

圭表による南中高度の観測から地球の公転軌道の離心率を求める

谷元 琴音 (中2) 竹村 典晃, 渡村 友哉, 市岡 里菜 (中3)
安慶名 琉, 中村 真慧, 荒川 愛莉, 小松 眞歩, 日下部 咲希 (中1) 【長野県塩尻市立丘中学校】

1. 概要

圭表^{*1}^{*2}を使って2年間に観測してきた南中高度の値を、「地球が円軌道を描き、一定の速度で太陽の周りを公転している」と仮定したモデルの計算値と比較して、離心率を求めた。

2. 圭表の観測から気づいたこと

観測結果から南中高度の変化のグラフを手描きで作った時、冬至の前後で対称から少し外れていることに気づいた。そこで1年間の結果について冬至の日のところをグラフ用紙を折り返してみたところ、冬至をはさんで秋側と春側で値は小さいが明瞭な差があった(図1)ことから、対称からの外れの原因を探ることにした。

3. 南中高度の変化のモデルを作る

これまで南中高度の観測をして均時差の原因を調べる中で、地球は離心円を描いて公転しているのではないかと考え、均時差を説明するための離心率の値として0.031を得た^{*1}。それと同様に、次のようなモデルを考えた。

モデル：「地球の公転軌道は離心円であり、公転速度は一定」

これを表現するために、次の2つの式を考えた。

(1) 冬至の日数から、太陽の赤道との離角 (a) を求める式

まず、離心率を考慮しない場合を考える。
春分からの日数を角度で表したものをbとすると、
図2より、天の北極と太陽の離角 a は、
$$a = \cos^{-1}(\sin b * \cos(90^\circ + 23.44^\circ)) \dots [1]$$

で求めることができる。南中高度 H は、
$$H = 180^\circ - \text{観測値の緯度} - a$$
 で求められる。

(2) 離心円の場合の、冬至から観測までの太陽を中心とした角

(b) を求める式

離心率を e
近日点からの日数を角度で表したものを θ
冬至から近日点通過日までの日数を角度で表したものを θ_p
として、次の式で求められる。
$$b = 90^\circ - \tan^{-1}(\sin \theta / (\cos \theta - e)) - \tan^{-1}(\sin \theta_p / (\cos \theta_p - e))$$

この値を式[1]に代入して、南中高度を計算する。

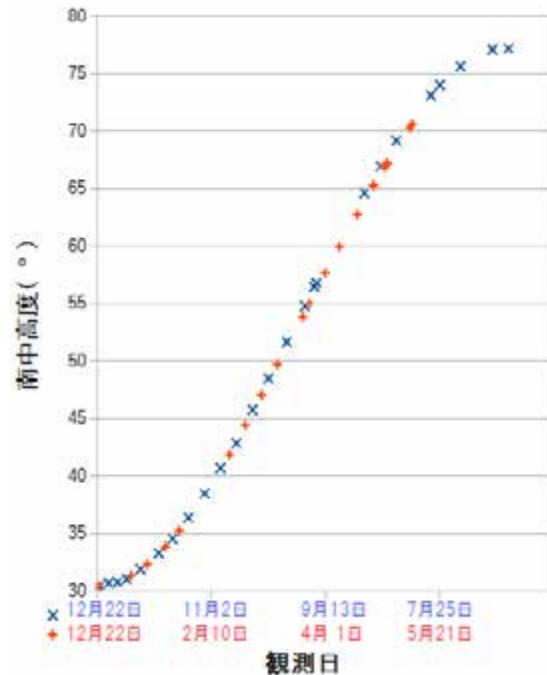


図1 太陽の南中高度の測定値を冬至で折り返すと

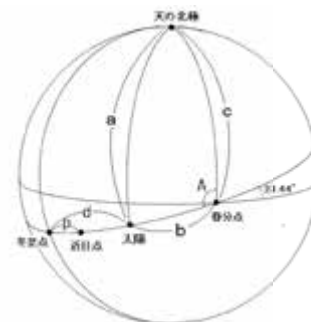


図2 天球と太陽の位置



図3 軌道が離心円だと考えた場合

4. モデルと観測結果の比較

様々な離心率を仮定して計算を行い、その結果を圭表によって得られた南中高度の観測値と比較した。計算における基準は2015年の冬至（12月22日）とした。

(1) 離心率(e)=0（太陽が地球軌道の中心にある）場合との比較

曲線は、式(1)のみの結果。

$e=0.0000$ 太陽が地球軌道の中心にある、とした場合である。観測結果は全体的に曲線から外れているだけでなく、その外れ方も冬至の前後で「非対称」になっている。

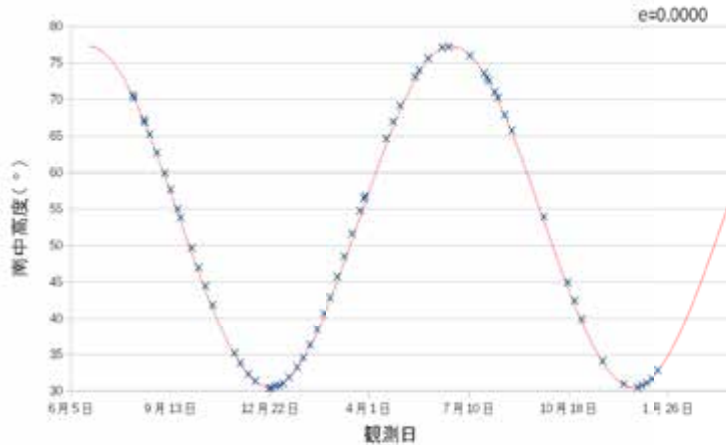


図4 太陽は地球軌道の中心にあるとした場合

(2) 離心率を求める

均時差から求めた $e=0.031$ という値^{*1}を出発点に、観測結果に最も近い離心率を、最小二乗法（反復法）で求めた。これまでの63回の観測から求めた値は $e=0.0337$ である。等速円運動とした場合の離心率は、公転速度まで考慮に入れた場合（ケプラーの法則）の2倍と考えられる^{*3}ので、理科年表の値0.0167を2倍すると $e=0.0334$ となる。圭表の観測から、これに近い値を得ることができた。

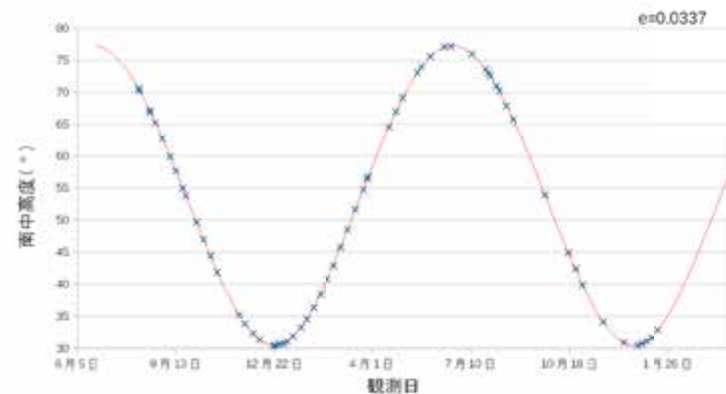


図5 計算値と観測値が最もよく合う離心率($e=0.0337$)

5. 歴史的な観測や暦と離心率

元の授時暦(1281年)がつくられた頃は、近日点が冬至とほぼ一致していた。渋川春海は「冬至と近日点のずれ」も考慮に入れて精巧な暦（貞享暦, 1685年）を作った^{*2}。貞享暦から計算される離心率 $e=0.03546$ は、アルmagestや授時暦($e=0.0413$)などに比べ、理科年表の値（の2倍）にかなり近い^{*3}。渋川春海が用いた圭表の大きさは丘中学校科学部のものとほぼ同じであり、南中時刻の観測結果を3次関数にフィットさせて冬至の日を求めている。このことから渋川春海は、観測により冬至前後の「非対称」には気づいていた、と考えられる。以上から、私たちが見つけた「冬至の前後で対称ではない南中高度の観測結果」の原因は、「冬至と近日点のずれ(15日)」だったと結論してよさそうだ。

6. 参考文献

- 1) 第17回ジュニアセッション「日周運動を利用して太陽の視直径の変化を調べる～小型望遠鏡と自作の圭表による観測～」，丘中学校科学部（2015）
- 2) 天文学史教材としての天体観測儀器3DCG復元「国産歴古観測機器」柳沢洋文 他（2011）
- 3) 『アルmagest』と授時暦，ザ・ランスのウェブサイト
http://www.asahi-net.or.jp/~jc1y-ishr/Almagest/Joukyoureki_NikkouEishuku.html