et al., 1987, Icarus 69, 280
- 6) Griv E., 1998, Planet. Space. Sci. 46, 615

- 7) Hill G. W., 1878, Amer. J. Math. 1, 5
- 8) Julian W. H. A. Toomre, 1966, Astrophys. J. 146, 810
- 9) 小久保英一郎, 井田 茂, 2000, 日本物理学会誌, 349
- 10) Lumme K., W. M. Irvine, 1976, Astron. J. 81, 863
- 11) Makino J., et al., 1997, Astrophys. J. 480, 432
- 12) Nakazawa K., S Ida., 1988, Prog. Theor. Phys. Suppl. 96, 167
- 13) Richardson D. C., 1994, Mon. Not. R. Astron. Soc. 269, 493
- 14) Salo H., 1991, Icarus 90, 254
- 15) Salo H., 1992a, Icarus 96, 85
- 16) Salo H., 1992b, Nature 395, 619
- 17) Salo H., 1995, Icarus 117, 287
- 18) Salo H., et al., 2000, Division on Dynamical Astronomy 31st annual meeting
- 19) Toomre A., 1964, Astrophys. J. 139, 1217
- 20) van der Tak F., et al., 1999, Icarus 142, 125
- 21) Wisdom J., S Tremaine., 1988, Astron. J. 95, 925

### Local N-body simulation of Saturn's ring -Formation of the Wakes and Comparison with Observations-

Hiroshi DAISAKA

Department of Earth and Planetary Science Faculty of Science Tokyo Institute of Technology Ookayama, Meguro-ku, Tokyo 152-8551, JAPAN

Abstract: The detailed observations of the Saturn's main ring have revealed the existence of substructures such as a lot of ringlet structures like a record, much smaller scale, density gaps in a ringlet, and asymmetrical phenomena in the ring. In this paper, we introduce the results of local N-body simulations carried out to explain the formation of such substructures. Our simulations showed the formation of the wake structure induced by the effects of both self-gravitational forces of particles and energy damping through inelastic collisions between particles. We found that the typical scale of the wakes is given by the longest unstable wavelength against gravitational perturbations in a thin disk. We also examined the relation between the wakes obtained from simulations and the substructures observed in the ring. The fact that the wake is consistent with the observation may suggest the existence of the wakes in the real ring system.