

## ブラックホールの 2 体衝突

富 松 彰\*

### 1.はじめに

星の 2 体衝突は、重力崩壊・超新星爆発と並んで、天体からの重力波の放出源として重要な過程である。実際の衝突過程では、多くの場合、2 個の星は複雑な運動をしていると思われるが、どの程度の重力波が観測されるかを定量的に予測するためには、数値計算に頼らざるを得ない。しかし、将来、重力波天文学が進展していくば、正面衝突過程による重力波放出という現象も観測される機会があると思われる。2 個のブラックホールの正面衝突過程については、よく知られた Smarr による数値計算の仕事（文献 1）があるが、このような簡単な運動の場合には、ある程度まで解析的手法によるアプローチも可能になる。

本稿の目的は、ブラックホールの正面衝突における重力波放出の定性的特徴を把握することである。そして、パルス波の非等方的放出が起るという興味深い結果を指摘したい。これは重力波放出過程としては稀な現象であるが、等方的な場合に比べて、はるかに強い重力波が観測される可能性を示唆している。なお、計算の詳細については文献 2 を参照してほしい。

### 2. 初期条件

2 個以上のブラックホールの運動による重力場の時間変化をアインシュタイン方程式に従って取り扱うために、いろいろな近似による計算方法が開発されている。例えば、ブラックホールの近傍と遠方の各領域で別々に近似解を求め、中間領域で等しくなるように解を調整するという方法がある（文献 3）。この方法はブラックホールの軌道運動を明らかにするためには便利であるが、残念ながら、重力波の発生や伝播という問題については解析は進んでいない。本稿では、ブラックホールの 2 体問題に対する初期条件を解析的に与え、直接、重力場の時間発展（重力波の発生など）を計算していくという方法を採用する。このような解析が可能となるためには、運動が正面衝突に限定されること、一方のブラックホールの質量は他方の質量に比べて十分に小さいと仮定することが必要になる。

小質量ブラックホールという仮定は、それを単なる試験粒子として取り扱うこと（文献 4）を意味していない。

試験粒子近似では、アインシュタイン方程式における小質量ブラックホールの寄与は、物質のエネルギー・運動量テンソル中の  $\delta$  関数項に置き換えられてしまう。ブラックホールの衝突という問題においては、このような置き換えの正当性は疑問であり、2 個のブラックホールが存在し、運動を開始するという状況を適切に表現している初期条件の設定が重要になる。この目的のためには、ソリトン導出法（文献 5）に基づいて求められた、2 体ブラックホールに対する定常・軸対称解を利用すればよい。2 体ブラックホールの力学平衡状態は存在しないので、この定常解は特異点を含む時空のメトリックを与える。しかし、定常性という仮定を放棄し、初期状態のみを記述するものとしてメトリックを修正すれば、その特異点を消去することが可能になる。この修正の結果、ブラックホールは対称軸方向に正面衝突運動を始め、重力場の時間変化が現わってくる。

### 3. 重力波の発生

簡単のために、どちらのブラックホールも自転していないと仮定する。すると、大質量ブラックホールの重力場は Schwarzschild 解によって表わされる。この重力場は小質量ブラックホールによる軸対称摂動を受ける。

ソリトン定常解を修正して得られた初期状態から、小質量ブラックホールの初期加速度を計算すると、ちょうど、Schwarzschild ブラックホールの重力によって自由落下する場合の加速度と一致している。この結果は与えられた初期条件の正当性を示している。もちろん、落下運動が進行して、重力波の放出が始まると、その反作用によって、自由落下とは異なる加速度運動をするようになると思われる。

小質量ブラックホールの落下運動とは別の時間スケールの変動が摂動重力場に誘起される。それは重力波の生成と伝播によるものである。大質量ブラックホールの中心を原点とする球座標  $r, \theta$  を用いて、波動部分の強さを評価すると、2 個のブラックホールを結ぶ対称軸上に ( $\cos \theta = \pm 1$ )、そのピークが現われる。ピークの位置は、時間  $t$  と共に、

$$(r - r_g) / (L - r_g) = [\sqrt{1 + 4 \{ct/(r - r_g)\}^2} \pm 1] / 2$$

という式に従って移動する。 $r = L$ ,  $\theta = 0$  は  $t = 0$  での小質量ブラックホールの位置であり、 $c$  及び  $2r_g$  は光速及び大質量ブラックホールの重力半径を示している。式中の + 及び - 符号は小質量及び大質量ブラックホー

\* 名大理 Akira Tomimatsu: Collision of Two Black Holes

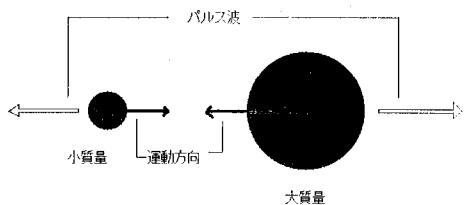


図 1 正面衝突によるパルス状重力波の放出

ルの近くに発生した波に対応している。時間  $t$  が十分経過すると、ピークの位置は光速で伝播するようになる。しかも、図に示しているように、その伝播方向は各々のブラックホールの衝突運動とはちょうど逆の方向になっている。重力波パルスの放出にこのような方向性が現わ

れることが、正面衝突の場合の顕著な特徴である。今後、この結果の正当性は数値計算によっても確かめられるべきであるが、重力波放出過程の1つの側面を示すものとして興味深い。また、Kerr ブラックホールの場合への拡張なども今後の検討課題として残されている。

## 参考文献

- 1) Smarr, L. (1979), In Sources of Gravitational Radiation, L. Smarr, ed. (Cambridge University Press, Cambridge).
- 2) Tomimatsu, A. (1989), *Gen. Rel. Grav.* **21**, 1233.
- 3) D'Eath, P. D. (1975), *Phys. Rev. D* **12**, 2183.
- 4) Davis, M., Ruffini, R., Press, W. H. and Price, R. H. (1971), *Phys. Rev. Lett.* **27**, 1466.
- 5) Alekseev, G. A. and Belinsky, V. A. (1980), *Sov. Phys.—JETP* **51**, 655.

# 宇宙背景重力波

前田 恵一\*

重力波源として考えられるものに2種類ある。一つがバースト的なものであり、もう一つがバックグラウンドとして存在するものである。いま、重力波放出の典型的な時間とそのイベントの間隔をそれぞれ  $\tau$ ,  $\Delta\tau$  としたとき、バースト的なものは  $\tau/\Delta\tau < 1$  で定義され、一方、バックグラウンドとして存在するものは、宇宙の初期から存在したか、その後つくられたものでも  $\tau/\Delta\tau > 1$  という条件を満たしているものである。その特徴は、スペクトルが連続で、位相がランダムで stochastic なことである。ここでは後者の場合の主な源と考えられる宇宙背景重力波とその起源について簡単にふれる。

宇宙論的な重力波はその起源が一般に赤方偏移  $z \geq 1$  のものをさす。重力波のエネルギー密度は、宇宙論では他のエネルギー密度同様臨界密度  $\rho_{cr}$  を基準に測るが、全重力波エネルギー密度  $\rho_g$  の  $\rho_{cr}$  に対する比、つまり  $\Omega_g \equiv \rho_g/\rho_{cr}$  だけでなく、スペクトルが連続であるので、各振動数ごとに定義されるエネルギー密度の比  $\Omega_g(\omega) \equiv \omega\rho(\omega)/\rho_{cr}$  を考える場合が多い。ここで  $\rho_g = \int d\omega \rho(\omega)$  である。この  $\Omega_g(\omega)$  は、角振動数  $\omega$  ぐらいいの波が  $\omega$  程度の巾で存在するときに、その波のエネルギー密度に対する寄与を与える。

$\Omega_g$  と重力波の振幅  $h$  の関係は、 $h \ll 1$  かつ波長が地平線サイズより十分小さいとすれば、Isaacson による公式  $\rho_g \sim \omega_0^3 h^2 / 8G_N$  から、

$$h \sim \Omega_g^{1/2} \frac{\lambda_0}{ct_0} \sim 10^{-17} \Omega_g^{1/2} \frac{\lambda_0}{R_\odot} \quad (1)$$

となる。ここで  $\lambda_0$  は重力波の典型的な波長、 $t_0$  は宇宙年齢である。

## 1. 観測からの制限

宇宙論的重力波は勿論まだ観測されていないが、そのことからエネルギー密度に制限が与えられる。

- (1) 減速ペラメーター  $q_0$  の制限  $\rightarrow \Omega_g < O(1)$
- (2) 銀河や銀河団の形成

重力波は宇宙膨張には輻射と同じように振舞うが、密度揺らぎは輻射優勢の時代では成長しないので、銀河や銀河団の形成のためには  $\Omega_g$  が物質密度より小さくなくてはならない。これから 10 kpc や 10 Mpc のスケールで  $\Omega_g < \Omega_{matter} < O(1)$

- (3) 元素合成

重力波が輻射密度以上存在すると、宇宙密度の増加に伴う膨張率の変化があまりに大きくなり、宇宙初期の軽元素を説明できない。よって、 $\Omega_g < \Omega_{rad} < 10^{-4}$  また、重力波は波長が地平線サイズより大きいと非等方性が無視出来なくなるが、元素合成時にこのようなスケールの重力波が存在すると観測と矛盾することが示されている。(J. D. Barrow)

- (4) ミリ秒パルサー

ミリ秒パルサーからの timing residual がすべて重力波によるものだと考えると重力波のエネルギー密度に制限がつく。Taylor によると PSR 1937+21 からの制限

\* 早大理工 Keiichi Maeda: Background Gravitational Radiation