

銀河団のスニャエフ・ゼルドビッチ効果を用いたハッブル定数の測定

伊藤直紀

〈上智大学理工学部物理学科 〒102-8554 東京都千代田区紀尾井町 7-1〉

n_ito@hoffman.cc.sophia.ac.jp

ハッブル定数の測定方法として、銀河団のスニャエフ・ゼルドビッチ効果の観測結果を用いる方法が、近年大きな進展を見せている。この方法は、銀河団を球形と仮定すること以外には、経験法則を用いることなく、物理学の基礎法則を用いるだけで、ハッブル定数を決定することができるという大きな利点を持っている。この方法を用いた最近のいくつかのグループによるハッブル定数の測定結果は、 $60\text{--}70\text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$ という値に収束してきているように見受けられる。

1. スニャエフ・ゼルドビッチ効果

ペンジアスとウィルソンによる絶対温度3度の宇宙背景放射の発見は、20世紀後期における宇宙物理学の研究に測り知れないインパクトを与えた。この大発見は、当時の冷戦を象徴する「鉄のカーテン」をも揺り動かして、ソ連(当時)の宇宙物理学者のゼルドビッチと彼のグループにも絶大な影響を与えた。ゼルドビッチと彼の高弟の一人であるスニャエフは、3K宇宙背景放射の精密な観測によって発見されるであろう宇宙物理学の現象について、多くのすばらしい予言をおこなったのである。このことに関する入門的な解説としては、拙著¹⁾を参照していただければ幸いである。

さて、1970年代に入ると、宇宙物理学において新しい分野が急速に発展してきた。X線天文学である。X線天文学は、気球やロケットによる観測により、1960年代からすでに始まっていたが、1970年にNASAが打ち上げたX線天文衛星UHURUにより、本格的なX線天文学の時代が到来したのである。X線天文衛星UHURUの成果は数多くあるが、約1億度の銀河団高温プラズマの発見は、おそらくその最大の成果であるというこ

とができよう。

UHURUによる銀河団高温プラズマの発見以前から、3K宇宙背景放射の関与する宇宙物理学の現象の理論的研究をはじめていたスニャエフとゼルドビッチは、もちろんこの大発見を見逃すはずがなかった。彼らは、銀河団高温プラズマの中で3K宇宙背景放射光子が逆コンプトン散乱(エネルギーが電子から光子に移る)されるため、銀河団の方向からやってくる宇宙背景放射はプランク分布からわずかにゆがんだ分布を示すであろうと予言した²⁾。これが、有名なスニャエフ・ゼルドビッチ効果である。厳密にいうと、これは「熱的スニャエフ・ゼルドビッチ効果」と呼ばれる。

スニャエフとゼルドビッチは、1980年にスニャエフ・ゼルドビッチ効果の計算を、銀河団が宇宙背景放射に対して固有運動をおこなっている場合に一般化した³⁾。この効果を「運動学的スニャエフ・ゼルドビッチ効果」と呼ぶ(運動学的スニャエフ・ゼルドビッチ効果の結果の式はすでに1972年の彼らの論文²⁾に示されていた)。この効果は、ドップラー効果として理解することができる。

運動学的スニャエフ・ゼルドビッチ効果の観測により、銀河団の視線方向の速度を求めることが

できる。スニャエフ・ゼルドビッチ効果は赤方偏移 z に依存しないので、遠方の銀河団についても運動学的スニャエフ・ゼルドビッチ効果を観測することが可能である。このような理由で、運動学的スニャエフ・ゼルドビッチ効果は宇宙論にとって非常に有効な観測手段を提供してくれる。ただし、運動学的スニャエフ・ゼルドビッチ効果の信号は熱的スニャエフ・ゼルドビッチ効果の信号に比べて1桁程度小さいので、まだ運動学的スニャエフ・ゼルドビッチ効果の観測に成功したグループは存在しない。上限値のみが報告されている⁴⁾。現在多くのグループが、運動学的スニャエフ・ゼルドビッチ効果の観測にチャレンジしている。

2. 相対論的厳密計算

本稿では、研究の歴史的発展の流れとは順序が前後するが、まず最近のスニャエフ・ゼルドビッチ効果の理論的研究の成果について述べておこう。

近年の X 線天文学の発展はまことに目覚ましいものがある。超高温の銀河団プラズマが続々と発見され、 $2.0 \times 10^8 \text{K}$ の銀河団プラズマの観測も報告されている⁵⁾。このような超高温になると、電子の運動が非相対論的であると仮定して導かれた、もともとのスニャエフとゼルドビッチの表式は、精度が必ずしも十分でないと考えられる。また、このような超高温プラズマからの X 線の放射率に関しても、永年用いられてきた Karzas と Latter の非相対論的な放射率⁶⁾ では精度が十分でないと考えられる。

われわれは、このような観測の現状に対応するために、熱的および運動学的スニャエフ・ゼルドビッチ効果と X 線放射率（熱制動放射率）に関して相対論を厳密に考慮して精密な計算をおこなった^{7~10)}。われわれの研究に触発されて、Challinor と Lasenby¹¹⁾、および Sazonov と Sunyaev¹²⁾ がスニャエフ・ゼルドビッチ効果に関して同様の計算を行い、われわれの結果と一致する結果を得ている。

少々専門的になるが、熱的スニャエフ・ゼルド

ビッチ効果に関するわれわれの相対論的計算結果を紹介しよう。高温電子とのコンプトン散乱の結果、宇宙背景放射の分布には次のようなゆがみ $\Delta n(X)$ が生ずる。 $T_0 (= 2.728 \text{K})$ は電子の散乱を受ける前の宇宙背景放射の温度、 $n_0(X)$ はプランク分布である。

$$\frac{\Delta n(X)}{n_0(X)} = \frac{\tau \theta_e X e^X}{e^X - 1} \times (Y_0 + \theta_e Y_1 + \theta_e^2 Y_2 + \theta_e^3 Y_3 + \theta_e^4 Y_4) \quad (1)$$

$$n_0(X) = \frac{1}{e^X - 1} \quad (2)$$

$$X = \frac{\hbar \omega}{k_B T_0} \quad (3)$$

$$\tau = \sigma_T \int dl N_e \quad (4)$$

$$\theta_e = \frac{k_B T_e}{mc^2} \quad (5)$$

ここで、 $\hbar \omega$ は観測している宇宙背景放射の周波数に対応する光子のエネルギー、 N_e と T_e は銀河団プラズマにおける電子の数密度と温度、 σ_T はトムソン散乱の断面積、 mc^2 は電子の静止エネルギーである。(4) 式の積分は、銀河団プラズマの中を光子が通過する経路についての積分である。(1) 式の Y_0, Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 はすべて X の関数になっている。最低次の Y_0 がスニャエフとゼルドビッチにより求められたもので、 Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 がわれわれの求めた相対論的補正項である。

観測と比較するためには、(1) 式の形よりも直接観測結果と比較できる次の形を用いることが多い。

$$\Delta I = \frac{X^3}{e^X - 1} \frac{\Delta n(X)}{n_0(X)} \quad (6)$$

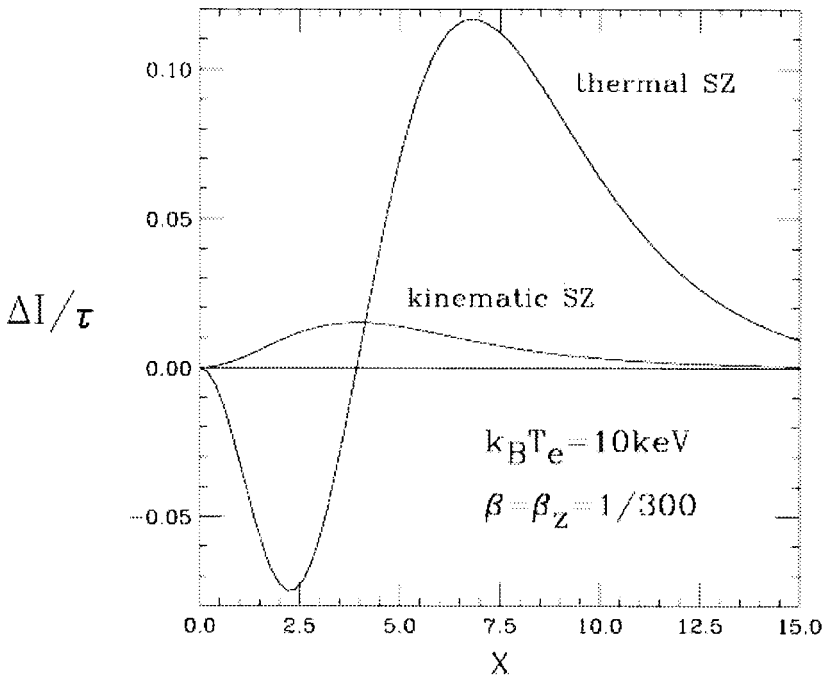


図1 熱的 (thermal) および運動学的 (kinematic) スニャエフ・ゼルドビッチ効果に関する厳密な計算結果^{7), 8)}. 銀河団プラズマの温度は $1.16 \times 10^8 \text{K}$. 銀河団はわれわれの方向に 1000 km s^{-1} の速度で近づいて来ているとしている.

図1に熱的および運動学的スニャエフ・ゼルドビッチ効果に関してわれわれが求めた厳密な計算結果^{7), 8)}を示す. ここで, 銀河団プラズマの温度は $1.16 \times 10^8 \text{K}$ とし, 銀河団はわれわれの方向に 1000 km s^{-1} の速度で近づいてきているとして計算をおこなっている.

熱的スニャエフ・ゼルドビッチ効果は, 長波長 (低周波) 側でマイナス, 短波長 (高周波) 側でプラスになっていることに注意していただきたい. つまり, もとものの 2.728 K のプランク分布に比べて, スニャエフ・ゼルドビッチ効果のために長波長側でフラックスが減少し, 短波長側でフラックスが増加している.

熱的スニャエフ・ゼルドビッチ効果がちょうどゼロになる周波数をクロスオーバー周波数と呼ぶ. この周波数はほぼ 222 GHz , 波長でいうと, ほぼ 1.35 mm である.

運動学的スニャエフ・ゼルドビッチ効果を観測

するには, このクロスオーバー周波数領域で観測する必要がある. この周波数領域を外れると, 運動学的スニャエフ・ゼルドビッチ効果の信号は熱的スニャエフ・ゼルドビッチ効果の信号に埋れてしまっていて, 観測不可能になってしまうことは図1より容易に理解することができる.

3. ハッブル定数の観測の原理

銀河団の熱的スニャエフ・ゼルドビッチ効果の観測結果を用いることにより, ハッブル定数の決定ができることが, 1970年代の終わりにいくつかのグループの研究者たちによって発見され

れた^{13) ~ 16)}. このことを理解していただくために, もう一度 (1) 式を見ていただく.

(1) 式の左辺は, ある銀河団について電波望遠鏡を用いて熱的スニャエフ・ゼルドビッチ効果の観測をおこなうことにより, その値を決定することができる. これと並行して X 線天文衛星によるスペクトル観測をおこなうことにより, 銀河団プラズマ中の電子温度 T_e を決定することができる. とところで, 一般に, 光学的に薄い銀河団プラズマの熱制動放射率は

$$W(\omega)d\omega = 1.426 \times 10^{-27} g_{Z_j}(T_e, u) N_e N_j Z_j^2 T_e^{1/2} \times e^{-u} du \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-3} \quad (7)$$

$$u \equiv \frac{\hbar\omega}{k_B T_e} \quad (8)$$

により与えられる^{9), 10)}. ここで, ω は放射され

る光子の角周波数, T_e は K の単位で測った電子の温度, N_e は cm^{-3} の単位で測った電子の数密度, N_j は cm^{-3} の単位で測った電荷 Z_j のイオンの数密度, $g_{zj}(T_e, u)$ はゴート因子と呼ばれる 1 程度の値の因子である。われわれは, 電子の相対論的運動を考慮して, 正確なゴート因子を計算した^{9), 10)}。簡単のために, イオンはすべて水素 ($Z_j=1$) であるとしてみよう。そうすると, $N_j=N_e$ であり, 銀河団プラズマの X 線表面輝度 S_X は

$$S_X \propto \int N_e^2 dl \quad (9)$$

で与えられる。ここで, 銀河団プラズマの X 線表面輝度は電子数密度 N_e の平方の光路積分に比例していることに注意していただきたい。スニャエフ・ゼルドビッチ効果の観測値は電子数密度 N_e の光路積分に比例していることを前に見た。このように, X 線と電波とでは観測にかかる電子数密度 N_e のべきが異なるので, X 線観測と電波観測の両方のデータを用いることにより, 電子数密度 N_e と光路長の両方が決定できることになる。これがこの方法のポイントである。

今, 簡単のために銀河団プラズマ中の電子の数密度 N_e と電子温度 T_e がともに場所によらずに一定であると仮定しよう。このようにして, もう一度 (1) 式を見ていただこう。左辺は電波観測から求められた既知の量を表す。X は, 電波観測の周波数が既知の量であるから, これも既知の量である。 Y_0, Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 はすべて X の既知関数であるから, これも既知の量である。また電子温度 T_e は, X 線観測より既知量であるから, θ_e ももちろん既知量である。したがって, (1) 式より, 宇宙背景放射光子のトムソン散乱に対する光学的厚さ τ が決定されることになる。(4), (9) 式より, もし電子の数密度 N_e が銀河団プラズマ中の場所によらず一定であ

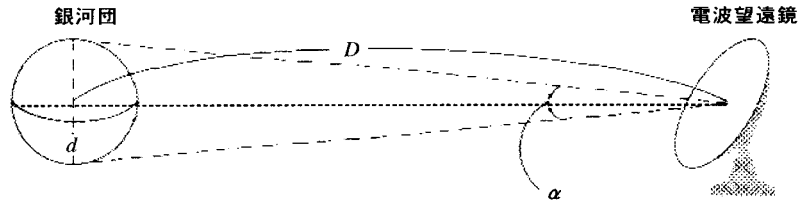


図2 スニャエフ・ゼルドビッチ効果を用いた銀河団までの距離の測定。観測値を理論式にあてはめると, 視線方向の直径 d が求められる。銀河団を球形と仮定し, 銀河団を見込む角度を測れば, 銀河団までの距離 D が求められる。

れば, 視線方向の銀河団プラズマの直径 d が決定されたことになる。

ここで, 図2のように, 銀河団プラズマが球形であると仮定してみよう。すると, 視線方向の直径 d は, 視線に垂直な方向の直径に等しいことになる。次に電波望遠鏡を用いて, 銀河団プラズマを見込む角度を測定すれば, 視線に垂直方向の銀河団の直径の値と組み合わせることにより, 銀河団までの距離 D を求めることができる。さらに, その銀河団の宇宙膨張による後退速度を測定することにより, ハッブル定数が決定できることになる。

銀河団のスニャエフ・ゼルドビッチ効果を用いたハッブル定数の測定の原理は, 上に述べたことに尽きている。ただし, 原理 (principle) と実際 (practice) とは必ずしも一致しない。銀河団のスニャエフ・ゼルドビッチ効果を用いたハッブル定数の測定に際して, 実際には幾多の困難が伴う。

上で述べたことからおわかりのように, 銀河団のスニャエフ・ゼルドビッチ効果を用いた観測は, いくつかの仮定の上に成り立っている。上では, 簡単のために, 銀河団プラズマ中の電子の数密度 N_e と電子温度 T_e が一定であると仮定した。これらの仮定は必ずしも本質的な仮定ではない。 N_e と T_e が銀河団プラズマ中の場所の関数として既知であればよい。しかし, 銀河団プラズマを球状とする仮定は本質的な仮定であって, この測定方法はこの仮定なしには成り立たない。次に, 銀河団のスニャエフ・ゼルドビッチ効果を用いたハッブル定数の測定の実状について述べよう。

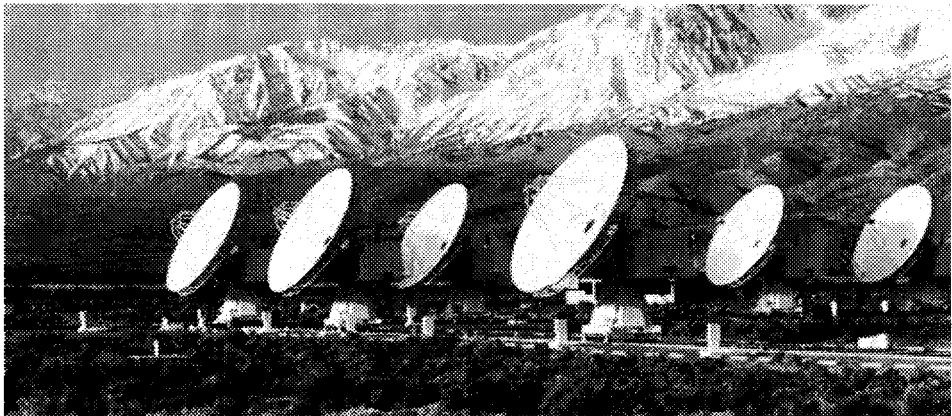


図3 カリフォルニア工科大学 Owens Valley 電波望遠鏡

4. ハッブル定数の測定の現状

近年、銀河団のスニャエフ・ゼルドビッチ効果を用いたハッブル定数の測定はめざましい進展を見せている。このめざましい進展の立役者は、現在シカゴ大学教授の Carlstrom である。そうして彼が銀河団スニャエフ・ゼルドビッチ効果の観測に用いているのが、カリフォルニア工科大学の Owens Valley 電波望遠鏡 (図3) である。ここでは、彼のグループの最近の研究成果に¹⁷⁾に基づいて、銀河団のスニャエフ・ゼルドビッチ効果を用いたハッブル定数の測定の現状について紹介しよう。Carlstrom たちの観測は電波干渉計により行われており、このために非常に高精度の分解能が得られている。図4に Carlstrom のグループによる観測結果を示そう。Carlstrom のグループの Reese ら¹⁷⁾は、銀河団プラズマのモデルとして、球対称等温ベータモデル^{18), 19)}を用いている。また、彼らは比較的遠方 ($z \cong 0.55$) の2個の銀河団を観測しているので、宇宙膨張の効果を厳密に考慮して解析している。彼らはX線の観測データとしては ROSAT 衛星によるものを用いている。モデルパラメータはX線観測データおよび電波観測データの両者を用いて、最適値が求められた。Reese らの解析によると、銀河団 MS0451 までの距離は 1278_{-298}^{+265} メガパーセクであり、銀河団 CL0016 までの距離は 2041_{-514}^{+481} メガパーセクである。

Reese らは、標準平坦宇宙モデル ($\Omega_M = 1.0, \Omega_\Lambda = 0.0$)、開いた宇宙モデル ($\Omega_M = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.0$)、および宇宙項の存在する平坦宇宙モデル ($\Omega_M = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.7$) のそれぞれについて、観測結果の解析からハッブル定数を求めている。その結果は次の通りである。

$$H_0 = \begin{cases} 52_{-7}^{+10} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} & ; \\ 57_{-8}^{+11} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} & ; \\ 63_{-9}^{+12} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} & ; \end{cases}$$

$$\Omega_M = 1.0, \Omega_\Lambda = 0.0$$

$$\Omega_M = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.0$$

$$\Omega_M = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.7$$

上の値は、あくまでも、球対称の等温ベータモデルを仮定して導かれた値である。銀河団プラズマが球形からずれるために生ずる誤差、および非球対称の銀河団プラズマの宇宙空間における向きの不定性から生ずる誤差は20%のランダム誤差であろうと評価されている²⁰⁾。

また、クーリング・フロウが存在する銀河団では、その影響を無視することができない。ただし、Reese らが観測した銀河団についてはクーリング・フロウは存在しないだろうと彼らは結論している。

さらに、もし銀河団プラズマが等温でないとしたら、等温モデルに基づく解析は誤差を生ずることになる。Reese らは、電波干渉計を用いた彼らの観

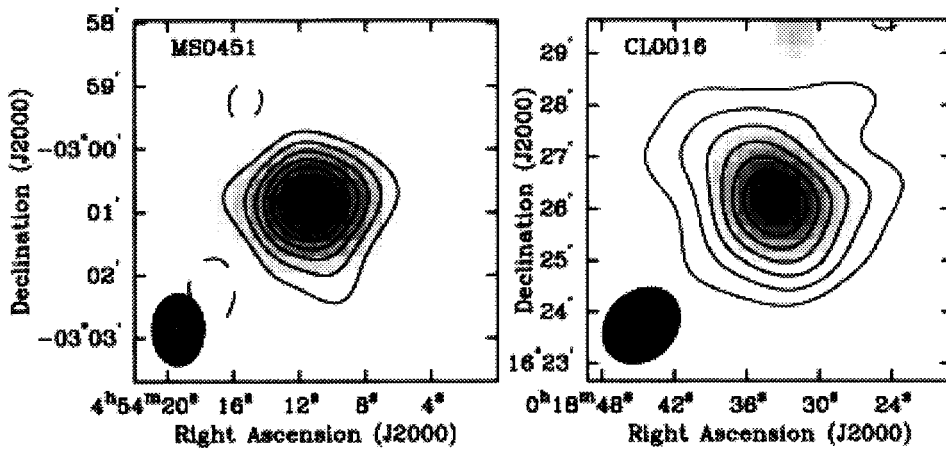


図4 Reese et al.¹⁷⁾による銀河団のスニャエフ・ゼルドビッチ効果の観測結果(等高線)。ROSATによるX線観測結果(明暗の四角形)が重ねてある。スニャエフ・ゼルドビッチ効果の最大信号はそれぞれ1431 μ K (MS0451) および1242 μ K (CL0016)。

測においては、等温モデルからのずれの効果は大きくないだろうと推測している。また、銀河団プラズマが部分的に塊状になっていると、そのための誤差が生ずる。Reeseらは、塊状および等温からのずれの系統誤差として20%の誤差を考えている。したがってReeseらの結論は次のようにあらわされる。

$$H_0 = \begin{cases} 52^{+10}_{-7}{}^{+17}_{-17} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} ; \\ 57^{+11}_{-8}{}^{+19}_{-19} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} ; \\ 63^{+12}_{-9}{}^{+21}_{-21} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} ; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Omega_M = 1.0, \Omega_\Lambda = 0.0 \\ \Omega_M = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.0 \\ \Omega_M = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.7 \end{aligned}$$

1番目の誤差は統計誤差であり、2番目の誤差は系統誤差である。系統誤差には、他の電波源の影響による誤差、および銀河団が宇宙背景放射に対して固有運動をしていることによって生ずる運動学的スニャエフ・ゼルドビッチ効果を差し引いていないことによる誤差も含まれている。

Reeseらのサンプルはわずか2個という小さなサンプルであるが、彼らの求めたハッブル定数は、ハッブル宇宙望遠鏡キー・プロジェクトが求めた値²¹⁾ $H_0 = 71 \pm 6 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ と矛盾しない値である。

またMasonらは近傍 ($z < 0.1$) の7個の銀河団について、同様の方法でハッブル定数を求めている²²⁾。彼らの結論は次のようにあらわされている。

$$H_0 = \begin{cases} 64^{+14}_{-11}{}^{+14}_{-14} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} ; \\ 66^{+14}_{-11}{}^{+15}_{-15} \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} ; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Omega_M = 1.0, \Omega_\Lambda = 0.0 \\ \Omega_M = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.7 \end{aligned}$$

これからわかるように、Masonらの値はReeseらの値とよい一致を示している。

まだサンプル数が少ないので、これらの観測結果から、宇宙項の存在する平坦宇宙モデルの正しさが証明されたとは言えない現状であるが、両グループともに $\Omega_M = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.7$ の宇宙モデルの場合に $H_0 = 60-70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ というハッブル定数の値を導いていることは注目に値する。Ia型超新星の観測から導かれた値に驚くほどよく一致しているというのが筆者の印象である。ReeseらやMasonらの結論が、心理的にIa型超新星の観測結果に影響されているのではないかと疑いたくなるほどのよい一致である。筆者の猜疑心が杞憂に過ぎないことを祈りたい。ともあれ、宇宙年齢としては140-150億年という値が、銀河団のスニャエフ・

ゼルドビッチ効果の観測からも示唆されている。ただし、± 40 億年程度の誤差は含めて考えなければならぬ。

スニャエフ・ゼルドビッチ効果は赤方変移 z に依存しない効果であるので、遠方の銀河団のスニャエフ・ゼルドビッチ効果を観測することより、遠方の宇宙における宇宙膨張のありさまを詳しく調べることができる。この意味でこの方法は非常にユニークな方法であるといえる。

電波干渉計を用いた銀河団のスニャエフ・ゼルドビッチ効果の観測は、活動を開始した Chandra, XMM-Newton 両 X 線天文衛星によってもたらされつつある精密な X 線観測データと相俟って、21 世紀初頭の 10 年間で銀河団宇宙物理の研究にとって黄金時代となることを約束してくれている。スニャエフ・ゼルドビッチ効果の解析のための基礎理論としては、われわれのグループの相対論的スニャエフ・ゼルドビッチ効果の計算結果^{7), 8)}, および相対論的 X 線熱制動放射率の計算結果^{9), 10)} が大きな貢献をしてくれるであろう。読者の皆様方とともに、この分野におけるこれからの 10 年間の大きな発展を楽しみにしたい。

本稿を執筆するに際して、共同研究者の野澤 智氏、神山泰治氏、川名洋平氏との共同研究の成果が基礎になった。ここに共同研究者諸氏に深く感謝の意を表したい。

参考文献

- 1) 伊藤直紀 2000, 朝日選書 643 「宇宙の時, 人間の時」(朝日新聞社)
- 2) Sunyaev R.A., Zeldovich Ya.B., 1972, Comments Astrophys. SpaceSci., 4, 173.
- 3) Sunyaev R.A., Zeldovich Ya.B., 1980, Mon. Not. R. Astron. Soc., 190,413.
- 4) Mauskopf P.D., et al., 2000, Astrophys. J., 538, 505.
- 5) Tucker W., et al., 1998, Astrophys. J., 496, L5.
- 6) Karzas W.J., Latter R., 1961, Astrophys J. Suppl., 6, 167.
- 7) Itoh N., Kohyama Y., Nozawa S., 1998, Astrophys. J., 502,7
- 8) Nozawa S., Itoh N., Kohyama Y., 1998, Astrophys. J., 508, 17.
- 9) Nozawa S., Itoh N., Kohyama Y., 1998, Astrophys. J., 507, 530.
- 10) Itoh N., Sakamoto T., Kusano S., Nozawa S., Kohyama Y., 2000, Astrophys. J. Suppl., 128, 125.
- 11) Challinor A., Lasenby A., 1998, Astrophys. J., 499,1.
- 12) Sazonov S. Y., Sunyaev R. A., 1998, Astrophys. J., 508, 1.
- 13) Gunn J.E., 1978, in Observational Cosmology 1, ed. A. Maeder, L. Martinet, G. Tammann (Sauverny: Geneva Obs.)
- 14) Silk J. I., White S.D.M., 1978, Astrophys. J., 226, L103.
- 15) Birkinshaw M., 1979, Mon. Not. R. Astron. Soc., 187, 847.
- 16) Cavaliere A., Danese L., DeZotti G., 1979, Astron. Astrophys., 75, 322.
- 17) Reese E. D., et al., 2000, Astrophys. J., 533, 38.
- 18) Cavaliere A., Fusco-Femiano R., 1976, Astron. Astrophys., 49, 137.
- 19) Cavaliere A., Fusco-Femiano R., 1978, Astron. Astrophys., 70, 677.
- 20) Hughes J.P., Birkinshaw M., 1998, Astrophys J., 501, 1.
- 21) Mould J. R., et al., 2000, Astrophys. J., 529, 786.
- 22) Mason B. S., Myers S. T., Readhead A. C. S., 2001, Astrophys.J., in press (astro-ph/0101169).

Measurement of the Hubble Constant through the Observation of the Sunyaev-Zeldovich Effect for Clusters of Galaxies

Naoki Itoh

Department of Physics, Sophia University, 7-1, Kioicho, Chiyoda-ku, Tokyo 102-8554

Abstract: In recent years great progress is being achieved in the measurement of the Hubble constant through the observation of the Sunyaev-Zeldovich effect for clusters of galaxies. This method enables one to determine the Hubble constant by using only the basic physics laws without resorting to the empirical astronomical laws, the only exception being the assumption of the sphericity of the galaxy clusters. It appears that the values of the Hubble constant obtained through the Sunyaev-Zeldovich effect observations by several groups are converging to the values $60\text{--}70\text{km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$.