

z 項 の 謎

若 生 康 二 郎*

§ 1. 木村 栄

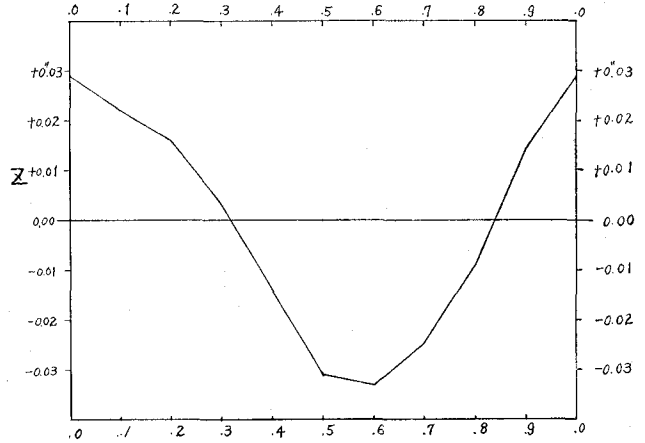
ソビエトが月の裏側の凹孔に命名したなかに、小惑星の族の発見者平山清次 (1879~1943) とともに z 項の木村栄 (1870~1943) の名がある。天文用語対照辞典には z 項のほかにも木村項・非極変化項・局地 z 項などが記載されている。このように有名な木村の z 項であるが、その発見 (1902) から 70 年たった現在でも確たる説明ができるかという点、何とも歯切れの悪いものがあった。木村は国際緯度観測 (ILS) の結果ばかりでなく独立な観測所にも、極運動による成分以外に全観測所に共通な一年周期の変化をみつけ、極運動座標 (X, Y) を (1) 式で解くのを止め、(2) 式のようにこの共通項を z とおいて計算することを提唱した。

$$\Delta\varphi = X \cos \lambda + Y \sin \lambda \quad (1)$$

$$\Delta\varphi = X \cos \lambda + Y \sin \lambda + z \quad (2)$$

この新しい定数項を加えて X, Y を解くことは、今考えると大変簡単に認められてしまい、それ以後の計算はすべて z を加えて解くようになった。この一年周期の、経度に関係ない原因は、発見者の木村はいうまでもなく多くの人達によって研究された。いわく地球の重心が南北に一年周期で振動する、いわく風向・風速と関係する、いわく天文屈折、いわく星表の系統誤差である等々。しかしどの説明も量的に不十分であったり、独立な証明がなかったりして z 項を説明することはできなかった。緯度観測の結果は、最終報告 (1~9) 巻と各年毎の年報が発表されているが、その中の z 項の処理表現が一貫していないこともあって、z 項の振幅や位相が違い、ついには年周 z 項の存在が疑われてしまった。そして 1949 年からは、それまで使われていた赤緯誤差の連鎖法修正を止めてしまったので、その後の z 項には星表誤差が含まれてしまうようになった。1949 年を境にして z 項ははっきりと内容が変化してしまったのである。

しかし国際極運動事業の開始、地球自転論の発展、子午環観測の蓄積などによって、この模倣とした z 項もようやく明らかとなり、z 項はやはり極運動計算に不可欠であるばかりでなく、地球の自転理論に対する天文学的



第 1 図 木村が z 項を発見したときの図。

(A.N. 3783, 1902 年より)

縦軸が z の値で横軸が 1 年の中の時間。

検証を与えてくれる重要なものであることが分ってきた。

§ 2. 年周 z 項

第 1 図は最初の論文にある z 項である。木村はこの図から、振幅の最大・最小になるのは冬至と夏至 (太陽黄経 270°, 90°) であって、春分・秋分には零になっていることを注意している。振幅は 0.03 で半年以下の周期は殆んどない。最初の論文で、木村はすでに年周 z 項の原因が気象的なものでなく、太陽の黄経に依存していることを暗示していたのである。しかし木村は z 項の原因についてその後何も発表していない。木村が ILS 中央局長であった (1922.7~1935.0) 期間の結果を第 8 巻 (1940) に発表している。そこでは $z = 0.019 \sin(2 \odot - \alpha + 3^\circ)$ と与えているだけで (2 ⊙ - α) の意味は何も書

第 1 表 ILS 観測プログラムの一部 (1955 以降, 1 晩 3 星群用)

太陽黄経	平均時		22 ^h	0 ^h	2 ^h
	α		e	i	m
	月				
180°	9	月	330°	0°	30°
210	10	月	0	30	60
240	11	月	30	60	90
270	12	月	60	90	120

* 緯度観測所

Y. Wako: Kimura's z Term

いていない。⊙ は太陽の黄経、 α は観測星の赤経である。(2⊙- α) 項は見かけは半年周期であるが、ILS の観測プログラムで考えると年周変化になる。第1表は現在使われているプログラムの一部であって、 e は夜、 i は夜半、 m は朝の観測を示す略号で、赤経は角度に直してある。

プログラムを縦に見ると、太陽黄経は一ヶ月に 30° (2⊙ は 60°) 進み、赤経は 30° 進むから (2⊙- α) はひと月に 30° ずつ進むことになり、結局年周変化になるのである。

これより先に、もし視位置計算に使われている半年周期章動項の係数が誤差をもつならば、(2⊙- α) となって年周 z 項の中に含まれることをビスケ (1907) が示している。しかし (2⊙- α) 項が年周 z 項の中に含まれているかどうか、それを分離する方法はとなると 1955 年以前の 1 晩 2 群観測の z からは決定不可能である。このことは木村自身熟知しており、1938 年の IAU 総会に今後 ILS の観測プログラム変更の時がきたら、ぜひ 3 群観測にすべきであることを提案した。スペンサー・ジョーンズはその提案を可としたが、1 年や 2 年の観測から (2⊙- α) 項を分離することは観測誤差から考えて無理であろうと批判している。木村の 3 群観測の意義はいつしか忘れられてしまい、1955 年のプログラム変更の理由には、(2⊙- α) 項分離のことはなく年周変化 (⊙- α) 項の研究が表面にでていた。最初の 3 群観測は 1966 年に終り、現在は別の選択星による 3 群観測が続けられている。年周 z 項の解析をするのに十分な 12 年間の材料が得られたので、それを用いて z 項の形を決定し分離してみる。

§ 3. 年周 z 項の形

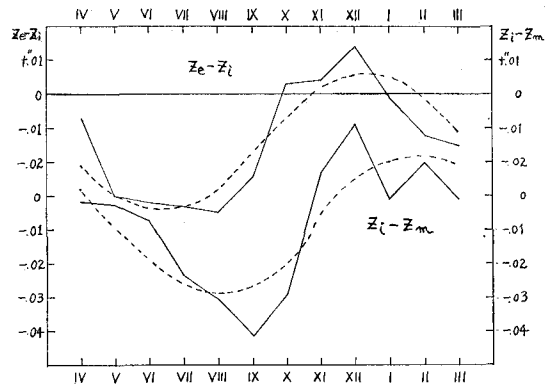
子午環は天文緯度の絶対観測ができる器械であるが、天頂儀、写真天頂筒、アストロラープなどは相対観測器械である。すなわち観測するのは天頂距離だけで、観測星の視位置 (δ) は計算しなければならない。

緯度変化の観測値は真の緯度変化から観測に使った星の視位置の誤差の分だけずれている。すなわち、星一個々々に対して

$$\text{緯度変化の観測値} = \text{天文緯度変化} - \text{視位置の誤差} \quad \dots\dots\dots(3)$$

とあたえられる。

第2項の視位置の誤差は、星表の誤差と採用天文定数の誤差によるものである。いま観測星が同じで、観測地も同じ緯度線上にあるとする。そして緯度観測値を同一の観測時刻に引き直すと、視位置の誤差はすべての観測所に共通な誤差、すなわち定数項 z と置くことになる。北半球の観測所は北緯 40°~50° に集まっており、



第2図 z 項の夕方、真夜中、あけ方の間の星群による変化。

観測時刻の赤経も大体近い。そのため採用天文定数の誤差から起る週期変化は似たようになる。ILS 観測所は理想的な条件をすべて満たしているので星の視赤緯と計算した赤緯の差すなわち $-(\delta - \delta_{cal}) = z$ となる。才差や章動定数の誤差を求めるには同じ星による非常に長い期間の材料が必要になる。月の黄経に関係するものは、緯度観測のように一ヶ月の平均を使う時は無視してもよい。太陽の真黄経と平均黄経の差も無視できる。こうした点を考慮して ILS の星の視赤緯の誤差が太陽の黄経 ⊙ と星の赤経 α に依存する様子をしらべてみる。これは、⊙ と α の週期関数として

$$\sin(m \odot + n \alpha + A) \quad \dots\dots\dots(4)$$

の形であらわされるはずである (もっと一般的にはこのような形の項の和としてあらわされる)。 z 項に年周変化があるということは、前節でのべたような観測星の赤経が一ヶ月に 30° 進むことを考慮すると、 $m+n=1$ ということであらわしている。

次に、ある一つの星の z 項の、夕方、真夜中、あけ方の観測から得られた値 z_e, z_i, z_m の間の差を求めてみると第2図のようになっている。この二つのグラフの間では、使った観測が、星の位置 α は同じで、太陽の黄経のみ一様に 30° ちがっているので、

$$\text{位相のずれ} = 30^\circ \times m$$

という関係がある。実際このグラフから読みとれる位相のずれは 50° あまりであるから、

$$m = 2$$

あたりが妥当ということとなり上記の $m+n=1$ から n は -1 となる。結局、 z 項の年周項が

$$2 \odot - \alpha$$

であらわされることがわかる。

§ 4. 連鎖法の誤差

ここで観測値から星表誤差を求める連鎖法の説明をし

ておく。この方法は天頂儀だけでなく、写真天頂筒、アストロラーブの整理にも使われている。修正連鎖法というのものもあるけれど、これは観測の数を重みにつけただけで本質的に全く同じものである。さて同じ時期の相続く2群の観測値の差をつくると、極運動は消去されて両群の星表誤差の差が残る。実際には固有運動や周期項の差も含まれるが別に考えても誤りはないので省略する。同じようにして2群の差を毎月求める。そして星表誤差の和は零であるという条件をつけて最小2乗法で解く。この解は赤緯の誤差 $d\delta$ そのものではなく誤差の平均からのずれ、 $-\left(d\delta - \frac{\sum d\delta}{N}\right)$ であって相対的な星表誤差しか求まらないのである。連鎖法の解を (d) で区別して書くと同様に固有運動も同じように $\Delta\mu' = -\left(d\mu' - \frac{\sum d\mu'}{N}\right)$ となる。Nは星群の数である。周期項は少し複雑で

$$-\frac{a \sin n \Delta\alpha}{\sin(m+n)\Delta\alpha} \sin(m\odot + n\alpha + A - m\Delta\alpha) \quad (5)$$

と変形される。 $\Delta\alpha$ は2群の赤経差の半分で ILS の場合は角度で 15° である。 $(m=2, n=-1)$ ならば (5) 式は $a \sin(2\odot - \alpha - 30^\circ)$ となる。n が負の時 (5) が正になることは重大な意味をもつ。何故ならば、連鎖法の解を $-(\delta - \delta_{cal})$ に補正すると、 $(2\odot - \alpha)$ 項は消去されずにかえって増加するようになるからである。1949年から ILS では連鎖法を中止しているが、ほかの観測所は連鎖法を使って補正している。したがって星表誤差のみならず年周項も違うから、ILS と独立観測所を統一して計算するときは、ILS にも連鎖法修正をしておかなくてはならない。

§ 5. $(2\odot - \alpha)$ 項の分離

主要年周項の形が $(2\odot - \alpha)$ であることが決定された。3群観測であるから連鎖法の解は、 (e, i) と (i, m) から2組求められる。その差 $(\Delta\delta_{e,i} - \Delta\delta_{i,m})_j$ を作ると

$$(\Delta\delta_{e,i} - \Delta\delta_{i,m})_j = -\frac{a \sin m \Delta\alpha \sin n \Delta\alpha}{\sin(m+n)\Delta\alpha} \times \cos(m\odot + n\alpha + A) \quad (6)$$

$m=2, n=-1$ ならば: $a \sin(2\odot - \alpha + A)$

となって、 $(m=0; n=0; m+n=0)$ などの項と全く無関係に $(2\odot - \alpha)$ 項を求めることができる。解析結果は、

$$0.0137 \sin(2\odot - \alpha - 2^\circ 2')$$

である。 $(2\odot - \alpha)$ 項の振幅は 0.0137 であるが、連鎖法を補正したときのそれは約2倍の振幅 0.027 となる。最初の木村の年周項 (0.03) は、連鎖法修正をした観測値から求められたものであるから、 $(2\odot - \alpha)$ 項の振幅が約2倍となって現われたのである。

§ 6. $(2\odot - \alpha)$ 項の意味

半年周期章動項の影響は視位置計算の中で、

$$a \sin 2\odot \cos \alpha + b \cos 2\odot \sin \alpha = \frac{a-b}{2} \times \sin(2\odot - \alpha) + \frac{a+b}{2} \sin(2\odot + \alpha) \quad (7)$$

となる。採用値 ($a = -0.5058; b = 0.5522$) を代入すると、 $-0.5290 \sin(2\odot - \alpha) - 0.0232 \sin(2\odot + \alpha)$ である。 a, b に誤差があれば、ビスケの指摘したとおり、 $(2\odot - \alpha)$ 項が年周項となって z に含まれることになる。 $(2\odot + \alpha)$ の方は ILS のプログラムでは $1/3$ 年周期となるが、振幅は $1/25$ なのでこの項を見つけないことは不可能である。

$(2\odot - \alpha)$ の形をもつもう一つ別のものがある。それはオッポルツァーの強制振動というもので、理論的に $0.0029 \sin(2\odot - \alpha)$ であることが分っている。本来これは太陽や月の影響によって、瞬間自転軸が地球自転の方向に (極運動とは反対方向) 1 恒星日周期で回るもので、緯度変化に含まれるものなのである。しかし同じ地方恒星時で観測したものを、同一時刻に引き直して極運動を計算する ILS の場合には、赤経 α を含むオッポルツァー項はすべて定数項となり z に含まれてしまう性質がある。(1900~1922.7) 期間では、平均緯度にこの項の補正を計算していたが、1922.7年以降は z に含ませてしまっていて特別に計算はしていない。

オッポルツァー項を除くと、半年周期章動項の誤差は 0.0108 となる。あとで示す第2表の観測値はオッポルツァー項を除いてある。

現実の地球が剛体でないことは、剛体理論による自由章動の周期305日が、観測では約440日になっていることからわかる。ニューカムは地球を弾性体と考えれば説明できることを示し、カウラは448日と計算した(1968)。したがって地球を剛体として導びかれた定数はすべて再計算する必要がある。最近地球は液状核をもつことがわかってきた。ポアンカレ (1910) は液状核のある回転体の自転理論を作った。この流れをくむジェフリース・

第2表 半年周期章動項 (黄道傾角方向)

J.V.	1	0.5734	理論値
	2	.5409	
Mo.	1	.5770	観測値
	2	.5745	
ポ	ポ	.5753	採用値
木	村	.5712	
若	生	.5659	
採	用	.5522	採用値

ピセンテやモロデンスキー達は、マントルと核のいろいろなモデルを考えて、自由章動の周期、長短周期章動係数の補正を求め、さらに1日周期の自由章動が起ることを予言した。半年周期章動項の理論値と観測値を比べたのが第2表である。流体核運動理論の現状については、角田忠一のくわしい解説がある(天文月報1969年3月号)。

観測値の位相角はすべて等しいが、(1955~1966)期間の振幅は観測値の中で最も小さい。

この表から視位置計算に採用されている定数は、理論からも観測からも約0.02大きくしなければならないことがわかる。ジェブリース・ピセンテのモデル(2)の理論値が小さすぎるようである。

固体地球には海と同じような潮汐現象があり、これは水平振子計や伸縮計などで観測されている。その資料は、ベルギー王立天文台にある国際地球潮汐中央局のメルキオールによって整理されているが、メルキオールは地球潮汐の中のP₁波から、半年周期章動項係数は5%増えるのを見出した。これは約0.0276である(1968)。これまで章動常数(9.21)や半月章動項の誤差を観測から求めることは行なわれていたが、半年周期項の方は見かけ上一年周期になるので、気象的な影響から分離するのが困難であると考えられてあまり注意されなかった。たしかに一般の観測値から導くことは難しいが、ポポフの昼夜観測やILSの3群観測では、半年周期項を求めるのが最も簡単である。

§ 7. クロージグ・エラー

(z_e-z_i) や (z_i-z_m) の一年間の和を作ると零にならないでいつも一定の量が残る。これをクロージグ・エラーとよび古くから光行差定数(20.47)の誤差と考えられてきた。1964年の第12回国際天文学総会で、金星のレーダー観測によってこの定数を20.496と改めた。(1955~1966)期間はまだ古い定数を使っているので新しい定数で補正してみる(第3表)。

新定数の採用によって、クロージグ・エラーは殆んどなくなってしまう。逆にいうと緯度観測から天文定数の補正ができるということの一つの証明である。

年周視差の補正は現在していない。視差定数の観測は、太陽近傍の星に限られ誤差も大きい。統計的にはあ

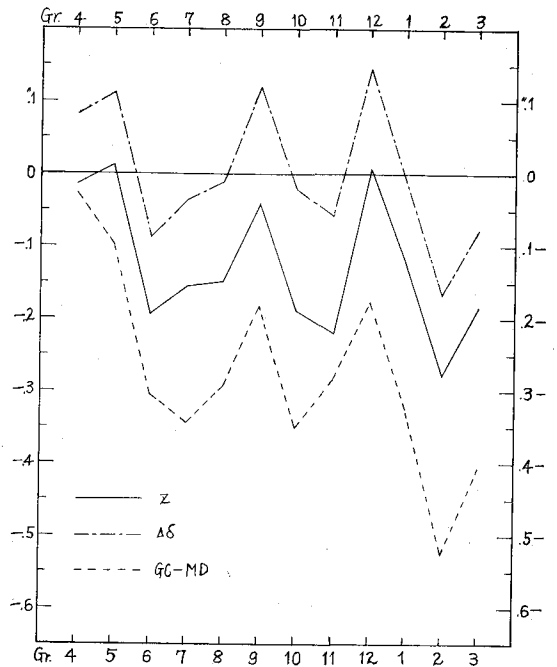
第3表

	$\Sigma(e-i)$	$\Sigma(i-m)$
(1955~1966)平均	-0.1688	-0.0996
補正後	-0.0744	-0.0052
" $\frac{1}{12}$	-0.0062	-0.0004

る系統的な傾向はあるが、それを信ずる理由はない。3群観測では、年周視差の誤差がクロージグ・エラーに現われるが、光行差の時に比べてその影響は殆んど無視される。太陽黄経に關係する量もあるが、個々の星によって年周視差が違うので一年周期で表わすこともできない。結局年周視差の誤差は、緯度観測の方から云々するよりも、むしろ三角視差の観測によるのが正しい。

§ 8. 星表誤差と定数z項

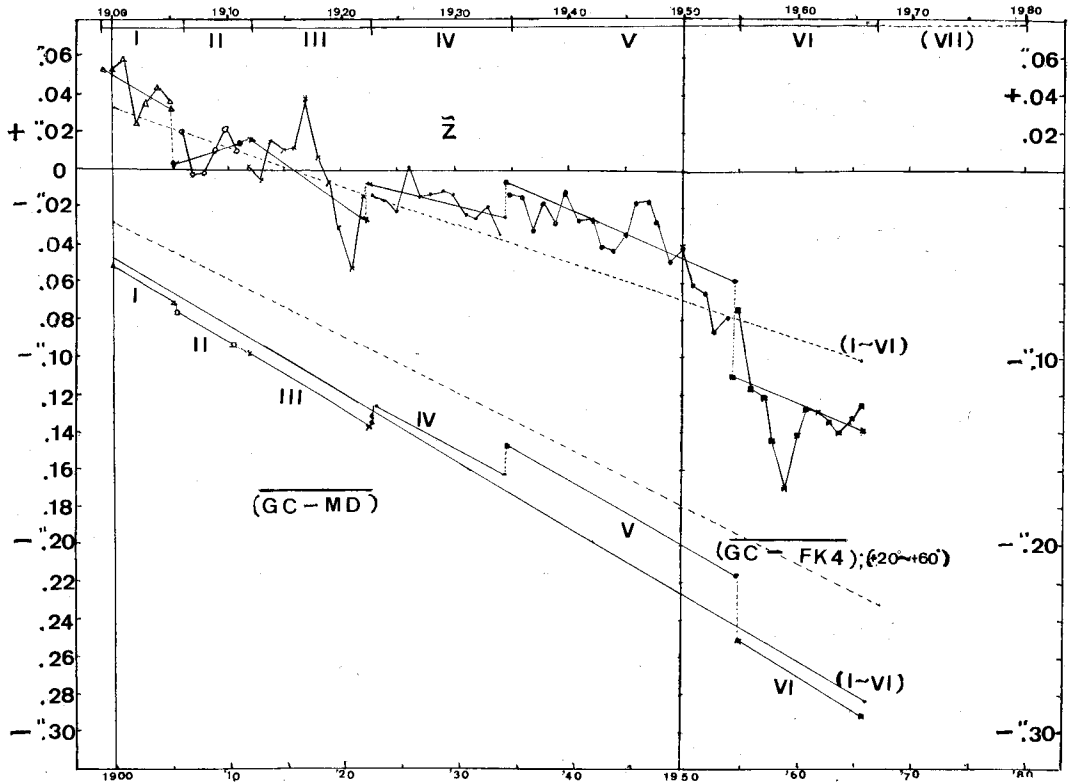
z項は星表誤差と周期項の和である。もし星表誤差が知られるならば、前にのべたような面倒なことをしなく



第3図 z項, 赤緯の誤差 Δδ, 星表の差 GC-MD の星群によるちがひ(1961年の値)

ても、周期項が分離できて年周z項の性質が分る。緯度星の午環観測の必要性はこれも木村によって提唱された。この提案はずっと後になって、1951年の国際測地学・地球物理学総会で採択された。ベルギー王立天文台では(1952~1957)期間に、ILSの緯度星440ヶの観測を行ない、またソビエトのキエフ天文台の鉛直環観測も始まった。王立天文台のメルキオールとドジェイフは、他の観測星表と比較して精しい計算をしてFK4星系に準拠した赤緯と固有運動を決定した(1969)。

1935年からのILS星はすべてボスのGC星表から選ばれているので、1935年以前の赤緯系もGCに引き直さなければならない。これは服部忠彦とマイヨールによってなされているが、マイヨールはさらに1950.0年に



第4図 z 項, 星表差の変化.

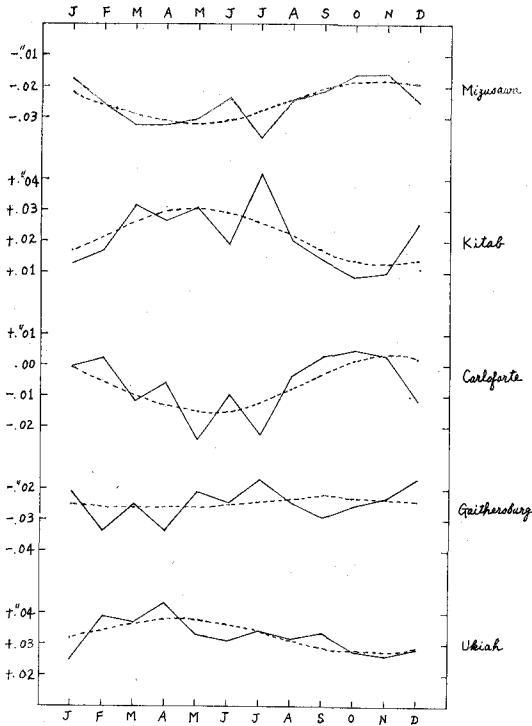
直してある。もしメルキオール・ドジェイフ (MD) の値が FK 4 に匹敵するものであるならば, GC の値と MD の値との差はほとんど ($d\delta, d\mu'$) になるべきであり, またいっぽう仮定が正しければ z の定数項や永年項は (GC-MD) に等しい筈である。 z は各星毎でなく群平均値として与えられるので, (GC-MD) も群平均を計算しておく。第3図には (GC-MD) と z それに連鎖法で求めた $\Delta\delta$ を与えてある。(GC-MD) は (1955~1966) の平均元期 1961.0 にしてある。

三者の一致は明らかである。 $\Delta\delta$ と z の一定差は前にのべた連鎖法の誤差 $\sum d\delta/N$ によるものである。 ILS の観測プログラムはこれまで7回変っている。 I (1900.0~1906.0), II (1906.0~1912.0), III (1912.0~1922.7), IV (1922.7~1935.0), V (1935.0~1955.0), VI (1955.0~1967.0), VII (1967.0~現在) である。 べつに I から VI までの各期間毎に赤緯と固有運動を比較したが, どの期間もよく一致している。

つぎに z の1年平均を1900年から追跡してみたのが第4図である。(GC-MD) も全群平均をとり, さらに比較のため (+20°~+60°) 帯の (GC-FK 4) を示した。

ここに示した z は水沢, カルポフォルテ, ユカイヤ3観測所だけを用いて計算したものを GC 系と, 国際慣

用原点 (CIO) に統一してある。 観測プログラムの変更によって起る赤緯系の差は, z にも (GC-MD) にもはっきり認められその量も同じである。 1955年で大きなとびが見られるが, これは第VI期の星を選ぶ時メルキオールが, 最初のプログラムに含まれている星をできるだけ多く選んだからである。 したがって第VI期は第V期とは違いうけれども I~III とはよく合っている。 第3図で見られた z と (GC-MD) の一定差はこの図でもはっきりみとめられる。 この差は採用平均緯度つまり (CIO) が誤っていることを示すものである。(CIO) は (1900~1905) 期間の平均緯度すなわち, 連鎖法修正を施した緯度を用いて決定されたものであるから, $\sum d\delta/N$ だけ不明である。 この図からみると (CIO) は約 0.1 増さなければならないことになるが, 精密な補正量は (1900~05) 期間の再計算をしなければきまらない。(GC-MD) と (GC-FK 4) にもまだ一定差がみられる。(GC-FK 4) の中で ILS 星はたった 31 星であるから, この差が直ちに MD 表の誤差によるとは考えられない。 選択星が違っていると, 第V期と第VI期に見られるようなとびがすぐでてくるのであるから, 見かたによっては (GC-MD) の方が正しいともいえる。 これは今後の問題として, 第3, 4図から考えて z は星表誤差を正しく与えてくれるものであ



第5図 ILSの5観測所のO-Cの季節変化. 1955~1966年の値

ることが分った。すなわち極運動計算のとき z を加えて解くならば、星表誤差と全く無関係に (X, Y) が求められることがここに実証されたのである。

§ 9. 局地 z 項

観測値から $(X \cos \lambda + Y \sin \lambda)$ を引いた残りを非極変化といい、非極変化からさらに z を引いた残りを局地 z 項とよんでいる。しかし数学的にいえば、局地 z 項とよばれる量は $(O-C)$ である。時には平滑した曲線上の値と観測値の差を読みとって、これを局地 z 項ということもあるがこれは最小2乗法計算でいう $(O-C)$ とは違うものである。

第5図は(1955~1966)期間の平均 $(O-C)$ である。

もともと局地誤差は規則性のないものであるが、この図には、はっきりと規則性がみられる。キタブの両側の水沢とカルロフォルテの振幅はほとんど等しく位相は同じであり、ゲーザースバーグとユカイヤは振幅は小さいが位相は対称になっている。

($2\odot - \alpha$)項の分離では、すべて z の差の組み合わせだったので局地誤差は相殺されて影響は少ないが、 z と星表誤差の比較では生きている。またILSの結果と国際報時局(BIH)から出している極運動座標の比較、

緯度と経度から出したものの比較などにつねに問題になるのがこの局地誤差である。

奥田豊三はILS観測所の局地誤差の年平均値が18.6年で周期的に変化していることから、地球のポテンシャル面の経度に関係した変化ではないかと考えている。それと同じように一年周期のポテンシャル面の変化があれば図のような $(O-C)$ が現われる。もしそうなら (X, Y, z) のほかにさらに高次の調和項を考えなくてはならない。 z 項が生れた時と同じような場面が始まったようである。

§ 10. むすび

木村の z 項は発見当時に比べて、近年その重要性が薄くなった印象を与えていた。しかし z 項の大部分が、半年周期章動項係数や星表などの誤差によって説明できることが、観測からも理論からも証明された。

年周 z 項の主要成分($2\odot - \alpha$)は、地球自転理論を天文学的に検証する重要な証拠となるものであるから、これまでばらばらだった計算法や整理法などを統一して、精密な X, Y と z を求めることが重要になる。(1900~1922.7)期間の観測帳は東独ポツダム測地研究所に保管されていたが、その資料を複写して水沢に送ってもらう交渉が成立し、すでに第一陣として計算原簿の写しが到着した。

ベルギー王立天文台とイタリア・ナポリ天文台は、ILS星の子午環共同観測所を行ない、さらに精密な星表を作ろうとしている。この星表が完成すれば、地球の平均極の永年変化、局地誤差そして年周 z 項の精密決定に大きな役割を果たすことが期待される。水沢もベルギー王立天文台と共同して、地球潮汐や才差・章動定数の研究を進めることになっている。こうして次々と国際的な協力体制が築かれていけば、局地誤差が単なる機械的なものか、星系によるものか、あるいは地球のポテンシャル面の変化によるものかどうか明らかとなってゆくであろう。

最近青木信仰は黄道傾斜角の永年変化の $(O-C)$ を、外殻と内核の間の摩擦によって説明している。理論的に求められた一日周期の自由章動は、天頂儀・写真天頂筒・アストロラープによって観測されている。地球自転の理論はさらに精密な観測をうながし、観測はさらに新しい理論を生みだしていく。

今は月や人工衛星のレーザー測距という、まったくいままでの位置天文学の概念を破る方法によって、極運動が検出可能な時代になった。地球の自転運動の研究がこの新しい観測手段によってどのように発展するかが興味ある問題である。