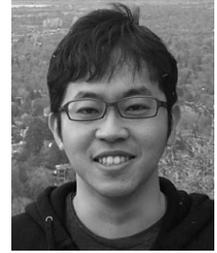


数値シミュレーションで探る 太陽対流層のダイナミクス

堀 田 英 之

〈High Altitude Observatory, National Center for Atmospheric Research,
3090 Center Green Drive, Boulder, Colorado 80301, USA / 日本学術振興会海外特別研究員〉
e-mail: hotta@ucar.edu



太陽対流層は乱流的な熱対流によって埋め尽くされている。太陽の回転により非等方になった熱対流は、角運動量運び、差動回転や子午面還流といった大規模な流れを生成・維持する。太陽内部の乱流構造はいかなる光を用いても見通すことができないためにこの大規模流れの維持機構を理解するためには乱流を分解した数値シミュレーションが必須である。本稿では、太陽対流層の最新のシミュレーション結果について紹介するとともに、その結果明らかになった太陽差動回転の特徴「表面勾配層」の維持機構について解説する。

1. 太陽の内部構造と差動回転

太陽はその中心部付近で核融合によりエネルギー ($3.84 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$) を生成しており、そのエネルギーは半径の7割までの放射層では光の放射によって、外側3割の対流層では熱対流によって運ばれている。この熱対流は太陽のサイズ（半径70万km）とその低い粘性によって、非常に乱流的になっている。そもそも熱対流は非等方な乱流であるが、これに太陽の回転が加わることで、さらに非等方性が増し、熱対流は角運動量運び、差動回転や子午面還流といった大規模な流れを生成する。日震学の恩恵により、太陽内部は地球も含めた全天体の中で最もその内部の大規模な流れが明らかになっている。図1はSDO (Solar Dynamics Observatory) 衛星によって見積もられた太陽内部の角速度 ($\Omega/(2\pi)$) の分布である。

よく知られているように赤道が極に比べて速く回転している。また、太陽内部ではいわゆるTaylor–Proudman (TP) の法則「回転する流体は回転軸方向に速度場が変化しない ($\partial \Omega / \partial z = 0$;

z は回転軸方向)」に従っていないことがわかる。もし、TPの法則に従っていれば、角速度の等高線は、回転軸に平行になるはずである。実はこれは日震学の発見の中で最も驚くべきものの一つだったのである。日震学が発展する1990年代より前は、太陽内部の角速度分布を知る手段はほとんどなかったために、研究者は太陽内部はTPの法則に従って回転しているだろうと仮定して、太

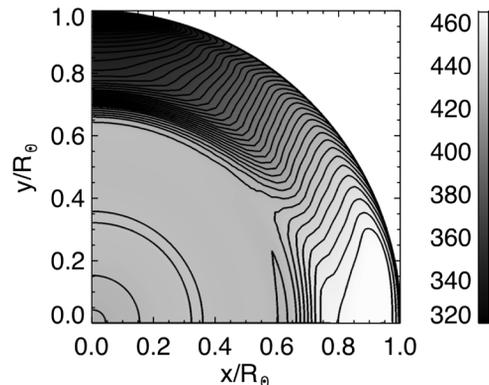


図1 SDO衛星のデータを用いた日震学によって、見積もられた太陽内部の角速度の分布。単位はnHz。データはHowe博士提供¹⁾。

陽内部のダイナミクスや磁場生成（ダイナモ）理論を組み立てていた。しかし、日震学の観測結果によって、すべてのモデルの再構築が要求されたのである。では具体的にどのようにTPの法則からずれているのか整理してみよう。まずは、対流層中部では角速度の等高線が回転軸と平行からやや傾いたようになっている。これを太陽研究者は（TPの法則が期待する円柱上の分布に対して）「円錐状の分布」と呼んでいる。また、対流層の底付近（ $r=0.7 R_{\odot}$ ； R_{\odot} は太陽半径）では、「タコクライン（tachocline）」と呼ばれる角速度の急な勾配層があることがわかる。これもTPの法則からの重要なずれである。最後に気づくのは「表面勾配層」である。対流層中部のTPの法則からのずれよりさらにずれた構造が見られており、表面から太陽深部に進むに従って角速度が大きくなっていることがわかる。のちに示すように、「円錐状の分布」と「タコクライン」については、理論的な示唆がすでにあり現在はそれを観測的に確かめようとしている段階である。しかし、「表面勾配層」は数値計算による実現が困難であった。「表面勾配層」が本稿のメインテーマである。

実は、表面勾配層のみ日震学の発展の前にその存在が示唆されていた。太陽の回転自体は、ガリレオ・ガリレイが1600年代初頭に黒点のスケッチを始めたことにより明らかになっていた。つまり、黒点の位置の時間変化を追うことで太陽の回転を明らかにしたのである。その後、1970年代になって、ドップラー効果を用いることによって、黒点以外の太陽のプラズマの自転速度を見積もることが可能になった。その速度を、それまでに黒点をトレーサーとして見積もられていた速度と比べてみると、黒点を用いた回転速度がわずかだが大きいことがわかったのである。太陽対流層のような状況下では、磁束とプラズマは同じ動きをする（磁力線凍結）のであるが、これは、黒点を形づくる磁場の束（磁束）の足下が太陽の表面よりやや深い場所にあり、そこが速く回転してい

るために、その結果が太陽表面に見えているという解釈がされており、その後の日震学の表面勾配層の発見の結果と調和的であった。このように、太陽内部の差動回転は長い歴史をもつ興味深い問題である。

2. 太陽内部差動回転がTaylor-Proudmanの法則に沿わない理由

太陽内部の差動回転はどうしてTPの法則に従っていないのだろうか？ それは、TPの法則で仮定していることが、太陽では実現されていないからであろう。その仮定とは「定常」「エントロピー勾配に起因する項はコリオリ力に比べて小さい」「運動方程式の移流項はコリオリ力に比べて無視できるほど小さい」ということである。この中で、定常の仮定は太陽の状況を見るとよいと考えられる。本稿では示さないがTPの法則は運動方程式のrotを取ることで簡単に証明できる³⁾。興味のある方は参照されたい。物理的な意味は図2を用いて説明することができる。例えば、初期に太陽のような円錐状の角速度の分布があったとする（図2a）。すると図2bのようなコリオリ力が誘起される。その結果、同じ向きに子午面還流が流れ、角運動量を運び、最終的に図2cのようなTP状態の角速度分布になる。どんなに効率的な角運動量輸送が働いて、図2aのような角速度分布を生成したとしても、子午面還流が速くなるだけで、最終的には図2cのようなTP状態になってしまうのである。つまり、太陽内部角速度分布のTPの法則からのずれを理解するためには、どの

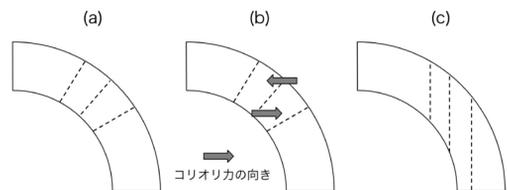


図2 コリオリ力のみを考えたときにTPの法則が成り立つ説明図。点線が角速度の等高線。矢印がコリオリ力の向きを表す。

ような力がコリオリ力と釣り合っているか知ることが必須なのである。これまでの理論的研究から、角速度の円錐状の分布やタコクラインは、エントロピーの緯度勾配によって維持されていると示唆されている³⁾⁻⁵⁾。極が赤道に比べて少し温度が高ければ浮力がコリオリ力と釣り合いこれらのTPの法則からずれた分布を再現できるとしている。この釣り合いを満足する温度差は極と赤道で10度。太陽の対流層の底の温度は約200万度であるので、この温度差を観測的に証明するのはいまだに困難なのである。

さて、未解決の表面勾配層ではどのような力がコリオリ力と釣り合っているのであろうか？ これまでの観測的研究からエントロピー勾配ではないであろうと考えられている。表面勾配層はまさに表面付近にある層で、ここでの10度程度の極と赤道の温度差は、観測によって捉えられるべきであるがそのような温度差はないのである⁶⁾。そうすると、TPの法則を証明するとき用いたもう一つの仮定「運動方程式の移流項はコリオリ力に比べて小さい」が間違っているということになる。一つのヒントは表面勾配層の特性にある。表面勾配層は熱対流の空間スケールと速度が急激に変化する領域である。熱対流の空間スケールは、圧力スケール長と同程度になるのであるが、それは温度に比例する。対流層の温度勾配はほぼ断熱温度勾配になっており、表面勾配層付近では、そもそも温度が低いためにその変化による圧力スケール長の変化が重要となる。また、スケール長が短いことにより密度、圧力も急激に小さくなる。対流層では熱対流のみがエネルギーを運ぶ。運ばなければいけないエネルギー（太陽放射）は決まっているので、これを小さい密度で運ぶために大きな熱対流速度が必要なのである。この効果により、表面付近で熱対流速度が急激に大きくなる。これらのことにより表面勾配層では、熱対流の時間スケールが急激に変わる。これはつまり、回転の熱対流に対する影響が大きく変わる層とい

うことである。対流層深部では、ゆっくりとした熱対流のため回転の影響を大きく受ける（地球という台風）が、表面勾配層では熱対流の時間スケールが小さいため、その影響をあまり受けない（地球というお風呂の栓）というわけである。回転の影響をあまり受けていない層では、当然、移流項がコリオリ力に比べて小さいという仮定は間違っていることがわかる。つまり、表面勾配層を理解するためには太陽表面付近にある小さくて、速い熱対流（乱流）をグローバルに理解することが求められる。数値計算でこれを行うには大量の空間グリッド、時間積分回数を要し、挑戦的な課題となる。つまり、これが今まで表面勾配層を実現できていない理由である。

3. 主な太陽対流層数値シミュレーションとその方法

3.1 数値シミュレーションの概要

本節では、実際にどのように数値シミュレーションを行うか説明する。日震学によって太陽内部の大規模な流れの様子はよくわかっていると先に述べたが、太陽の球対称な構造は太陽（恒星）標準モデルと日震学によって、さらによくわかっている。定常を仮定して、静水圧平衡（圧力勾配と重力が釣り合っている）とエネルギーのバランスの式を解くのである。核融合によるエネルギー生成や放射によるエネルギー輸送はその場の熱力学的量や組成がわかれば導くことが可能で、結果となる温度勾配も正確に得ることができる。対流層での熱対流によるエネルギー輸送の見積もりにはパラメーターを必要とする混合距離理論（mixing length theory）を用いる。この理論は自由パラメーター（混合距離）を含むなど、多少の不定性をもつが、そこから導かれる温度勾配は、断熱温度勾配とほんのわずかしが違わないので大勢には影響しない。このようにして得られた太陽の成層構造は日震学によって、その妥当性が確認されいて、0.01%ほどの誤差しかない程度までモデルが

洗練されている²⁾。太陽内部の熱対流の計算では、この成層をはじめに用意して、そこからの擾乱を数値的に解く。このとき熱対流が発生することにより、生じる密度や圧力の擾乱は太陽標準モデルで得られた背景場に対して、 10^{-6} 程度である。計算では、用意した背景場の中で流体の方程式を解くのであるが、対流層の底から太陽フラックスを放射として注入して、計算領域の上の境界から同量を抜く。対流層内部では放射が効果的でないので熱対流のない初期状態では、エネルギーを運ぶことができない。すると時間とともに温度勾配が大きくなっていくと、最終的には熱対流不安定な状態になり、対流層全体が熱対流で埋め尽くされるのである。

3.2 音速抑制法

太陽の熱対流を計算するうえで問題となるのが音速の速さである。対流層の底では、熱対流が50 m/sに対して、音速が200 km/sと4,000倍ほど速い。陽的な時間積分を用いる数値計算では、最も速い波動や流れが、空間グリッド幅を通り過ぎる時間より時間刻みを小さくしなければ計算が不安定になる (CFL条件)。つまり、熱対流に関連する現象に興味があるのに、音速で規定されるとても小さい時間刻みをとらなければいけないのである。これでは、積分回数が膨大になり科学的に意味のある計算は困難なので、よく使われている手法がアネラスティック (非弾性) 近似である。その近似では、音速を無限大と仮定してその伝播を解かない。すると時間刻みに対する音波の制約がとれて、大きな時間刻みをとれるようになるのだ。しかし、このアネラスティック近似にも問題が出てきた。一つは大規模な計算機 (スーパーコンピュータ) における計算時間スケールアップの問題である。アネラスティック近似では、音速を無限大と仮定しているために毎時間ステップすべての情報がすべてのCPUに伝わる。これによる通信の負荷が昨今の大規模計算機では問題になる。また、太陽の対流層計算でよく使われるASH

(Anelastic Spherical Harmonics) コードなどでは、球面調和関数を用いて計算を行っている。これはアネラスティック近似を用いているために生じる圧力の楕円型方程式を解くためである。しかし、フーリエ変換と違い、球面調和関数展開の一部であるルジャンドル陪関数展開には高速なものではなく、グリッド数が N 倍になると、負荷は N^2 倍になる。これも昨今の高解像度計算には不利な点となっている。最後に挙げられるアネラスティック近似の欠点は、近似の限界である。アネラスティック近似では、音速を無限大と仮定しているために、音速と熱対流速度が離れていることが要求される。対流層深部ではこの近似は良いのだが、表面近くになると音速が下がり、熱対流速度が上がるので近似が悪くなってしまふ。一般的には、太陽半径に対して98%のところまでが良い近似だとされている。しかし、表面勾配層を作るような小さいスケールの熱対流は、さらに表面近くの層で生成されるので、アネラスティック近似では取り扱い困難なのである。

そこで筆者が採用したのが「音速抑制法」である。音速抑制法では、連続の式を下記のように変える。

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = -\frac{1}{\xi^2} \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}) \quad (1)$$

ここで、 ρ_0 , ρ_1 はそれぞれ密度の背景成分と擾乱成分、 \mathbf{v} は流体の速度である。こうすることで、実効的な音速は $1/\xi$ となり、その分、CFL条件による時間刻みへの制限も緩くなる。この音速抑制法が熱対流の問題について適用可能なことは過去のわれわれのグループの論文で確かめてある⁷⁾。基本的に音波とは、圧力の緩和機構として熱対流に働いており、熱対流よりもある程度速ければ、熱対流の性質に影響を及ぼさないのである。この方法を用いれば、大規模計算機においても通信の負荷を減らすことができるうえに、非並列プログラムであっても負荷が少ない。また、非一様など

を用いても良いことがわかっており、アネラスティック近似では取り扱い不可能だった太陽表面付近の層も連続的に調査可能である。つまり、対流層底部では大きな ν を用いて音速を大きく抑制し、表面付近では小さな ν 、もしくは1を用いれば、物理を損なうことなく取り扱えるのである。

3.3 計算結果

これまでに説明した方法を用いて、熱対流層球殻の高解像度数値計算を行った。特筆すべき点は、これまで太陽半径の98%まで解いていたところを99%まで解いたことである。この差は一見小さいように見えるが、98%の位置での圧力スケール長が4,400 kmなのに対して、99%の位置では1,900 kmと半分以下になり、また、密度は5分の1程度になっている。これらから、取り扱っている熱対流の性質も劇的に変わっている。また、数値的な粘性を下げるために太陽光球シミュレーションなどで使われている人工粘性を採用している⁸⁾。格子点を多くしたことに加えて、この人工粘性を採用したことで、過去の研究に比べて実効的な解像度を上げることに成功している。

図3は、計算した結果の動径方向速度(v_r)を表している。それぞれ、図3a, bは $r=0.95 R_\odot$ と $r=0.8 R_\odot$ の位置を表している。表面近い位置では、ほぼ等方に小スケールの熱対流セルが敷き詰められている(図3a)。しかし、対流層の中部では、南北に延びた対流セルが見られる。これは回転の影響によるいわゆるバナナセルと呼ばれる対流セルである。これはプラズマのサイクロトロン運動のアナロジーで理解できる。ローレンツ力は、 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ (\mathbf{v} , \mathbf{B} はそれぞれ、プラズマの速度、磁場を表す)に比例する力で、プラズマは磁場の周りを回転する。回転流体では、コリオリ力は $\mathbf{v} \times \boldsymbol{\Omega}$ に比例する力なので、流体要素は回転軸の周りに回転する。それが表面に見えた姿がバナナセルである。これらの図から、表面勾配層実現に必要なと思われる、太陽深部の回転の影響を大きく受ける層と、表面付近の回転の影響をあまり受けな

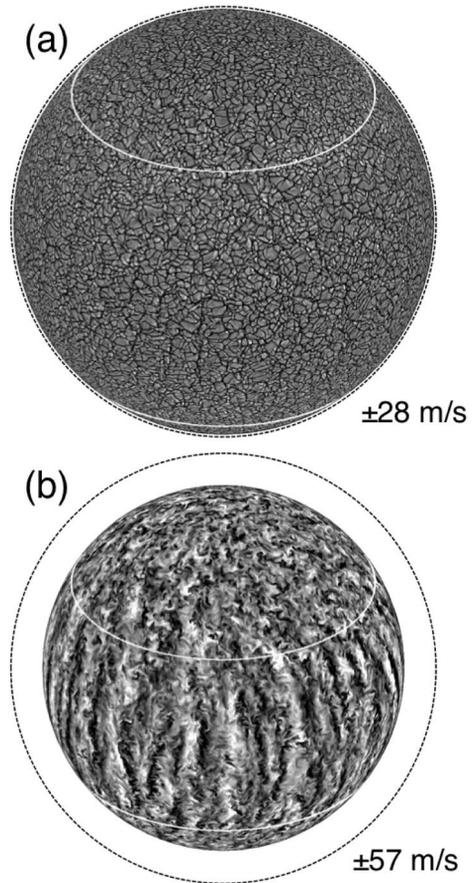


図3 数値計算結果. (a) $r=0.95 R_\odot$ と (b) $r=0.85 R_\odot$ での動径方向速度の分布. 白線は、対流層の底の赤道位置から回転軸方向に延ばした円柱の横断線 (tangential cylinder).

い層を同時に再現できたことがわかる。

図4が達成された角速度分布である。特に高緯度領域で、表面勾配層が達成されていることがわかる。本研究では表面勾配増に注目しており、エントロピーの緯度勾配を作る機構が取り入れられていないので、対流層の内部ではTPの法則に従った角速度分布になっている。図5を見ると表面付近では、極向きの子午面還流も達成されており、これも観測と調和的である。

さて、このように計算によって、部分的にはあるが表面勾配層やそれに伴う極向き子午面還流を再現できた。ここから、再現された乱流と平均

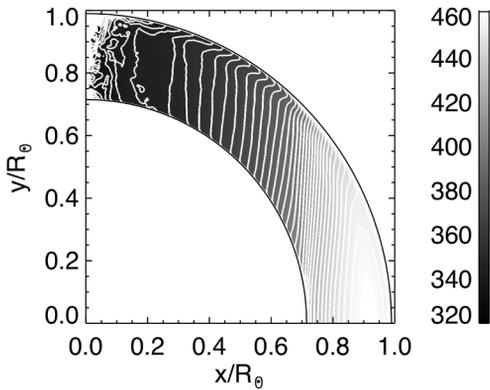


図4 数値計算によって得られた太陽の角速度分布. 特に高緯度で表面勾配層を実現することに成功している. 単位は, nHzである.

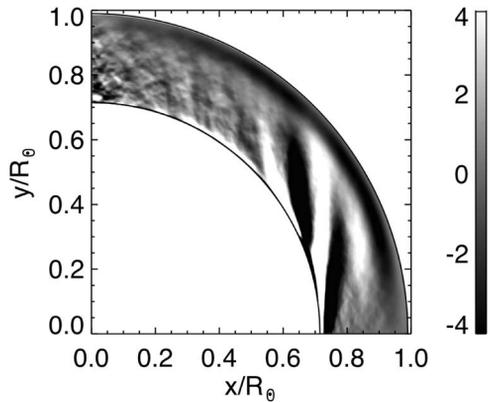


図5 数値計算によって得られた太陽の子午面還流の分布. 緯度方向の質量流束 $\rho_0 \langle v_\theta \rangle$ の分布. 表面付近に極方向の流れが生成されているのがわかる. 単位は g cm^{-2} である.

場を解析することによって, その維持機構を解明する. しかし, ただとっかかりもなく乱流を見ても維持機構をつかめないのが, 解析方法を簡単に説明する. 乱流の効果を定量化するためにはレイノルズ応力 (Reynolds stress) という考え方が有用である. まず, 流体の運動方程式を準備する.

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v} \mathbf{v}) + [\dots] \quad (2)$$

ここで, ρ_0 は, 定常は背景密度場を表す. 速度場

$\mathbf{v} = \langle \mathbf{v} \rangle + \mathbf{v}'$ を平均場成分 $\langle \mathbf{v} \rangle$ と乱流場成分 \mathbf{v}' に分ける. 実際の解析では平均場として経度方向の平均としている. これを元の運動方程式に代入し, 式全体の平均を取る. すると平均運動量の時間発展の方程式が得られる.

$$\rho_0 \frac{\partial \langle \mathbf{v} \rangle}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_0 \langle \mathbf{v} \rangle \langle \mathbf{v} \rangle) - \nabla \cdot (\rho_0 \langle \mathbf{v}' \mathbf{v}' \rangle) + [\dots] \quad (3)$$

右辺の第1項は, 平均場によって平均的な運動量が運ばれる項, 第2項は乱流場によって運ばれる項である. 項の形を見てわかるように, 乱流場に相関 $\langle \mathbf{v}' \mathbf{v}' \rangle$ があると運動量を運ぶことができる. 実際の解析は複雑になるので本論文⁹⁾に譲るが, 明らかになった維持機構について簡単に説明する. まずコリオリ力によって, 表面付近で負の相関 $\langle \mathbf{v}'_r \mathbf{v}'_\phi \rangle$ が生成される. これが, 角運動量を動径方向内向きに運ぶ. この効果により, 表面付近で極向きの子午面還流が流れる. これは, 表面で減っていく角運動量とバランスするために, 角運動量を多くもっている赤道領域から平均的に角運動量を運ぶという機構である. また, このとき子午面還流は動径方向にその速さを増す分布になっている. 次に子午面上の力のバランスについて考える. これは, 子午面内での速度の相関 $\langle \mathbf{v}'_r \mathbf{v}'_\theta \rangle$ を見るとわかる. 解析結果では, 対流層深部ではコリオリ力により負の $\langle \mathbf{v}'_r \mathbf{v}'_\theta \rangle$ 生成される. しかし, 表面付近では回転の影響が少ないので, 子午面還流の勾配によって, 乱流の相関が生成される. 今回の計算では, 極向きの子午面還流が動径方向に速さを増しているため, 正の相関 $\langle \mathbf{v}'_r \mathbf{v}'_\theta \rangle$ が生成される. この動径方向の負から正への相関の変化によって, 表面勾配層の底では極方向の慣性力, 表面勾配層の上部では赤道方向の慣性力が働く. これがTPの法則からのずれによって働くコリオリ力と釣り合い, 表面勾配層を維持している. このように表面勾配層は乱流と平均場の複雑な相互作用によって, 維持されていた

のである。

4. 今後の展開

音速抑制法によって高解像度化が可能になり、表面付近の小スケールが取り入れられるようになった。これは、磁場を導入したときに最もインパクトがある。磁場の誘導方程式の形を見てわかるように、磁場というのは速度場の勾配によって生成される。このとき、磁場生成の効率は小スケールのほうがよく、実際に解像度を上げ、小スケールを取り入れた計算では磁場生成の効率が劇的に変わっている¹⁰⁾。太陽の最も重要な問題の一つに「太陽活動11年周期の問題」がある。これは、太陽表面の強磁場領域である黒点の面積が11年の周期で変動するという未解決の問題であるが、これは磁場がどのように生成・輸送されるかというのを理解しなければいけない。筆者らの取り組みによって可能になった高解像度化でより現実に近い磁場生成を達成し、太陽周期の問題解決へ貢献しうるだろうと期待している。

謝 辞

本稿の科学的内容は、筆者の博士論文をもとにしたものである。指導して下さった東京大学の横山央明准教授に感謝したい。横山准教授には、本稿についても貴重な意見をいただいた。また、共同研究者として辛抱強く指導して下さったHigh Altitude ObservatoryのMatthias Rempel博士にも感謝したい。本研究は、文部科学省HPCIプログラム分野5「物質と宇宙の起源と構造」および計算基礎科学連携拠点の下で実施したもので、本成果は理化学研究所のスーパーコンピューター「京」を利用して得られたものである（課題番号：

hp130026, hp140212)。また、この研究は特別研究員奨励費11J04531の補助を受けて行われたものである。

参考文献

- 1) Howe R., et al., 2011, Journal of Physics Conference Series 271, 012061
- 2) Basu S., et al., 1997, MNRAS 292, 243
- 3) Rempel M., 2005, ApJ 622, 1320
- 4) Miesch M., et al., 2006, ApJ 641, 618
- 5) Brun S., et al., 2011, ApJ 742, 79
- 6) Rast M., et al., 2008, ApJ 673, 1209
- 7) Hotta H., et al., 2012, A&A 539, A30
- 8) Rempel M., et al., 2009, ApJ 691, 640
- 9) 堀田英之, 博士論文, 2014, 東京大学大学院
- 10) Rempel M., 2014, ApJ 789, 132

Investigation on Solar Convection Zone Using Numerical Simulation

Hideyuki HOTTA

High Altitude Observatory, National Center for Atmospheric Research, 3090 Center Green Drive, Boulder, Colorado 80301, USA

Abstract: The solar convection zone is filled with turbulent thermal convection. Due to the solar rotation, the thermal convection is anisotropic and transports the angular momentum. This effect generates global mean flows, such as the differential rotation and the meridional flow. Since we cannot observe the turbulence in the solar convection zone, numerical calculations which resolves the turbulence is required to understand the maintenance mechanism of the global mean flows. In this paper, the latest result of numerical calculation is introduced and the maintenance mechanism of the near surface shear layer is explained.