

土星の質量算出

慶應義塾高等学校

高3 蓮井 康宏・吉澤 剛・児島 崇

目的

土星の衛星の公転周期からその質量を求める。

方法

天体の質量を求めるには、ケプラーの第3法則（発展形）を使う。その天体の周りを回転する天体の軌道半径と公転周期を求めることで、中心天体の質量を導くことができる。

1. まず既に撮られた画像を利用して木星の質量を求めた。木星国際共同観測会

“Jupiter Project”のホームページには、木星と衛星の位置がわかるたくさんの画像がデータベース化されている。ここから得られた木星の画像を解析し、木星の中心から4つのガリレオ衛星までのそれぞれの距離を求めた。衛星は円運動をしているが、地球から見ると単振動をしているように見える。Jupiter Projectの画像の中には違う望遠鏡で撮影されているものがあるので、画像ごとに1pixelの距離が異なる。そこで木星の直径を1として、その何倍の離れているかを測り、それを衛星の木星からの距離とした。このデータを、横軸に時間、縦軸に木星の直径を1とする木星の中心から衛星までの距離をとったグラフにしたら、衛星の動きはサインカーブを描くのである。作成したそれぞれの衛星の動きに、もっともフィットするサインカーブを求め、このサインカーブを描くための要素から衛星の公転周期と軌道半径を求めた。そしてこの値をケプラーの第3法則（発展形）の式に代入し、木星の質量を求めた。

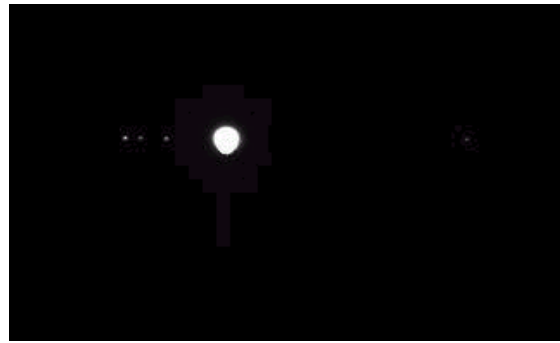


図1 Jupiter Project2003の画像

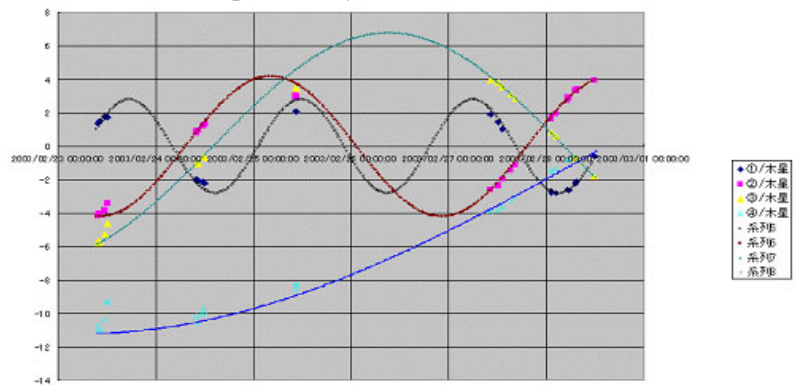


図2 木星の衛星のグラフ

2. 次に、実際に自分達で観測をした画像から天体の質量を求めた。観測時期などの条件から土星とその衛星タイタンを観測対象とした。観測に際しては本校のインターネット天文台を利用し、9日間の観測で31枚の画像を得た。

慶應高校インターネット天文台は経緯台のため、画像ごとに画像の傾きが違う。衛星の動きを平面で表すために土星が全て同じ方向を向くように土星の環を基準にして画像を回転させた。さらに、タイタンの公転軌道は地球から見て真横ではないので、土星の中心を通る、輪に対する垂線をひき、その垂線までの距離をタイタンの土星からの距離とした。

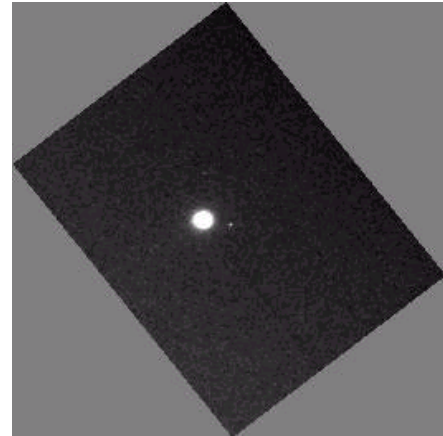
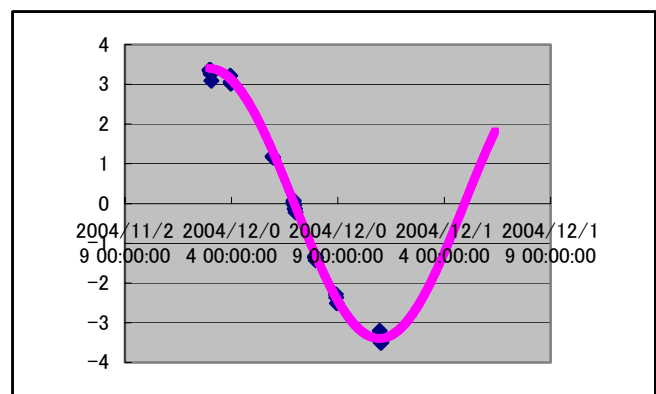


図3 撮影した土星の画像

それらを木星の時と同じようにグラフ化し、タイタンの公転周期と軌道半径求めた。そしてこの値を再び前述の式に代入し、土星の質量を求めた。

結果

ケプラーの第3法則は周回する天体にかかる中心天体との万有引力と回転による遠心力がつり合うと考えることで証明ができる。この式を回転中心天体の質量Mについてまとめると、 $M = \frac{4\pi^2 a^3}{p^2 G}$ と表すことができる。



求めた木星と土星の衛星の公転周期と軌道半径をこの式に代入してそれぞれの質量を求めた。木星は4つの衛星についてそれぞれ木星の質量を求め、対数平均を用いて値を求めた。

その結果、木星の質量は $3.48 \times 10^{27} \text{kg}$ ，土星の質量は $5.6 \times 10^{26} \text{kg}$ と求めた。
(理科年表による値は木星の質量： $1.9794 \times 10^{27} \text{kg}$ ，土星の質量： $5.688 \times 10^{26} \text{kg}$)

考察

今回、求めるにあたって遠心力と万有引力の式を用いた。遠心力の式においてひとつ疑問に思ったのは、回転する物体の軌道が円軌道となっている事である。地球と太陽との距離が常に一定でない（つまり地球は楕円軌道を描く）のと同じ様に、タイタンも木星の衛星も真円軌道を描いていないはずである。これによって、遠心力・公転距離に差が現れてしまったのではないだろうか。グラフの誤差については、惑星の中心から衛星までの距離が目視に頼った手作業であるので、誤差が現れたと考えられる。しかし、それにしても木星と土星のどちらもなかなかの数値を出すことができた。特に土星はほとんど文献値と同じ数値を出すことができて良かった。