

小惑星の軌道半径・公転周期を求める

慶應義塾高等学校

小西 励 (高3)

概要

太陽系の中に多数存在している小惑星。その小惑星の中でも特に明るく、撮影日の時間帯にあって Juno を観測した。観測を 2 回行うことで小惑星の動きがわかるので、その動きを利用して軌道半径と公転周期を求めた。

観測

使用した機器：タカハシ社製 FS-152 望遠鏡、

ST-9XECCD カメラ

場所：慶應義塾高校屋上

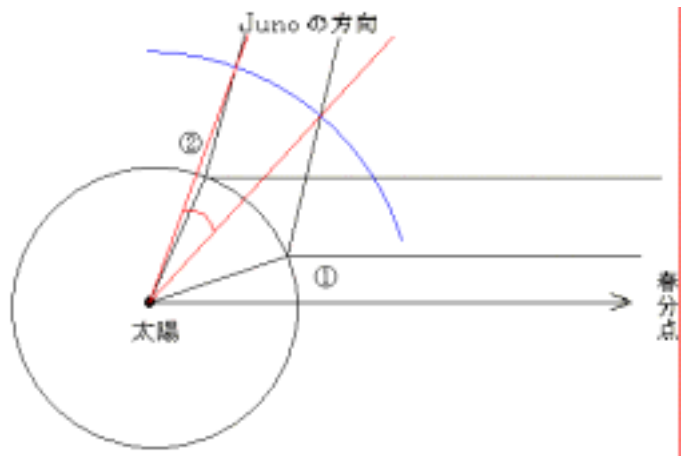
観測日： 2005 年 10 月 13 日 0:38

2005 年 11 月 24 日 20:24

軌道半径と公転周期の求め方

小惑星は公転しているため、1 回目と 2 回目の観測の間にも動いている。その動いた角度を求めることができれば、公転周期が求まる。公転周期が求まるとケプラーの第 3 法則により、軌道半径も求めることができる。しかし地球も小惑星と同じく公転しているため、この動きを考慮して計算する必要がある。

地球の半径を 1A.U.として、2 回の観測の間に公転した角度を求める。具体的には下の図の青い線のようにある距離の同心円を描く。この距離を Juno の軌道半径と仮定すると、その線と Juno の方向の交点に Juno がいることになる。そこで 2 つの交点の間の角度、つまり 2 本の赤い線の間の角度を求めることになる。この作業で異なる距離の場合の角度を複数求める。すると、軌道半径と ~ の間に Juno が公転した角度の関係式を表すことができる。



次に求めた関係式から公転周期を求める。公転周期が求まると、ケプラーの第 3 法則の軌道半径の 3 乗が公転周期の 2 乗に等しいということから、軌道半径も求まる。今回の観測では解析を簡単にするため、地球と Juno の軌道を完全な円であるとした。

解析

撮影した画像からそれぞれ小惑星の赤経・赤緯を求める。赤経・赤緯を求めるのには“ Aladin Sky Atlas ” を利用させて頂いた。

赤経

赤緯

10/13 0:38 05h25m52.75s +05° 34'04.8"

11/24 20:24 05h25m27.36s -01° 08'17.5"

この赤経・赤緯を黄経・黄緯に変換する。この変換には

<http://web.kyoto-inet.or.jp/org/my-art/library/calssmpl/clcord.html> を利用させて頂いた。

すると下のようになる。

		黄 経	黄 緯
10/13	0:38	05h24m02.2s	- 17 ° 04'08.4"
11/24	20:24	05h23m55.5s	- 23 ° 44'08

また、次に地球の日心黄道座標を求める。

		黄 経	黄 緯
10/13	0:38	19 ° 24'46"	00 ° 00'04"
11/24	20:24	62 ° 16'49"	00 ° 00'04"

これらを利用して先の図のように作図すると、右の表のような距離と角度の表ができる。
この表から軌道半径と公転周期を求める。右の表を式にすると下の式になる。

$$y = 80.714a^2 - 252.79a + 213.76$$

この式は軌道半径 a (A.U.) と 2 回の観測の間に公転した角度の関係式である。この y は 2 回の観測の間に移動した角度の値なので下のように変形して公転周期 P (年)にする。また、1 年を 365.2422 日とし、2 回の観測の間に 42.82 日経っているとする。

ジュノーの位置 (A.U.)	角度 (°)
1.0	43.0
1.1	31.6
1.2	26.0
1.3	21.8
1.4	19.0
1.5	17.0
1.6	15.0

$$P = \frac{360 \times 42.82}{365.2422 \times y} = \frac{360 \times 42.82}{365.2422 \times (80.714a^2 - 252.79a + 213.76)}$$

この式をケプラーの第 3 法則に代入して解く。

$$P^2 = a^3$$

この式を解くと

a 0.60、0.98、1.74

という解が出た。この値で、小惑星は火星と木星の間に位置しているということから、もっとも適した値である 1.74 を使うことにする。

この解析より求めた Juno の軌道半径 a=1.74 (A.U.) を用いると、ケプラーの第 3 法則より公転周期が約 2.30 年になった。

結果と考察

観測して求めた値は軌道半径が 1.74A.U.で公転周期が 2.30 年になった。しかし、実際の値は軌道長半径が 2.668 A.U.で公転周期は 4.36 年となっている。

誤差が出た理由は、今回計算をする上で地球と Juno の軌道を完全な円としていたことが考えられる。実際には Juno は非常につぶれた楕円をしているため、Juno が地球に最も近づいた時に、1.98A.U.までになる。そこで、観測した時の Juno の位置をステラナビゲータを使って調べてみると、10/13 0:38 のときに 1.977A.U.で 11/24 20:24 のときには 1.988A.U.であった。このことから、誤差は非常に小さいものであると考えることができる。

参考文献

Aladin Sky Atlas

<http://aladin.u-strasbg.fr/aladin.gml>

座標系の変換

<http://web.kyoto-inet.or.jp/org/my-art/library/calssmpl/clcord.html>