

アストロメトリとその誤差

畑 中 至 純*

1. まえおきは長くない方がよいのだが

視差・固有運動という言葉は天文学を少し勉強しようと思うと必ず出会う単語のように思われます。そのためでしょう、学生時代のノートを引っ張り出してひらいてみると、年周視差や固有運動を求める式や観測方法がくわしく書かれています。それもそのはず、星の視差や固有運動を求めることが、アストロメトリ、天文測定学と訳されているようですが、この分野の仕事になるわけでは

ところが、ここ4・5年の天文月報を一読してみても、アストロメトリの記事は殆んどなく、子午環の記事の中に固有運動の言葉が年に一、二度、視差の話は一昨年4月号の「恒星までの距離」の中にあるだけのように思われます。おそらく、これは今の天文学の動向や読者諸兄姉の興味の対象を反映しているからでしょう。

アストロメトリでの研究方法は二十世紀の初めより、長焦点の屈折望遠鏡で写真を撮り、恒星の位置を測って視差や固有運動を決める方法がよく行われています。屈折望遠鏡と言えば、ヤーキス天文台（アメリカ）の口径102センチ（世界最大）から東京天文台の65センチのものに至るまで、殆んどが五十年から百年の歳を経ており、最近になって口径が大きくなったわけでもありません。写真乾板の感度がよくなっても、測定が自動化されても、星の位置測定の精度を向上させるに画期的なものとはなりえなかったようです。そんなわけで、アストロメトリの研究は既にしつくされてしまったと私などは考えていました。注意して文献を読んでいるとそんなことはなさそうです。たとえば位置天文学関係の論文が多いアメリカのアストロノミカル・ジャーナルは殆んど毎号、視差や固有運動の論文を一つ二つ載せておりますし、それを読むと今でもこの種の観測をしていることがわかります。おそらく面白い問題が残っているのでしょう。

視差が決められるような恒星は太陽近傍の星に違いありませんが、それらの大部分ははじめ大きな固有運動をしている星として見つけられたようです。大きな固有運動を持つ星は太陽の近くにある。従って視差も大きいはずである。だから大きな固有運動をしめす星が年周視差を調べるかっこうの対象となる。と説明されてみれば、上述のことも納得できます。アストロメトリの本に、固

有運動と視差 (Proper Motion and Parallax) というように、一緒に論じられているのもむべなるかなであります。

視差が一番大きいとして知られているのは、 α Cen という星で 0.748、二番目はバーナード星の 0.545 ということになっております。年周視差が 1" を越えるような星は見つかっておりません。ところが固有運動が一年で 1" 以上ある星は沢山あります。前述のバーナード星は一年で 10% の最も大きな固有運動を示します。この理由から、決定の精度を別にすれば、固有運動の観測の方が多くの対象を保持できるようです。しかしながら視差と固有運動とは深く結びついておりますから、同時に決まらなければならないようです。もしもこの2つがよく決って、それらを考慮した後の残差に小さいながらも時間とともに系統的に変わる変位があったりしたら、我々には見えない伴星の存在を示唆することにもなりそうです。これはいま流行の連星系と結びつくもので、アストロメトリも馬鹿にできないということになってきます。

視差や固有運動についてとりとめのないことを書いて来ましたが、筆者の興味はそのことにあるのではなく、実は視差や固有運動の決定精度にあるのです。もう一度視差の数字をあげますと、

α -ケンタウルス	0.748 \pm 0.004,
バーナード星	0.545 \pm 0.003,

これらの確率誤差（プロバブル・エラー）の数字が長い間気になっておりました。この辺から本論に入っていきます。

2. 誤差 0.002 にはおそれいりました

アストロメトリでは確率誤差を使う人が多いようで、ここではそれに従います。平均誤差（ミーン・エラー、標準誤差・標準偏差と呼ぶこともある）に 0.6745 をかけると確率誤差になります。

視差・固有運動を決める観測に使う長焦点屈折望遠鏡は、焦点距離10メートル程度がよいとされています。これで写真を撮ると乾板上の1ミリが約 20", 1ミクロンが 0.02 にあたります。この乾板上の星の位置を測る測定器は普通1ミクロンまで読取り可能です。こんなことを頭において、実際に視差を求めた研究者の言葉をきいてみましょう。視差の求め方については、古在由秀：恒星までの距離（天文月報66巻4月号）を参照して下さい。「数日間ないし数週間、又はもつと長い期間にわたって一定でありそうな系統的誤差を別にすれば、 ± 0.010 な

* 東京天文台

Yoshizumi Hatanaka: Astrometry and Its Error

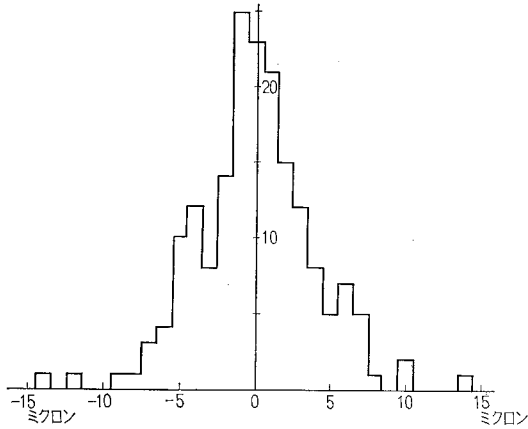


図1 測定値のばらつき
横軸は平均値からのはずれ、縦軸は頻度、
データは30星の x, y 座標を各3回ずつ測
定したものの。

いしもっと小さい確率誤差で位置が求まる」

「視差決定の殆んどは二・三年にわたった二・三十枚のプレートをもとにしてなされて、その確率誤差は ± 0.010 に近い。プレート数がふえて数百枚にもなれば、 ± 0.002 まで誤差を小さくすることができる」

0.010 は 0.5μ にあたります。三鷹の65センチで写真をとって位置を測っている私にはこのような数字がとても驚異です。ここに三鷹でとった乾板の測定結果をお目にかけてみます(図1)。1973年2月3日の早朝、16分間の露出をかけた乾板で、実視等級8.8等より14等までの星30ケを、三鷹にあるマンの座標測定器で 1μ の単位まで測ってあります。各星3回測定し、その平均値をもってその星の位置とするわけですが、各測定値が平均値のまわりにどの程度ばらつくかを個数で数えて図にしてあります。30星の x, y を3回ずつ測定しますから、全部で180ケの測定値があることになります。このうち98ケは $\pm 2\mu$ 以内におさまっていますが、 $\pm 6\mu$ 以上のばらつきは27ケ、15星に及びます。一つの星の位置を測って測定値が $\pm 5\mu$ におさまるとうれしくてにんまりとする私の理由はここにあります。ああ、それなのに、それなのに、 $\pm 0.5\mu$ (0.010 に相当) の誤差とは殺生な。視差決定の観測などやる気になりませんでした。

ところがさきあげた研究者の言葉を注意深く読んでみると、なあんだと言うことになってしまいそうです。確率誤差が ± 0.010 になったのは、もともになった乾板の数、二・三十枚のおかげではないかと考えるわけです。誤差はデータの数の平方根に反比例しますから、乾板の数で誤差が五分の一に縮まったと考えて、一枚々々の乾板が持っていた誤差は ± 0.050 もあったと推定できるからです。ついでに数十年にわたって観測が続けられたと

きのことを考えてみますと、乾板の数が四百枚にもなれば各乾板から得られた値が持っている誤差の二十分の一の誤差に帰着してしまいます。

前述の確率誤差 ± 0.010 や ± 0.002 というのは、「データ多きが故に」得られるとわりきってしまえば、そう驚かなくてよさそうです。何故なら、一枚の乾板から得られる位置の精度が ± 0.050 程度で、 $\pm 2.5\mu$ の確率誤差に相当するからです。そして図1に示した測定値のばらつきも全体の半数以上が $\pm 2\mu$ 以内におさまっていることから、確率誤差は平均して $\pm 2.5\mu$ 程度とみなしてよいからです。

今や驚異の対象は、誤差の小ささにあるのではなく、誤差を小さくする長年月にわたる観測データ集積の努力にあると言わねばならないようです。

3. 私の測定能力はどのくらいか

星の位置の測定精度をうんぬんでも実際に測定を経験していない人にはびんと来ないでしょう。そこで乾板上の星像のだいたいの大きさを測って、星像の直径と位置測定値のばらつき(3回測定の標準偏差)との関係を図1と同じ乾板を使って明らかにしましょう。

図2がそれです。横軸は星像の直径を角度の秒で、縦軸は測定値の標準偏差値をやはり角度の秒で表わしております。この乾板、少しばかりガイドが悪くて、暗い星は円でなく楕円に写っております。星の位置は赤経方向を x 軸、赤緯方向を y 軸にとって測っておりますから、星像の直径も両方向にそって測り、各々の標準偏差値に対応させます。30ケの星の x, y 座標、つまり60ケの点を書きこんであります。

もしも星像の黒みがすべての星で同じであれば、星像の直径が小さい程測定値のばらつきも小さくなるような気がいたします。ところが実際には、明るい星は濃く大きく、暗い星は薄く小さくうつるようです。従って、そのようなことは期待できないでしょう。ここでは単なる目安として一本の直線を書きこんでみました。この直線上では像の大小に拘らず1%の精度で測定できたことを

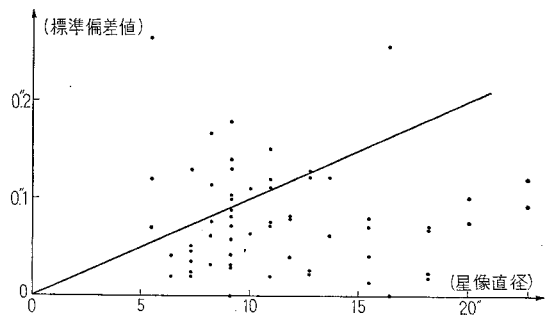


図2 星像直径と測定値のばらつきとの関係

意味します。つまり、星像の状態が理想的な場合に、ある測定者に期待できるような測定能力を意味します。

さて、一つの座標について3回しか測定しないで、そのばらつきの小さいのがよく測定できたと言い切る自信はありません。測定しやすいと言い換えてみます。そうすると図2からどんなことがわかるでしょうか。一言で言えば、大きい星像（勿論乾板上でも黒みが濃い）の方が小さい星像より測りやすいということでしょうか。少し詳しく言うと、限界等級の星（測定できる最も暗い星のことでこの乾板では14等程度）は非常に測りにくいこと、星像直径が15"以上にもなる明るい星（16分露出のこの乾板では8~9等級台の星）は0.5%以下の測りやすさを持つこと、これらの間の明るさを持つ星は測りやすさもこれらの中間で0.2~2%程度であること、のようです。以上の結果は引きあいに出したこの乾板に特有なことではなくて、一般的な測定経験にも符合するようです。

これらのことで結果的に私の測定能力を披露したことになったようですが、筆者の意図したところは、乾板上の星像の大きさはどのくらいで測定のばらつきはいかほどかを知っていただきたいことにあります。乾板上の1mmが角度の約20"であることは前にも述べました。測定は直径13cm程の円盤に星像を投影してバイセクションをします。このとき星像は約22倍に拡大されていることを附記します。

4. ばらつきは偶発的なり

確率誤差 ± 0.050 程度で視差が求められる乾板を二・三十枚、数年の視差観測から手に入れたとした場合、誤差 ± 0.010 になってもおかしくないのは、第2節のところで理解できたのですが、まだひっかかることがあります。それは、この二・三十枚の乾板から得られる各値も当然ばらついているはずで、そのばらつきが偶発的に起ったものだけからなっているかどうかの疑問でした。偶発性の保証がない限り、今まで述べた数でかせぐ誤差論は使えないはずですし、その保証のために誤差の吟味をしたり系統的誤差を取り除いたりする必要がありません。

1944年のランド(Gustav Land)の論文を読んでみると、視差を最小二乗法により決定した後の残差が如何なる誤差をどの程度含むかわかるような気がいたします。彼はアストロメトリ用写真に現われる系統的誤差として、乾板の膜面が伸び縮みするシフト・エラー（伸縮誤差と訳しておく）と一夜の観測時間程度持続する大気屈折異常と考えられるナイト・エラー（夜間誤差と訳しておく）の2つを考え、偶発的誤差からの分離を試みております。ところが乾板を望遠鏡の光軸のまわりに180°

回転させて同一乾板に2度露出をすれば伸縮誤差は取り除けることになります。そこで残った夜間誤差を偶発的誤差から分離します。大きさをくらべると1:3程度になり、これらの合成誤差の2乗が各々の2乗の和であることに注意すれば10倍ほど偶発的誤差の方が大きくなります。従って誤差の殆んどを偶発的誤差が占め、系統的な夜間誤差には目をつぶってもよからうと言っています。

夜間誤差の分離が可能ならば、それを除去するのも可能なはずですが、それをしないのは伸縮誤差のように簡単に除去できないためでしょう。一夜で乾板2枚、各2回露出がそのために必要なようです。伸縮誤差だけを除去するなら、一夜で2回露出の乾板一枚があれば十分です。

しかしこの論文は私の疑問に答えてくれたようです。除去不可能な夜間誤差が精度の限界を決定するから、観測数でかせぐ誤差論もいつかは成り立たなくなってくるという点を除いては、

5. 暗い星の位置を知りたい

ここで話題をかえて、反射望遠鏡がアストロメトリのために使えないかどうかを考えてみよう。月報アルバムの「屈折鏡と反射鏡の星像比較」を見ていただければわかるように、屈折望遠鏡による像が完全な円をしているのに、反射望遠鏡による像は光軸の中心からはずれる程ひどく円からずれています。実際にそれらの像はいろいろな形をしております。楕円形、卵形、俵形、団子形、正方形、長方形、台形、食パン形、おむすび形、ひどいになると彗星形のもあります。これらは勿論、収差によるものです。これでは星の位置が不正確になるのがあたりまえです。はじめに述べましたように、視差や固有運動の決定に今でも長焦点の屈折望遠鏡が使われているのはうなずけます。しかしながら反射望遠鏡は大型化が可能で口径比が屈折にくらべて小さいために暗い星まで短時間で撮影可能になります。形が多少悪くても写る方が写らないよりよい時があるはずで、三鷹にある65センチ屈折は14等の星を写すのに10分程の露出が必要ですが、これより暗い星は位置測定に適した像が得にくいように思われます。とすればこれより暗い星の位置を得るのに反射望遠鏡を使わざるをえないのです。

反射望遠鏡がアストロメトリに使えるかどうかではなく、アストロメトリに使おうとすればどうしたらよいかの問題になって来ましょう。実はこのことを目下考えておりまして、三鷹の65センチ屈折と岡山の188センチ反射とで同一星野を出来るだけ近接した日に写し、その乾板上の星の位置を比較しながら、あらゆる収差の影響を簡単に定式化できないかと思っています。光軸の中心からの隔たりと星の明るさが星像の形に影響してくるよ

うでなかなか簡単にはならないようです。この問題については改めて稿をおこすことにしてここでは述べないことにいたします。ただこの問題を考えていたおかげで、アストロメトリの誤差に興味をおぼえたことをつけ加えておきます。

6. 精度を上げるのも楽じゃない

あらゆる観測について言えることですが、アストロメトリでも星の位置ができるだけ精度よく求めることが望ましいのです。勿論いろいろな障害や限度があって思うように精度が上がらない。たとえば、乾板上の星像が限界等級でも5"以上あるのは望遠鏡のガイドがわるいことを除けば星のシンチレーションによるからです。1969年4月の天文月報に載った、下保茂：日本の空の星のまたたき、によれば、三鷹における星像直径は冬期最良の夜でも4"近くあり、5"なら良い方と考えなければならぬからです。また測定器の精度が 1μ (0.02)までであっても、人間が測かる限り測定値のばらつきは $1.5\sim 2.5\mu$

もあるし、たとえ機械が測定しても星像がよほどよくないとかえってめんどうになるでしょう。

これらの障害にもめげず、確率誤差 ± 0.010 とか、 ± 0.002 とかまで話を進めて行くのですから、正直言って一般の人にはなかなか信用してもらえないでしょう。かく言う私自身、この辺のことを調べる前は、それらの誤差の小ささに驚き、不思議に思っているだけでした。

確率誤差 ± 0.010 で視差が決っても、視差 0.05 の星 (距離 20 パーセック) では 20% の相対誤差を持つことになり、どうも大きすぎると考えがちです。グリーゼのカタログは視差が 0.05 より大きい 915 の星の表ですから、視差の精度を上げて相対誤差を小さくしたいとねがうのも当然のことのようです。

1" は 0.48×10^{-5} ラジアン、100 km はなれて長さ 48 cm の棒をのぞむ角に相当します。三鷹の65センチの望遠鏡で富士山の頂上にある 50 cm の棒をねらうと考えたらどうでしょうか。とすれば、その百分の一、0.010 というのはなんと小さい角でしょうか。

天体の位置・固有運動測定器 (アルバム説明)

天体の赤経・赤緯を精度良く求める器械の基本的なものの子午環である。(第64巻6号“最新の子午環建設への期待”、第66巻2号“西欧の子午環を訪ねて”を参照して下さい。) 30年以上離れた二つの時期に得られた赤経・赤緯の差より各星の固有運動が原理的に求められる。しかし、実際の場合には才差・章動等のため観測者自身が動いている事を考慮しなければならないので単純に求められなく、多くの星を統計的に取り扱う必要がでてくる。一方、子午環観測は各星の子午線通過時に赤経・赤緯を決めているので、限られた数 (~500 星/年) の星の位置しか決定出来ず、又、望遠鏡の安定性の問題があるために、せいぜい 20 cm 程度の口径の望遠鏡しか使えないので (アメリカ海軍天文台では反射鏡を子午環に使う試みをしているが、まだ順調に動いていないようである。)、暗い星 (>12等) の観測が出来ず、多くの星の位置を求める事はむづかしい。

多くの星の位置を求めるには写真観測を用いるのが良いが、子午環観測等で位置の良く決った星に相対的に位置を決める事になる。写真観測の誤差については、畑中氏 (49頁) に詳しく述べられているように、乾板乳剤のゆがみやレンズの収差等多くの誤差が入ってくる。そればかりではなく、現在日本にあるような一個々々の星像を目で見てバイセクションするようなタイプの器械では十分な能率が得られない。(各種写真乾板測定器について、特に、米国D・マン社のコンパレータについては第63巻9号のグラビアを参照して下さい。)

アメリカ海軍天文台には、星の位置を自動的に測るXY測定器 (写真4) がある。これは、従来の測定器の目で見える部分を光電管におきかえて測るようになっていた。ストランドの指導のもとにアリゾナにある位置観測用としては世界で初めての 150 cm 反射望遠鏡で撮った乾板を次々に測定している。銀河系内の星の分布の問題を考える場合には、星の位置ばかりでなく、星の等級や色も判定せねばならないので、位置と共に明るさも自動的に測れる GALAXY (General Automatic Luminosity and X-Y Measuring Engine の略) 測定器 (写真2) がイギリスのエディンバラ天文台で開発され、グリニッジ天文台でも同種の器械が使われている。写真1で見えるように、中央部に大きな載物台 (シュミット乾板用で $36 \times 36 \text{ cm}^2$) があり、その載物台の位置で座標を測り、中央上部の光電管を使って明るさを求める。(写真3) 現在では、より高速測定の出来る Galaxy Mark II やさらに高性能の Cosmos というのが製作されているという話である。一方、大きな固有運動を持った星の固有運動を能率的に求める為に、二枚の乾板を交互に光らせて位置のずれている星を見つける測定器 (プリンク・コンパレータ) がある。旧来のものは (写真5) 半径 15 cm 程度の乾板しか測る事が出来なかったが、新しく 40 cm 程度の乾板にも使える測定器 (写真6) がアリゾナのローウェル天文台で作られ、固有運動の大きい微光天体の星表が次々とローウェル天文台報に発表されている。