

# 天体アウトフローの磁気流体加速は 実際に起っている

## —動径磁場構造モデルがもたらした停滞と混迷の打破—

岡 本 功

〈国立天文台 OB〉

e-mail: okamoto@nao.ac.jp

ここ 20 数年の間に天体アウトフロー理論において、動径磁場構造モデルがもたらした弊害の深刻さを指摘し、その産物である“磁気流体加速はできない”という‘負のパラダイム’の終焉を主張します。新たに“磁気流体加速はできる”という‘正のパラダイム’を提唱します。ここでは、磁気音速面は、アルフベン面から十分離れた漸近領域の最も内側で、垂漸近領域との境目付近になければならないことを示し、漸近領域全域で必要十分な MHD 加速が起こることを明らかにします。これはトランスフィールド方程式からの結論です。その結果、例えば‘かに星雲・パルサー風問題’における長年の懸案の解決が可能となります。

### 1. はじめに

前回は「宇宙ジェット—あるパラダイムの終焉」を主張した結果<sup>1), 2)</sup>, 予想外の展開になり大変な論争を引き起こしてしまいました<sup>3), 4)</sup>。前回の轍を踏まないよう気を付けつつ、今回は MHD 加速の問題を取り上げます。

最近の数年間心中秘かに思いを強くしてきたのは、MHD アウトフローの研究の流れはここ 20 数年の間、根本的なところで停滞の淵に発生した混迷の渦に巻き込まれているのではないか。その根本的原因は‘動径磁場構造モデル’（スプリット・モノポールの仮定、以下‘動径モデル’または‘動径的条件’と略記）にあるというのが私の思いであります。私の理解では、前回問題にしたフープストレス・パラダイムも、今回の MHD 加速問題も同根、つまり‘動径的条件’に根差しているのです。というのは、コリメーションと MHD 加速は表裏一体の関係にあるからです。フープストレス・パラダイムは 10 年以上、パルサー風加速問題<sup>5), 6)</sup>は、

20 年以上の長きにわたって生き続けています。これは‘動径モデル’があまりにも長く安易に使われ続けたこと、またそれが認識されていなかったということが停滞と混迷を生んだというわけです。この停滞と混迷から脱却するには、新しい“MHD 加速はできる”という‘正のパラダイム’を確立することが肝要です。そのために、まず‘動径モデル’が醸し出している呪縛を解き明かし、それを打破することから始めます。

手順としてまず Heyvaerts-Norman<sup>7)</sup>が導入した解析的な‘漸近領域の扱い’を更に発展させ、これを帰謬法と組み合わせることにより、磁気流体アウトフローにおける磁気音速面  $S_F$  の位置を確定させます。“アルフベン面  $S_A$  より十分遠い領域を漸近領域”と定義しますと、 $S_F$  はこの漸近領域の最も内側になければならないのです。この事実は非相対論・相対論を問わず成り立ちます。その結果、漸近領域全域で MHD 加速が可能になり、これは例えば‘かに星雲・パルサー風問題’における long-standing puzzle といわれるパズルの解明へ向け

た一步を踏み出すものです。以下の各節で

2. 動経磁場構造モデルの呪縛
3. MHD アウトフロー論の基礎
4. 漸近領域の扱いと帰謬法による SF の決定
5. 磁気流体加速の磁場構造への反作用
6. 柴田氏のコメントへの回答
7. まとめ

の順で議論を進めます。前回柴田さんから戴いたコメント<sup>8)</sup>について、今回の私の提案と大いに関連がありますので、6節で回答します。

## 2. 動経磁場構造モデルの呪縛<sup>1</sup>

前回終焉を主張したフープ・ストレス・パラダイムも‘動径的条件’に起因しています。その理由は、土壌は Blandford-Payne<sup>9)</sup>が耕したのですが、このパラダイムの‘種’は、桜井さん<sup>10)</sup>がコリメーションの計算に用いた磁場の境界条件の‘動径的条件’にあるといえるからです。桜井さんはこの結果をもとに一般的なグローバルコリメーションを主張し、これを非相対論的な場合に Heyvearts-Norman<sup>7)</sup>が、続いて相対論的な場合に Chueh et al.<sup>11)</sup>が解析的に拡張して、定理を創作し、あのように大きく成長したのだというわけです。私が見る限り、グローバルな磁気コリメーションの正しさを証明した論文はありません。従って、ジェット・コリメーション問題に関しては、振り出しに戻ったということになります。Lynden-Bell<sup>12)</sup>の表現を借りれば、‘How are jets collimated?’は‘生きた問題’なのです。同じ‘動径的条件’を境界条件に採った Bogovalov<sup>13), 14)</sup>の相対論的な風については、6節で論評します。

今回主として取り上げるのはかにパルサー風の MHD 加速問題です。この問題における目を覆うばかりの停滞と混迷は、直接・間接に‘動径モデル’の産物といえます。単にミスリーディングであったという段階はとっくに過ぎています。このモデルす

なわちスプリット・モノポールは最初 Parker の太陽風理論に磁場の影響を考慮するため、Weber-Davis<sup>15)</sup>が導入したのが最初です。次いで、ちょうどその頃に発見されたパルサーから吹き出すプラズマ風に対し、Michel<sup>16)</sup>、Goldreich-Julian<sup>17)</sup>、Kennel-Fujimura-Okamoto<sup>18)</sup>が用いました。Michel は冷たいプラズマ、Goldreich-Julian は暖かい等温プラズマ、Kennel et al. は高温のポリトロープ・プラズマをそれぞれ扱っています。

‘動径モデル’は磁力線が直線であるというその幾何学的な単純さのため、解析的な扱いを許し、直線の流線に沿った流れの構造を解明することに大きな‘功’がありました。例えば、太陽風のような高温プラズマの風が吹くとき、流れの速度がローカルな音速、アルフベン速度、磁気音速に等しくなるところに、いわゆるクリテカル（臨界）点の集合体としての面（以下  $S_S$ ,  $S_A$ ,  $S_F$  と記す）が現われ、それらの面をスムーズに通過するという臨界性条件（Criticality condition）を課すことにより、流れに関する固有値が決まるということが Weber-Davis によって明らかにされました。この結果は、Michel, Goldreich-Julian, Kennel et al. らによって、相対論的な場合に拡張されました。このとき、相対論・非相対論を問わず、ガス圧が無視できれば、 $S_F$  は無限遠に遠ざかり、有限温度のガス圧があれば、 $S_F$  が有限の距離に来て、それより下流域で考える温度いかにによって殆ど任意の速度まで加速が可能になります。

このように導入の比較的初期には‘動径モデル’の大きな‘功’が見られたのですが、その間にもその限界が露呈し始めて、やがてそれが‘罪’に変わっていったというのが私の見解であります。特に 80 年代以降ではその功罪の大小は  $|功| \ll |罪|$  で、弊害のみが目立つようになってきました。私の観察した弊害実態を以下に述べます。

パルサー風の場合、源付近で高温であったにしても、シンクロトロン輻射でかなり急速に冷えてしまうので、太陽風の場合のような熱圧力は加速に

1 月報記事<sup>2)</sup>, 3.4 節「モノポールの功罪」参照

は効かないと考えられています。つまり中性子星のスピンダウン・エネルギーが駆動源であるような遠心力風では、ガスは冷たく、また遠方では磁場構造は動径的であろう（全ウインド領域で動径的と仮定しなくても）、従って  $S_F \rightarrow \infty$  で、原理的にエネルギー積分等から許される最大速度まで加速できない、というのがこれまでの理解でした。相対論的な場合には、相対論的な効果として現れる  $e_e E$  が  $(1/c) \mathbf{j} \times \mathbf{B}$  項を相殺するので動径的になると、考えられました。6節では、相殺するのは‘動径的条件’を用いた Bogovalov の数値計算においてだけであることを示します。

これに対し、かに星雲の活動性は中心のパルサーの自転エネルギーの減少分で賄われていると見なされています。星雲についての Rees-Gunn モデル<sup>19)</sup>では、風が星雲に衝突してショック化する前に、ポインティング・フラックスが殆ど完全に運動エネルギーに転換されていることを要求しています。この星雲モデルとパルサー風モデルとの不一致は30年近く生き延びたパズルとなっていました。この間、このパズルを解くモデルとして独創的なもの、もっともらしいもの、エキゾチックなものなどが色々提案されているのですが、どれも不一致を解消できるとは考えられていないのです（例えば、文献<sup>5), 6)</sup>を参照）。

このかに星雲・パルサー風問題における停滞と混迷は、この分野が‘動径モデル’が醸し出したある種の呪縛によって支配された結果、生じたものであり、そこからの脱却はこのモデルの呪縛を克服することによってしか実現できないというのがこの記事の眼目であります。

### 3. MHD アウトフロー理論の基礎

磁場が磁場たる由縁は、曲げられて (twisted) エネルギーをため込む点にあります。この状態をここでは‘曲物’（まがりもの）といいます。天体から派生して、そこからストレスを通じて回転エネルギーを運び出すとき、磁場は直線（‘直物’）

で近似できるはずがありません。源付近の磁場が強い領域から無限遠まで、回転・流体・磁場間の MHD 相互作用は続くのです。その相互作用は、中心天体の自転で造り出された磁場のゆがみ、蓄えられた磁気エネルギーが解放されてプラズマの運動エネルギーに転換されていく過程であります。そのような磁場がある有限のドメインで直線構造を取るなどと考えるのは、‘動径モデル’の呪縛に支配されているといえなくもありません。ここでは‘曲物ぶり’を記述するため、いつものように定常・軸対称の条件の下で議論を展開します。そのために必要最小限の基礎的な式を以下に列挙します。

相対論的 MHD 運動方式の3成分を磁力線に平行な方向、トロイダル方向、磁力線に垂直な方向について書きますと、

$$\rho \left[ c^2 \frac{\partial \gamma}{\partial s} - \frac{v_t}{\omega} \frac{\partial \gamma \omega v_t}{\partial s} \right] = -\frac{1}{c} j_{\perp} B_t, \quad (1a)$$

$$\rho v_p \frac{\partial \omega \gamma v_t}{\partial s} = \frac{1}{c} j_{\perp} B_p \omega, \quad (1b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho \gamma v_p^2}{R} - \rho \gamma v_t^2 \frac{\partial \ln \omega}{\partial n} \\ = e_e E_p + \frac{1}{c} (j_{\parallel} B_t - j_t B_p) \end{aligned} \quad (1c)$$

のようになります ( $s$  は子午面で磁力線に沿って測った長さ、 $n$  はそれに垂直方向の長さ、 $R$  は磁力線・流線の曲率半径)。 $j_{\parallel}$ 、 $j_t$ 、 $j_{\perp}$  は電流の3成分です。(1c)式は後の漸近形(14)式とともに TrF Eq (トランスフィールド方程式)と略記します。

磁気フラックス関数を  $P$  と書けば、磁力線の形状は  $P$  一定で与えられ、トロイダル磁場は  $\mathbf{B}_p = -(\mathbf{t} \times \nabla P) / \omega$  と書けます。ここでは冷たい重力フリーガスを想定します。電気伝導度無限大を仮定しますので、凍結条件は  $\mathbf{E} = -(\mathbf{v}/c) \times \mathbf{B}$  となります。 $\mathbf{E}$  は  $\mathbf{B}_p$  に垂直な方向にのみ  $E_p = (\alpha \omega/c) B_p$  の成分を持ちます。ポインティング・フラックス  $S = (c/4\pi)(\mathbf{E} \times \mathbf{B})$  の発散は

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{S} &= -\mathbf{j} \cdot \mathbf{E} = -\mathbf{v} \cdot (\mathbf{j} \times \mathbf{B})/c \\ &= -(\alpha\omega)(j_{\perp} B_p \omega)/c \end{aligned} \quad (2a)$$

となります。磁気エネルギーの沈み込み ( $\nabla \cdot \mathbf{S} < 0$ ) は、プラズマに対するローレンツ力による単位時間当たりの仕事を表わします。もし完全導体ではなく、オームの法則  $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$  を使う場合には、 $\nabla \cdot \mathbf{S} = -\mathbf{j}^2/\sigma$  となり、これはジュール発熱による磁気エネルギーの散逸を表します。(1a, b) と (2a) から

$$\frac{\partial \gamma}{\partial s} = \frac{\alpha\omega}{c} j_{\perp} B_p / \rho c^2 v_p = \frac{\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}}{\rho c^2 v_p} \quad (2b)$$

これはエネルギー（バルヌーイ）積分

$$\gamma = \mu_{\epsilon} - \frac{\alpha\omega B_t}{4\pi\eta c^2} \quad (2c)$$

を与えます。 $\mu_{\epsilon}(P)$  は積分定数で  $\gamma$  の取り得る限界値です。

磁気エネルギーがローレンツ力による仕事を通じてプラズマの運動エネルギーに転換されるためには、(1a, b) あるいは (2a, b) から、 $j_{\perp} > 0$  が必要です。これは電流が磁力線を横切って、赤道面側から極方向へ流れねばならないことを示します。

定常・軸対称の下では、一般に磁力線に対応して‘電流線’をイメージすることができます。それは  $c\omega B_t/4\pi$  一定で与えられ、 $j_{\perp}$ 、 $j_{\parallel}$  は

$$j_{\perp} = \frac{c}{4\pi\omega} \left( \frac{\partial \omega B_t}{\partial s} \right)_P \quad (3a)$$

$$j_{\parallel} = \frac{c B_p}{4\pi} \left( \frac{\partial \omega B_t}{\partial P} \right)_s \quad (3b)$$

と書けます。中心天体の電気的中性は殆ど体積電流だけで保たれるべきである（閉回路条件）と考えていますので、任意の一本の電流線  $C$  は天体から出て磁力線を横切りながら仕事をして再び戻るわけです（図1）。定常状態では、ある電流線がどこかで切れて、そこに電荷が溜ったり不足が生じ

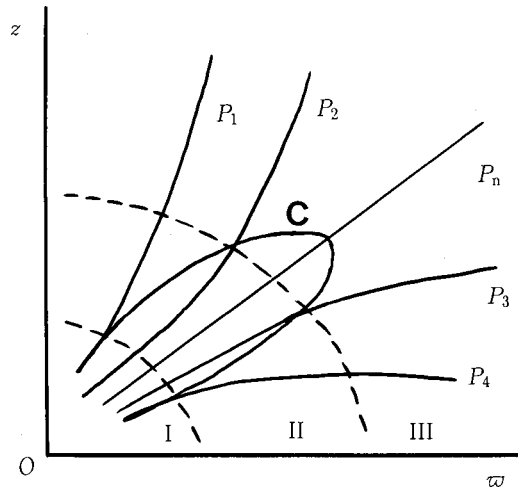


図1. 2成分構造と1本の典型的な電流線C. I, IIは垂漸近領域, IIIは漸近領域.

たりすることはないと考えます。しかしこれは赤道面の面電流あるいは自転軸に沿った線電流の存在の可能性を完全に否定するものではありません。

非相対論的な風の場合、全風域で  $j_{\perp} > 0$  で、極側で  $j_{\parallel} < 0$ 、 $1/R > 0$ 、赤道側で  $j_{\parallel} > 0$ 、 $1/R < 0$  となります（図1）。このとき風域は2成分構造をとることになります。これに対し、 $j_{\parallel} > 0$  のドメインを縮退させて、外向きの体積電流を面電流で置き換えることができれば、全風域で  $j_{\parallel} < 0$ 、 $1/R > 0$  で、すべての磁力線・流線はコリメイトすることになります<sup>10), 13), 14)</sup>。しかしこのようなことは起こらないというのが、私の主張です<sup>1), 2)</sup>。いずれにせよ、MHD コリメーション・加速は磁力線分布・電流分布に関連した表裏一体の現象なのです。

ここで、 $B_p \omega^2$  を磁気フラックスとして、以下の議論で決定的な重要性を持つ三つの量を導入します。

$$\sigma \equiv \alpha^2 \Phi / 4\pi\eta c^3 \quad (4a)$$

$$\omega = \alpha |\omega B_t| B_p / 4\pi\gamma \rho c^2 v_p \quad (4b)$$

$$\zeta \equiv \frac{\mu_{\delta} \alpha \rho \omega^2}{\eta \gamma} = \frac{\mu_{\delta} \alpha \Phi}{c u_p} \quad (4c)$$

無次元量  $\sigma$  は Michel<sup>16)</sup> が ‘動径モデル’ に対して

導入したプラズマの磁化度 (Magnetization parameter) ですが、ここでは  $\Phi$  が  $\omega|_p$  の減少函数である場合に拡張しています。以下において、 $\omega|_p$  は磁力線  $P$  に沿って  $\omega$  が変わることを表します。  $\omega$  はポインティング・フラックスの運動エネルギー・フラックスに対する比を表します。  $\zeta$  は、漸近領域で  $\omega B_1 \approx -\zeta(\sigma)$  となり、従って電流線を記述し、ポインティング・フラックスを与えますので非常に重要な物理量となります。

定常・軸対称の仮定の下では、(1c) 式を除き関連した微分方程式はすべて積分できて、  $\alpha$  ,  $\eta$  ,  $\mu_\delta$  ,  $\mu_\epsilon$  ,  $\beta$  のような積分定数が出てきます。これらは磁力線に沿って一定で、  $P$  だけの函数となっています。  $\alpha$  は磁力線角速度、  $\eta$  はポアソン積分で、単位磁気フラックス当たりの質量フラックス、  $\mu_\delta$  ,  $\mu_\epsilon$  はエネルギー積分で、両者の関係は

$$\mu_\delta = \mu_\epsilon \left( 1 - \frac{\alpha^2 \omega_A^2}{c^2} \right) \quad (5)$$

で与えられます。  $\omega_A$  は  $S_A$  の軸距離です。  $\beta$  は角運動量積分で、単位磁気フラックス当たりの角運動量フラックスを表します。  $\beta$  は  $S_A$  での臨界性条件によって  $\beta = -4\pi\eta\mu_\epsilon\alpha\omega_A^2$  となります。

ベルヌーイ積分と他の積分とを組み合わせると、各磁力線に沿って、  $\omega_A^2/\omega^2$  についての 2 次方程式の形に書くことができます<sup>16), 20)</sup>。

$$A + 2B \frac{\omega_A^2}{\omega^2} + C \frac{\omega_A^4}{\omega^4} = 0. \quad (6a)$$

ここで  $A, B, C$  は、  $\zeta$  ,  $\sigma$  の既知の代数函数です。例えば、後で使う  $A$  を計算しますと

$$A \equiv \mu_\epsilon^2 - \left( 1 + \frac{\zeta_B - \zeta_A}{\zeta} \right)^2 \left[ \sigma^2 + \frac{\zeta^2}{(\zeta_B - \zeta_A)^2} \right] \quad (6b)$$

となります。  $\zeta_B$  ,  $\zeta_A$  は  $\zeta$  の磁気圏底およびアルペン点での値で、  $\zeta_A = -\beta$  ,  $\zeta_A/\zeta_B = \alpha^2 \omega_A^2/c^2$  の関係があります。  $B^2 - AC \geq 0$  であることは当然です。 Begelman-Li<sup>5)</sup> が指摘しているように、(6a) 式から、

各磁力線上の各点で  $\zeta$  を含めたすべての物理量は  $\sigma$  だけの函数になることが分かります。次節でこの事実を活用します。

#### 4. ‘漸近領域の扱い’ と帰謬法による $S_F$ の確定

漸近領域を便宜的に  $\omega_A^2 \leq \omega^2 \leq \infty$  , 但し  $\omega_A^2 \gg \omega_A^2$  と定義します。この漸近領域で TrF Eq 以外の各積分から  $\gamma \approx \mu_\epsilon/(1+\omega)$  ,  $\omega B_1 \approx -\zeta$  ,  $\omega = \zeta/(\zeta_B - \zeta_A)$  を得ます。漸近領域  $\omega^2 \gg \omega_A^2$  では(6a)式から  $A(\zeta, \sigma) \approx 0$  です。従って、ここでは、ベルヌーイ積分は至極簡単になって、

$$\sigma = \sqrt{\gamma^2 - 1} \left( \frac{\mu_\epsilon}{\gamma} - 1 \right) \quad (7a)$$

$$= w \sqrt{\frac{\mu_\epsilon^2}{(1+w)^2} - 1} \quad (7b)$$

に帰着します。ここで一つ重要な事実が分かります。漸近領域で成り立つ(7a, b)式から独立変数  $\omega$  ,  $z$  が消えている、従ってこの領域では“すべての物理量は独立変数の役を演じる  $\sigma$  を通じてのみ  $\omega$  ,  $z$  に依存する”ということです。

$\omega$  ,  $\gamma$  その他の物理量は  $\sigma$  の 2 価函数であることが分かります。ここで  $\sigma$  は、  $\omega|_p \rightarrow \infty$  のとき  $\sigma \rightarrow 0$  であるようなゆっくりと減少する函数と見なしています。(7a, b)式から漸近領域で  $\gamma$  ,  $\omega$  ,  $\zeta$  の振舞は、  $\sigma \rightarrow 0$  のとき、‘物理的’な解に沿って  $\gamma \rightarrow \mu_\epsilon$  ,  $\omega \rightarrow 0$  ,  $\zeta \rightarrow 0$  , ‘非物理的’な解に沿って  $\gamma \rightarrow 1$  ,  $\omega \rightarrow \mu_\epsilon - 1$  となります(図 2 参照)。もし‘動径モデル’を採用するならば、  $\sigma$  一定で、  $\omega$  ,  $\gamma$  もまた一定になります。

$\gamma = \gamma(\sigma)$  ,  $\omega = \omega(\sigma)$  の勾配を計算してみますと、(7a, b)式から

$$\frac{d\gamma}{d\sigma} = \frac{N}{D}, \quad D \equiv \mu_\epsilon - \gamma^3, \quad N \equiv \gamma^2 \sqrt{\gamma^2 - 1} \quad (8a)$$

$$\frac{dw}{d\sigma} = \frac{\sigma}{w} \left/ \left[ \frac{\mu_\epsilon^2}{(1+w)^3} - 1 \right] \right. \quad (8b)$$

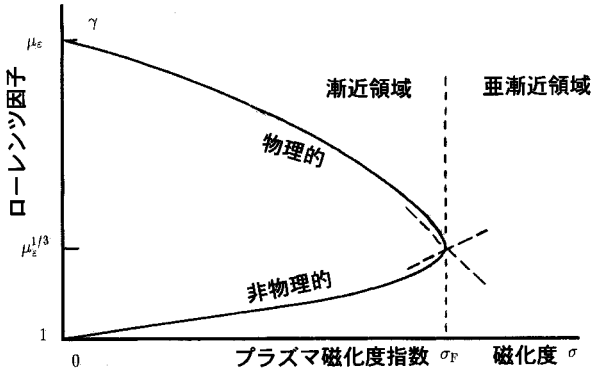


図2. 漸近領域における  $\gamma = \gamma(\sigma)$  の振舞. 上枝は '物理的' な解, 下枝は '非物理的' な解. '漸近領域の扱い' は上流から来る流れの解に対し  $\sigma = \sigma_F$  に勾配  $\pm\infty$  の障壁を造り出す. ここを X 型の臨界点に直すには,  $\sigma = \sigma_F$  の点を漸近領域の最も内側に置く必要がある.

となります.  $D(\gamma) = 0$  から  $S_F$  での臨界性問題に対する固有値が  $\sigma_F$  で与えられます.

ここで  $\sigma_F = \alpha^2 \Phi_F / 4\pi\eta c^3$  です. その他の重要な物理量は

$$\begin{aligned} \gamma_F &= \mu_e^{1/3} = \sqrt{1 + \sigma_F^{2/3}}, & \mu_e &= (1 + \sigma_F^{2/3})^{3/2}, \\ w_F &= \gamma_F^2 - 1 = \sigma_F^{2/3} \end{aligned} \quad (9)$$

このようにして磁気音速点での値  $\sigma_F$  で色々な値が表せます.

$$\frac{\alpha^2 \varpi_A^2}{c^2} = 1 - \frac{\mu_\delta}{\mu_e} = 1 - \frac{\mu_\delta}{(1 + \sigma_F^{2/3})^{3/2}} \quad (10a)$$

$$\zeta_B = \frac{4\pi\eta c^2}{\alpha} (1 + \sigma_F^{2/3})^{3/2} \quad (10b)$$

$$\zeta_A = -\beta = \frac{4\pi\eta c^2}{\alpha} [(1 + \sigma_F^{2/3})^{3/2} - \mu_\delta] \quad (10c)$$

$$\zeta_F = \frac{4\pi\eta c^2 \mu_\delta}{\alpha} \sigma_F^{2/3} \quad (10d)$$

しかしこの '漸近領域の扱い' には重大な欠陥

があることがすぐ分かります.  $D(\gamma_F) = 0$  なのですが,  $N(\gamma_F) \neq 0$  であるため,  $(d\gamma/d\sigma)_F = \pm\infty$  となり, 上流の  $\sigma > \sigma_F$  の領域の解は勾配無限大の壁に阻まれて漸近領域へ流れ込めないのです. このままでは X 型の臨界点にならないからです.  $D(\gamma_F) = 0$  となっている漸近領域で,  $N = 0$  とするにはどうするか. 可能性は二つあります. 漸近領域  $\sigma_a^2 \leq \sigma^2 \leq \infty$  の両端, 漸近領域の最も内側か, 無限遠かです. ここでは前者を採用しなければなりません. そして  $D$  の表式はそのまま,  $N$  の式で  $\sigma_A^2 / \sigma^2$  の必要な最低次の項を残して  $N(\sigma_F) = 0$  とします. こうして  $D(\gamma_F) = 0$  と首尾一貫した形で  $S_F$  の位置を決めるのです.

$$\begin{aligned} \frac{\alpha^2 \varpi_F^2}{c^2} &= - \left( 1 - \frac{\mu_\delta}{\gamma_F} \right) \\ &\cdot \left[ \gamma_F^2 + 2 - \frac{\gamma_F^2 (\gamma_F^3 - \mu_\delta)}{\gamma_F^2 - 1} \right] \left( \frac{\partial \ln \varpi}{\partial \ln \sigma} \right)_F \end{aligned} \quad (11)$$

この式で  $\sigma$  一定としますと,  $\varpi_F^2 \rightarrow \infty$  となります. このとき, 亜漸近領域の解は無限遠まで引き延ばされて, 古典的な Michel の 'minimum-torque' 解<sup>16)</sup> に帰着します. 本来あるべき上記の漸近領域の解は無遠の外へ捨てられることになるため, MHD 加速ができなくなるのです. つまり, '動径モデル' を仮定することは, とりもなおさず, MHD 加速が起こる漸近領域  $\sigma_F \geq \sigma \geq 0$  が無限遠の彼方に消滅することを意味するのです.

ここで我々が使用したのは, '漸近領域の扱い' に対する帰謬法です. ここで本質的に重要なことは,  $\Phi, \sigma$  が磁力線に沿って  $\varpi$  のゆっくりと (多分, 対数的に) 減少する函数でなければならないという点です. このことは  $S_F$  を漸近領域の最も内側に位置させ, そこより下流域つまり漸近領域で持続的な MHD 加速を可能にします. というのは,  $\varpi B_t \approx -\zeta(\sigma)$  ですから, (3a) から

$$j_\perp \propto \frac{\partial \varpi B_t}{\partial s} \propto -\frac{\partial \zeta}{\partial s} \propto -\frac{\partial \sigma}{\partial s} > 0 \quad (12)$$



うなら、 $\omega/R \approx 0$ ,  $\psi \approx \psi_F$  となり、漸近領域に入るとすぐ磁力線は直線になってしまいます。しかし、この事実は  $\omega/R = (\partial/\partial P)(\zeta/\mu_\delta) = 0$  となるような 1 本の磁力線  $P = P_n$  が存在することを否定するものではありません。そこでは、 $\zeta/\mu_\delta =$  が極値を持ちます。このとき  $P < P_n$  の極側では  $\omega/R \propto (\partial/\partial P)(\zeta/\mu_\delta) > 0$  で、磁力線・流線はコリメイト、 $P > P_n$  の赤道側では  $\omega/R \propto (\partial/\partial P)(\zeta/\mu_\delta) < 0$  で、磁力線・流線は反コリメイトとなります。 $P = P_n$  は相対論的効果によって  $j_{\parallel} \propto -\partial\zeta/P = 0$  の磁力線とは一致せず、少しずれます。このように確かに相対論的効果は存在するのですが、それが全面的に効いて、全風域で、 $\rho_e E_p$  が  $(1/c) j_{\parallel} B_t$  を相殺し、殆ど動径構造になり MHD 加速が起こらないといったような事態にはならないのです。

(14c) 式は、 $\gamma \rightarrow \mu_\epsilon$  のとき  $\omega/R \rightarrow 0$  であることを意味します。‘慣性引きずり’の結果磁場構造は次第に動径的になっていくのです。これは逆に曲者が直物に変わるためには、磁気エネルギーが運動エネルギーに変わって、流れが ballistic になり、最大ローレンツ因子まで加速されなければならないことを示しています。図 2 で分かるように、 $\gamma \rightarrow \mu_\epsilon$  は  $\omega|_p \rightarrow \infty$  のときの  $\sigma \rightarrow 0$  に対応しています。

以上が TrF Eq から自然に出てくる‘正しい解’です。いうまでもなく、(14a, b, c) から出てくる結果は互いに相補的です。

## 5.2 ‘誤った’ 解釈

これまでの“MHD 加速はできない”という‘負のパラダイム’は (13b), (14a,b,c) 式のもう一つの解釈から出てきます。まず“漸近領域で動径的である”，従って  $\omega/R \approx 0$  であるとしします。あるいは“ $\rho_e E_p$  が  $(1/c) j_{\parallel} B_t$  をほぼ完全に相殺する”と考えても同じことです。(14b, c) 式から

$$\frac{\partial \zeta}{\partial P \mu_\delta} = \frac{\partial}{\partial P} \left[ \frac{\zeta_B}{\mu_\epsilon} \left( \frac{\mu_\epsilon}{\gamma} - 1 \right) \right] \approx 0, \quad (15a)$$

従って、

$$\begin{aligned} \zeta &\approx \mu_\delta(P)g(s), \quad w \approx g(s)/(\zeta_B - \zeta_A) \\ \gamma &\approx \frac{\mu_\epsilon}{1 + (\mu_\epsilon/\zeta_B)g(s)}. \end{aligned} \quad (15b)$$

ここで  $g$  は  $P$  によらない、磁力線に沿って測った距離  $s$  のみの函数です。(3a, b) から

$$\begin{aligned} j_{\perp} &\approx -\frac{c\mu_\delta g'(s)}{4\pi\omega}, \quad j_{\parallel} \approx -\frac{c\mu_\delta'(P)g}{4\pi\omega^2} \\ \rho_e &\approx \frac{\mu_\delta \mu_\delta' g^2}{4\pi\alpha\omega^2} \end{aligned} \quad (15c)$$

非相対論的極限では、 $\mu_\delta \rightarrow 1$ ,  $j_{\parallel} \rightarrow 0$ ,  $\rho_e \rightarrow 0$  です。

もし  $g$  が  $s$  の減少函数で、 $s \rightarrow \infty$  のとき  $g \rightarrow 0$  ならば、磁気エネルギーの運動エネルギーへの転換が起こり、 $\gamma$  が増加して限界値  $\mu_\epsilon$  に近づくことが可能になります。しかし、 $g$  にこのような振舞を要求すると色々な矛盾が出てきます。まず第一に、漸近領域で  $\omega/R \approx 0$  であるようなすべての磁力線に共通な  $g$  を、上流の物理状態と矛盾なく決められない。第二に、そもそも‘動径モデル’では MHD 加速が起こるような漸近領域を考えることができない ( $\omega_F^2 \rightarrow \infty$ ) からです。すなわち、動径的であるような構造を考えることは、“動径的構造の下では MHD 加速は起こらない”というこれまでの結果を再確認するだけに終わるのです。

## 5.3 これまでの結果

源から十分離れたところでは、磁場構造は近似的には動径的であろう、と考えるのは十分正しいことです。もしそれが磁気エネルギーの運動エネルギーへの転換が十分進んでいることを前提とするならば、しかし、ここが‘動径モデルの呪縛’という由縁ですが、加速できないのは“動径的だから”、“ $\rho_e E_p$  の符号が  $(1/c) j_{\parallel} B_t$  と反対符号で相殺するから”、といった物理的な根拠のない考えがこの 20 年以上 MHD アウトフローの分野を支配してきました。確かに、“動径的”  $\Leftrightarrow$  “相殺する”  $\Leftrightarrow$  “加速できない”という連鎖は成り立つのですが、し



かし漸近領域で一般的に相殺すべき物理的な理由はまったくないのです (6 節参照)。

磁力線曲率  $1/R$  の大きさと符号は TrF Eq (14a, b, c) から分かり、それを  $P$  一定に沿って積分して  $\sin \psi$  が得られました。特に、 $|\sin \psi_\infty| \leq 1$  という条件から、 $\omega/R \rightarrow 0$ ,  $\gamma \rightarrow \mu_e$ ,  $\sigma \rightarrow 0$  が得られました。これに対し、これまで、TrF Eq から引き出された情報はといえば、「コリメーションは対数的にゆっくりと進行する」といったものでした<sup>11), 14), 21), 22)</sup>。漸近領域では変化は対数的スケールで起こるとするのは TrF Eq を  $P$  に関する偏微分方程式で書いたときに、独立変数が  $r$  ではなく  $\ln r$  となるということを示すことができます<sup>28)</sup>。しかし、TrF Eq を  $1/R = \partial\psi/\partial s$  で書いたときには、 $\psi$  の対数的変化を示すためではなく、 $\sin \psi$  の対数的発散を避けるために使うべきなのです<sup>28)</sup>。

これまでパズルに挑戦した多くの人々がそれぞれに工夫を凝らしたアイデア、モデルを提唱してきました<sup>5), 6)</sup>。M. Rees の弟子の一人 Begelman とそのグループは、MHD の式を散々ひねくり回した挙げ句、MHD アウトフローについての conventional picture の劇的な修正が必要であるとか<sup>22)</sup>、帥のモデルである Rees-Gunn model の central tenet を捨てる<sup>23)</sup> ことまで提案しています。その結果彼等はますます混迷の深みに沈んでいきました。しかし、「正しい解」に肉迫した人がいなかったわけではありません。高橋・柴田<sup>24)</sup> は、 $S_F$  の近傍で  $\Phi \propto \omega^{\delta}$ ,  $\delta \simeq -0.4$  を仮定し、 $S \geq S_F$  での加速を計算しました。しかし残念なことに、この加速が磁場構造にどう影響するか、TrF Eq に基づく議論がありませんでした。

## 6. 柴田晋平氏のコメント<sup>8)</sup>への回答

昨年のコリメーションに関する論争時<sup>4)</sup>に、柴田さんからコメントを戴いたのですが、時間的余裕がなくそのままになっていました。この機会に‘熟慮の結果’をお答えします。柴田さんのコメントは大変建設的で殆どの点で私の主張と合致します。ただ一点、「2. わずかなコメント」の最初の項、

「● 非相対論的な風と相対論的な風はしっかり区別しなければならない」という点について補足します。このコメントは重要で、しっかりと受け止めねばなりません。これを拡充すると、“境界条件としての‘動径的条件’ (スプリットモノポール) と‘現実的条件’が相対論的な風と非相対論的な風に及ぼす影響をしっかりと区別しなければならない”ということになります。

Bogovalov<sup>13)</sup>の結果を引用しつつ、柴田さんは「電気力と磁気力がバランスして磁力線が放射状の直線の解がある。このように、相対論的な場合は軸に沿ったコリメーションは自明でない。Bogovalov の計算は電気力の影響を良く表わしている。彼の計算 (Split monopole が使われている) では、コリメーションはほとんどなく、プラズマの加速・角運動量の持ち出しはほとんどない」と述べています。正にその通りだと思います。この記述を念頭において、以下私の回答を述べます。

まず‘動径的条件’ ( $1/R = 0$ ) の影響について考えます。非相対論的な風で桜井さんがこれを用いて計算すると磁力線がすべてコリメイトしました。漸近領域では、TrF Eq は  $\rho v_p^2/R \approx (1/c) j_{||} B_t$  に帰着しますので、コリメイトする ( $1/R > 0$ ) ということは、風域全体で  $j_{||} < 0$  を意味します。これに対し相対論的な風では、同じ‘動径的条件’を用いても、Bogovalov の計算結果によれば、風域全体で放射状に開く、つまり動径的 ( $1/R \approx 0$ ) であるようです。ということは、漸近領域で考えると上半球で  $e_e E_p \approx -(1/c) j_{||} B_t$  で、 $j_{||} < 0$  とすれば  $e_e < 0$  となります。これは昔懐かしい Michel のフォースフリー磁気圏に対するモノポールの厳密解<sup>25)</sup>を思い起させます。その解では上半球で  $e_e < 0$ ,  $j_{||} < 0$ , 下半球で  $e_e > 0$ ,  $j_{||} > 0$  となっています。

Bogovalov の相対論的な計算結果が桜井さんの非相対論的な結果と大きく違う理由は上記の柴田さんの説明の通りでしょう。(14a) 式を見て分かるように、相対論的項  $e_e E_p$  が  $(1/c) j_{||} B_t$  をほぼ相殺して  $1/R \approx 0$  とするからです。

桜井・Bogovalov 両者の計算で、スプリット・モノポールという‘動径的条件’は流れ出るプラズマ・磁場構造に決定的な影響を及ぼしたといえるでしょう。桜井さんの場合、磁力線・流線はすべてコリメイトしたわけですが、それは‘動径的条件’が最もコリメイトし易い条件で、従って‘special’であった。従ってこの結果を一般化はできない、というのが私の結論でした<sup>1), 25)</sup>。相対論的な場合、‘動径的条件’ ( $1/R = 0$ ) は風域全体にわたって、相対論的な電気力の効果が最も現れやすく、磁気力を相殺し、 $1/R \approx 0$  が保たれ、放射状の磁場構造が生じやすい条件になっているようです。その意味において同様に‘special’で、Bogovalov の結果は‘非動径的条件’の下での結果に一般化できないというのが私の理解です。

ここで興味深いことは、桜井・Bogovalov 両者はともに‘動径的条件’を用いているにもかかわらず、流れの構造・加速に大きな違いが生じているという点です。相対論的な場合、 $1/R = 0$  の条件がほぼそのまま風域に拡散して  $1/R \approx 0$  となるので、 $S_F \rightarrow 1$  で、加速域である漸近領域  $\sigma_F \geq \sigma \geq$  が無限遠の彼方に消滅して、星にブレーキをかける度合いが最も小さくなっています。従って、上記の柴田さんのコメントにあるように、「プラズマの加速・角運動量の持ち出しは殆どない」のです。これに対し、非相対論的な場合には、‘動径的条件’ ( $1/R = 0$ ) であっても、磁気力は殺されないので、コリメイトしていく、つまり  $1/R > 0$  となっていきます。桜井さんの  $S_F$  の位置をプロットした図を見ますと、 $S_F$  は漸近領域の最も内側にあるように見えます。電流線は外向きの面電流のある赤道面から立ち上がって、漸近領域で磁力線をクロスして中心天体に戻っています<sup>14)</sup>。従って、漸近領域全体で MHD 加速が起っています。

結局、非相対論・相対論を問わず、問題は‘動径的条件’ (スプリット・モノポール) の是非に帰着します。私の意見は‘動径的条件’は実際の天体の表面近傍の磁場に対する境界条件を記述でき

ないし、従ってその条件の下で得られた結果は現実の磁気圏・流れの構造には対応していないということです。

今回の私の主張は Bogovalov の成果を頭から否定するものではありません。‘動径的条件’の下では、非相対論の場合これまでに桜井さんによって全磁力線が‘コリメイトする’ことが示されていたのに対し、相対論的な風の場合は相対論的效果によって磁場構造は‘動径的’に留まることを示した点は面白いことです。このように、‘動径的条件’は非相対論・相対論のそれぞれの結果に劇的な相違を造り出すようです。従って、柴田さんの指摘のように、「しっかり区別しなければならない」のです。しかし物理的に正しい‘現実的条件’の下では、非相対論・相対論両方の結果は、一方から他方へ移る極限操作を行ったときに、相互に劇的な違いを示すのではなく、滑らかに移行すべきであると考えます。今回私が追求している磁気圏・風構造の場合、そうあるべきように、相対論・非相対論間で相互に矛盾なく移行するのです<sup>28), 29)</sup>。

## 7. まとめ

前回に引き続き、定常・軸対称という「或る特殊な仮定を置いた近似的な取扱い」の下で「模型的議論」<sup>30)</sup>を重ねてきました。得られた結論は、コリメーション・加速両問題はローレンツ力、あるいは電流線分布を通じて相互に不可分に結びついていて、両者一体で考えるべきだということです。遠心力風の磁気圏・風域の基本的な構造について得られた結果を要約しますと、以下ようになります。

曲率半径を用いて  $\text{TrF Eq}$  を表すことにより 2 階偏微分方程式を解かなくても、流れと磁場の大局的な構造を明らかにすることができました。そこでは、表面境界条件、臨界性条件、閉回路条件などの大局的条件が決定的な役割を演じています。その結果、非相対論・相対論を問わず、中心領域から無限遠まで、磁場は曲者 (twisted) 状態から直

物 (straightened) 状態に滑らかに変わっていきます。磁気圏構造に関しては、閉回路条件が風域での体積電流で満たされるべきだと考えますので、2成分構造となります<sup>1), 2), 26)~29)</sup>。

漸近領域を  $\omega_a^2 \leq \omega^2 \leq \infty$ ,  $\omega_a^2 \gg \omega_A^2$  と定義すれば、風が亜漸近領域から漸近領域へ滑らかに吹き抜けるためには、X型の臨界点の集合である  $S_F$  は  $\omega_F \approx \omega_a$ , すなわち、この二つの領域の境界付近になければなりません。このとき、プラズマの磁化度を表す Michel 指数  $\sigma = \alpha^2 \Phi / 4\pi\eta c^3$  は磁力線に沿って  $\omega$  の減少関数となります。そうすれば、漸近領域全体  $\sigma_F \geq \sigma \geq 0$  で継続的な MHD 加速が起こります。流れの固有値は  $S_F$  での臨界性条件により、その磁化度  $\sigma_F$  で与えられ、 $S_F$  の位置は  $(\partial\omega/\partial\sigma)_F$  に比例します。これから、 $\sigma$  一定ならば  $\omega_F \rightarrow \infty$  で、MHD 加速が起こる漸近領域は消滅します。TrF Eq は従来対数的コリメーションを証明することに用いられていましたが<sup>11), 14), 21), 22)</sup>、これは対数発散を避けるために用いられるべきです。これから分かるのは  $\omega/R \rightarrow 0$  です。この事実は慣性項が相対論的ローレンツ力にどんどん優位になっていく、従って星風のエネルギー配分は運動エネルギーが磁気エネルギーを圧倒するようになることを意味します。今回明らかにされた事実はかに星雲モデル・バルサー風理論間に存在していた不一致を原理的には解消するはず<sup>29)</sup>。

$\omega/R \approx 0$ ,  $\omega/R \rightarrow 0$  とでは、数学的には同じように見えますが、それらが物理的に意味するところは決定的に異なっています。これまで長い間 ‘誤った’ 解釈  $\omega/R \approx 0$  は陽の当たるところを不等に占拠して大きな日陰を造っていて、‘正しい解’  $\omega/R \rightarrow 0$  はその陰に隠されていたといえます。物理的に全く正反対の ‘正しい解’ が ‘誤った’ 解釈のすぐ裏側に、あまりにも密着して存在していたために、これまで発見されなかったといえるでしょう。

このように、定常・軸対称 MHD アウトフローに発生した停滞と混迷を打開するのに、TrF Eq を磁力線の曲率  $1/R = \partial\psi/\partial s$  で表現し、その物理的意

味を明らかにすることが最も有効であることが分りました。その結果に基づき “MHD 加速はできない” という負のパラダイムに代わって、“MHD 加速はできる” という ‘正のパラダイム’ が生まれました。しかし、どんな方法にもその有効性に限界があるように、この方法にも限界があります。この ‘正のパラダイム’ の下で ‘現実的条件’ に対して 2 階偏微分方程式を解く作業が残っています。このとき、宇宙のジェット現象を解明するのに動的な数値シミュレーションが有効であるように<sup>30)</sup>、バルサー磁気圏を吹き抜ける遠心力風についても、動的なシミュレーションによる解法も有効かもしれません。そのとき、この定常・軸対称という「或る特殊な仮定を置いた近似的な取扱い」による「模型的議論」の下で明らかにされた基本的な特性が多少は参考になるかもしれません。

最後に蛇足を一言。‘Boys, be ambitious!’ というのはクラーク博士の有名な言葉です。現代では、Boys を “Boys and girls” に置き換えべきですが、もし彼が現代に生きていたら更に続けて、“Old boys and girls as well, be ambitious!” といったでしょう。

## 謝 辞

この原稿及びそこに引用されている拙著論文の多くは、折戸学博士によって整備された IT 環境の下で生み出されたものです。ここで同博士に対し深甚なる感謝の念を表します。

## 参 考 文 献

- 1) 岡本功, 2000, 天文月報, 93, 3, 134
- 2) 岡本功, 2000, 天文月報, 93, 9, 556
- 3) 桜井隆, 2000, 天文月報, 93, 8, 447
- 4) 9月号特集号, 天文月報, 93, 9
- 5) Begelman M.C., Li Z.-Y., 1994, ApJ, 426, 269
- 6) Mestel L., 1999, Stellar Magnetism, Oxford University Press, Oxford, pp 618-620
- 7) Heyvaerts J., Norman C., 1989, ApJ, 347, 1055
- 8) 柴田晋平, 2000, 天文月報 9月号特集号, 93, 9, 540,
- 9) Blandford R.D., Payne D.G., 1982, MNRAS, 199, 883

- 10) Sakurai T., 1985, AA, 152, 121 Sakurai T., 1987, PASJ, 39, 821
- 11) Chiueh T., Li Z.-Y., Begelman M. C., 1991, ApJ, 377, 462
- 12) Lynden-Bell D., 2000, Phil. Trans. R. S., London A, 358, 635
- 13) Bogovalov S., 1998, Astronomy Letters, 24, 321
- 14) Bogovalov S., Tsinganos K., 1999, MNRAS, 305, 211
- 15) Weber E. J., Davis L., 1967, ApJ, 148, 217
- 16) Michel F. C., 1969, ApJ, 158, 727
- 17) Goldreich P., Julian W.H., 1970, ApJ, 160, 971
- 18) Kennel C. F., Fujimura F.S., Okamoto I., 1983, J. Geophys. Ap. Fluid Dyn. 26, 147
- 19) Rees M. J., Gunn J.E., 1974, MNRAS, 271, 621
- 20) Okamoto I., 1978, MNRAS, 185, 69
- 21) Tomimatsu A., 1994, PASJ, 46, 123
- 22) Chiueh T., Li Z.-Y., Begelman M. C., 1998, ApJ, 505, 835
- 23) Begelman M. C., 1998, ApJ, 493, 29
- 24) Takahashi M., Shibata S., 1998, PASJ, 50, 271
- 25) Michel F. C., 1973, ApJ, 180, L133
- 26) Okamoto I., 1999, MNRAS, 307, 253
- 27) Okamoto I., 2000, MNRAS, 318, 250
- 28) Okamoto I., 2001, MNRAS, 327, 55
- 29) Okamoto I., 2001, ApJL, submitted  
Okamoto I., 2001, MNRAS, to be submitted
- 30) 内田 豊, 2000, 天文月報 9月号特集号, 93, 9, 528,

### **Magnetohydrodynamic acceleration of outflows is possible!**

**Isao OKAMOTO**

*National Astronomical Observatory, OB*

**Abstract:** For years the field of MHD outflows has been governed by a kind of negative paradigm that MHD acceleration is implausible. It is argued that this negative paradigm as well as the hoop-stress paradigm has originated in the radial (split-monopolar) field structure model. We instead establish a new positive paradigm that MHD acceleration is possible, by showing that the fast magnetosonic surface be situated somewhere between the subasymptotic and asymptotic domains, and that working of the Lorentz force is ongoing in the whole of the latter domain as well as in the former. The ideal MHD process can thus produce sufficient acceleration of the Crab pulsar wind compatible with the Rees-Gunn model for the Crab nebula.