

スペースコロニー内でのボール投げ —幾何学的解法について—

吉村 高男

〈山口県立大津高等学校 〒759-41 山口県長門市東深川田屋〉

今年「国際宇宙年」であるが、最近地球環境の保全と共に宇宙への進出が人類の大きな課題になってきた。その2つを同時に解決する方法の一つにスペースコロニーの建設が考えられる。勿論、それが実現するまでは多くのプロセスをクリアする必要があるが、コロニー内での物理現象についていろいろ考えることは楽しいことである。

1. はじめに

本誌の1991年8月号から、大阪教育大学の福江純先生が「スペースコロニーのボール投げ」という題目で、スペースコロニーの物理学シリーズの連載を始められた。ところが、福江先生とは独立に筆者を始め、筆者が担当している山口県の大津高校科学部で、特にスペースコロニー内の物理現象について、10年くらい前からいろいろと議論してきているので2回にわけて報告したい。

第一回目は、高校生にも分かるコロニー内の物体の軌道の式の求め方について報告する。即ち、コロニー内の物体の運動については、福江先生が議論されているように微分方程式を解析的に解いて行くのが普通であるが、空気抵抗を考えない場合には、極めて簡単に、幾何学的に軌道の式を求めることができる。

第二回目は、コロニー内の気象について議論したい。特に、気象について考える際に基本となるコロニー内の大気循環について、そのパターンを見ることがのできる実験装置を開発したので報告する。実は、この理論的シミュレーションについては、1983年に京都大学の松田卓也先生がすでにされており、コロニー内では相当に強い風が吹く部

分が出ることを指摘された。

ところで、スペースコロニーを考えることの意義についてであるが、大きく次の2点が考えられる。

まず言えることは、21世紀を前にこの地球上では、環境汚染やエネルギー・資源問題がより深刻化しているが、地球の持つ自浄作用の能力や資源の有限性を考えるならば、海洋や砂漠などを開発して生活空間をこの地球上で広げるということにははずと限界があり、これからは宇宙に進出すべき時代を私達は迎えていると言っても過言ではない。その際、月・火星への移住よりも、環境が簡単にコントロールでき、地上と同じ重力の大きさが回転による遠心力で容易に得られるスペースコロニーが宇宙移住する時に最も有効である。もちろん、その建設材料については月の資源を用いる必要があり、そのための月面開発は最優先されるべきである。

次に、スペースコロニー内の物理現象を考えるということは、回転系（非慣性系）の物理におけるコリオリ力、遠心力などの概念を必要とするということで、極めて教育的である。なぜなら、これらの内容は小、中、高の生徒には理解することが難しい部分の一つで、その演習の場としてこのスペースコロニーが使えるという点にある。しかし、将来スペースコロニーが建設されて、その中

Takao Yoshimura: Trajectory of a Body Thrown in a Space Colony — On the Geometrical Method —

における学校での物理の教科書は地球上とは比較にならないほど難しくなることが予想される。

さて、スペースコロニーのモデルについてはいろいろあるが、私達が議論の対象に用いてきているスペースコロニーのモデルは、G. K. オニールが1974年に提唱した円筒型のコロニーである(図1, 2)。

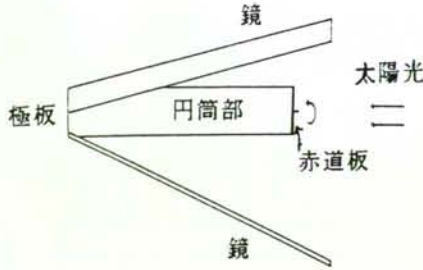


図1 コロニーの側面図



図2 コロニー円筒部の横断面

2. スペースコロニー内における 投射物体の軌道

(1) 考える視点

コロニー内の物体の運動を考える場合には、図3に示した円筒部の横断面内の成分 \vec{V}_1 に興味がある。水平成分 \vec{V}_2 については、コロニーの外から見れば単純な直線運動で、コロニー内で見ると円運動に帰する。よって以下では、円筒部の横断面内での運動について議論を進める。

一方、コロニー内の座標は図4のようにとる。典型的なコロニーの半径を3 km とすると、内壁

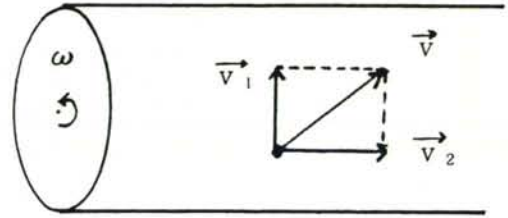


図3 運動物体の速度成分

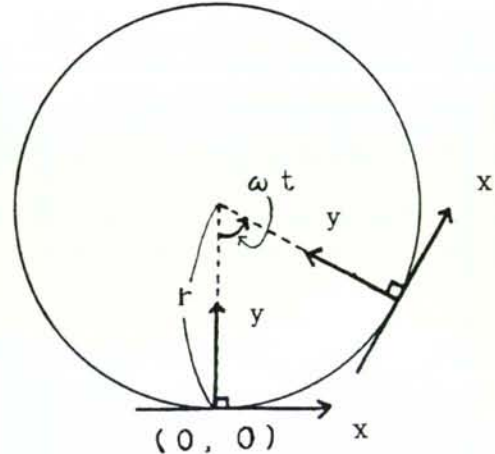


図4 コロニー内の座標系

部での重力を地上と同じ値にするには、外周部の速さを約172 m/s とするとよい。

(2) 運動方程式

空気抵抗力が速度に比例する場合の、コロニー内における一般的な物体の運動方程式は、x, y 成分について次のようになる。

$$d^2x/dt^2 = 2\omega dy/dt + \omega^2 x - (k/m) dx/dt \quad (2-1)$$

$$d^2y/dt^2 = -2\omega dx/dt + \omega^2 y - (k/m) dy/dt - r\omega^2 \quad (2-2)$$

ここで、 ω は回転しているコロニーの角速度の大きさ、 m は物体の質量、 k は比例定数、 r はコロニーの半径を示す。空気抵抗を無視する場合には、 k を0とすればよい。具体的な軌道は、この微分方程式を解析的に解くか、ルンゲ・クッタ法などを用いて数値的にコンピューターを用いて求めることができる。

ここでは、空気抵抗を無視した場合について、

まずコロニーの内壁面上から投射した物体の軌道の式を幾何学的に求め、次に投射点の位置をコロニー内の任意な場所に移した時の一般的な軌道の式を幾何学的に求めてみる。

(3) 軌道を幾何学的に求める方法

図5のように、コロニー内で見た物体の初速を v_0 、宇宙空間（コロニーの外）から見た初速を v 、投射角についてはそれぞれを θ_0 、 θ とする。それらの量の間の関係は次のようになる。

$$v = \sqrt{v_0^2 + r^2 \omega^2 - 2v_0 r \omega \cos(\pi - \theta_0)} \quad (2-3)$$

$$\theta = \arcsin(v_0 \sin \theta_0 / v) \quad (2-4)$$

コロニーの外から投射物体の運動を見ると、図5のOP上の等速直線運動となる。投射後、 t 秒後の物体の(X, Y)成分は、

$$X = vt \cos \theta \quad (2-5)$$

$$Y = vt \sin \theta \quad (2-6)$$

で示され、軌道の式は次のように直線になる。

$$Y = \tan \theta \cdot X \quad (2-7)$$

さて、投射点（コロニー内）にいる人がその物体の軌道を見るとどうなるかを、図6を用いて、幾何学的に簡単に求めることができる。コロニー内の座標系で見た t 秒後の物体の位置 $P(x, y)$ は、 $\overline{O_1P}$ の長さが vt であることを用いて次のように示すことができる。

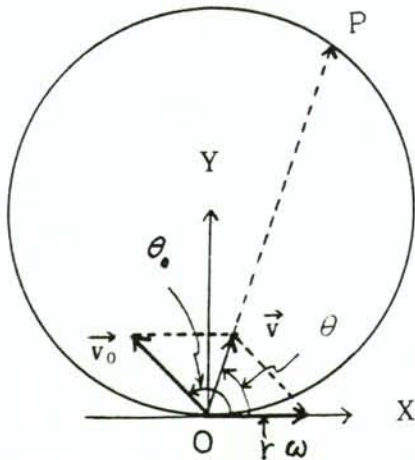


図5 投射物体の初期値

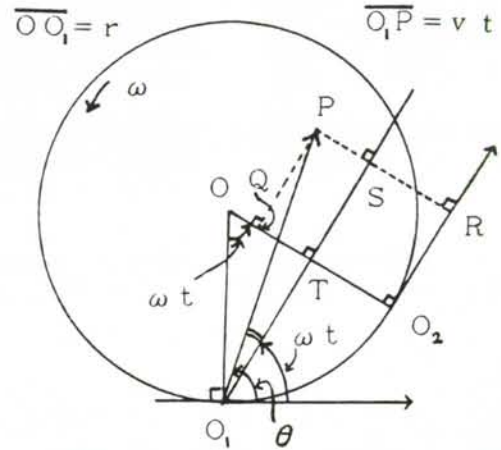


図6 投射物体の軌道の求め方

$$x = \overline{O_2R} = \overline{TS} = \overline{O_1S} - \overline{O_1T} \quad (2-8)$$

$$= vt \cos(\theta - \omega t) - r \sin \omega t$$

$$y = \overline{O_2Q} = \overline{TQ} + \overline{O_2T} = \overline{SR} + \overline{RS} \quad (2-9)$$

$$= vt \sin(\theta - \omega t) + r(1 - \cos \omega t)$$

(2-8) と (2-9) の式をもとに地球上と同じ初期条件のもとで投射した場合の物体の軌道をシミュレーションで比較した例が図7である。図7は投射角が90度の場合を示している。地球上の場合には、自転の効果によるコリオリ力の影響をほとんど受けないが、コロニー内ではコリオリ力の影響を強く受けて、図7の回転の向きでは物体の進行方向に対して右側に軌道が大きくずれることがわかる。回転の向きを反対にすると、当然物体の進行方向に対して左側に軌道がずれてくる。

さらに、図8に示したように、投射角が90度をを超えた時には適当な初速を与えることで、NTTマークのような面白い軌道も出現する。

次に、投射点の位置をコロニー内の任意な場所に移した時の一般的な軌道の式を求める(図9, 10)。

投射点の座標を (x_0, y_0) として、物体の軌道の式を幾何学的に同様に求める。 \overline{OP} の長さを l として、 t 秒後の物体の x, y 座標は次のようになる。

$$x = \overline{O_2R} = \overline{TS} = \overline{OS} - \overline{OT} \quad (2-10)$$

$$= l \cos(\theta_1 - \omega t) - r \sin \omega t$$

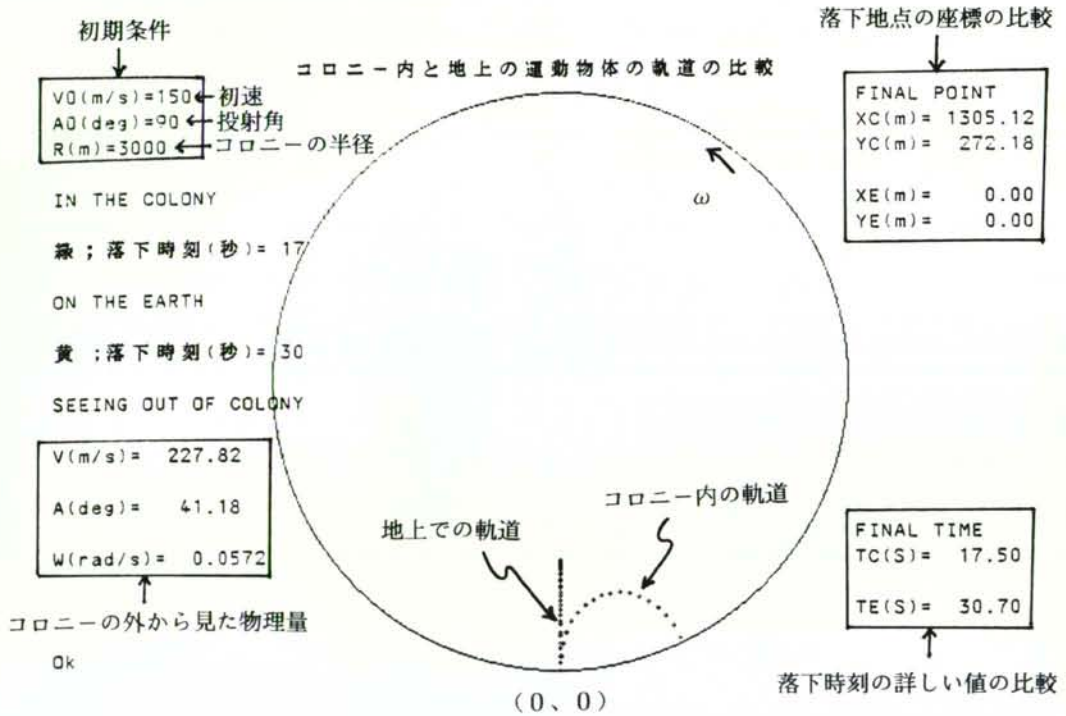


図7 コンピューターシミュレーションの例

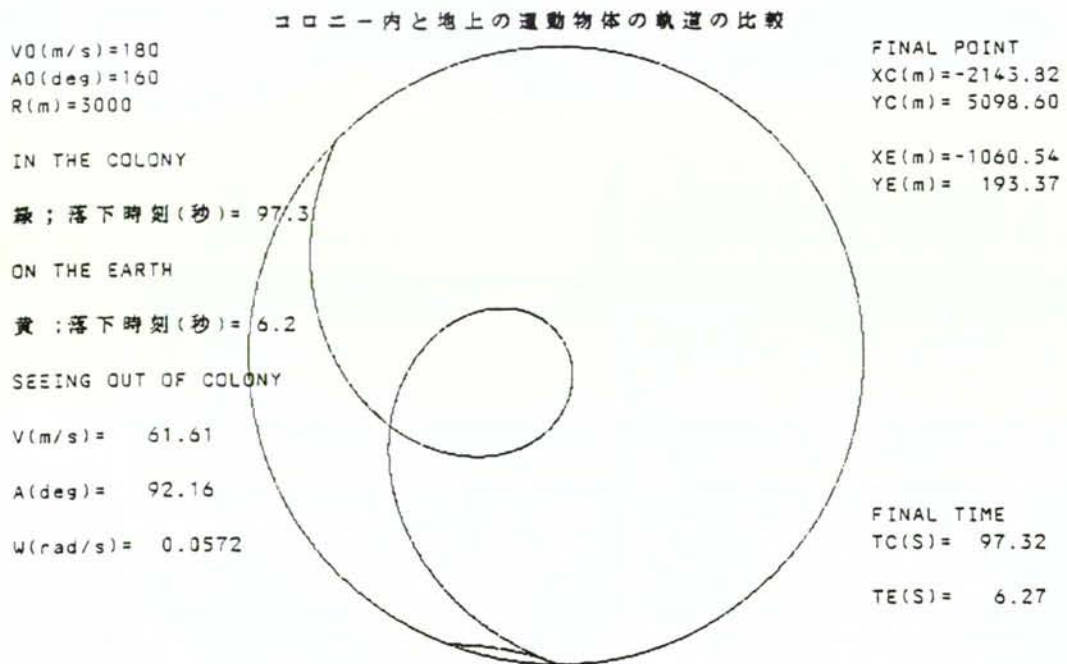


図8 NTT マークの軌道の例

$$y = \overline{O_2Q} = \overline{RP} = \overline{SP} + \overline{RS}$$

$$= l \sin(\theta_1 - \omega t) + r(1 - \cos \omega t) \quad (2-11)$$

$$\theta_1 = \alpha - \beta \quad (2-12)$$

$$\alpha = \arctan(y_0/x_0) \quad (2-13)$$

ただし,

$$\beta = \arcsin(vt \sin(\alpha - \theta)/l) \quad (2-14)$$

$$l = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + v^2 t^2 - 2\sqrt{x_0^2 + y_0^2} \cdot vt \cos(\pi - \alpha + \theta)} \quad (2-15)$$

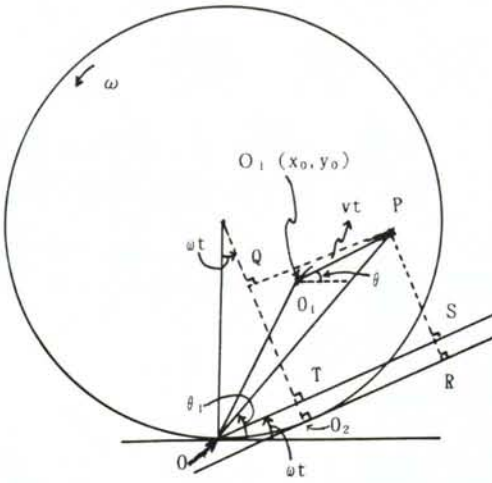


図9 任意の点 $O_1(x_0, y_0)$ から投射した図

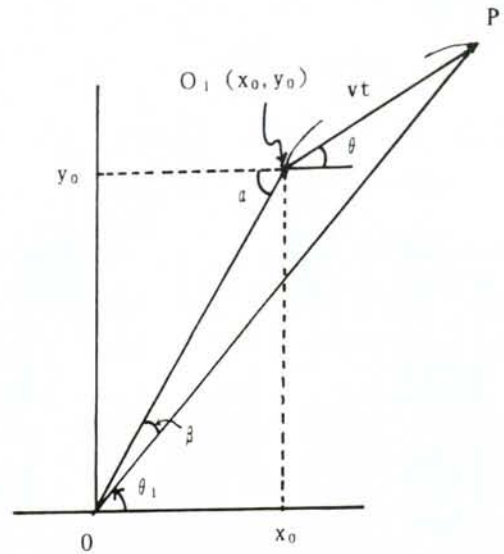


図10 投射点の拡大図

```
R(m)=3000
X0(m)=0
Y0(m)=333
V0(m/s)=0
ANGLE(deg)=-90
```

GENERAL TRAJECTORY ENLARGED IN THE COLONY

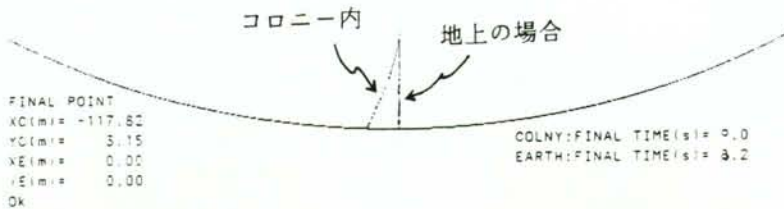


図11 東京タワーの高さから物体を自由落下させた時の比較

GENERAL TRAJECTORY ENLARGED IN THE COLONY

R(m)=50
 X0(m)=-10
 Y0(m)=10
 V0(m/s)=12
 ANGLE(deg)=8

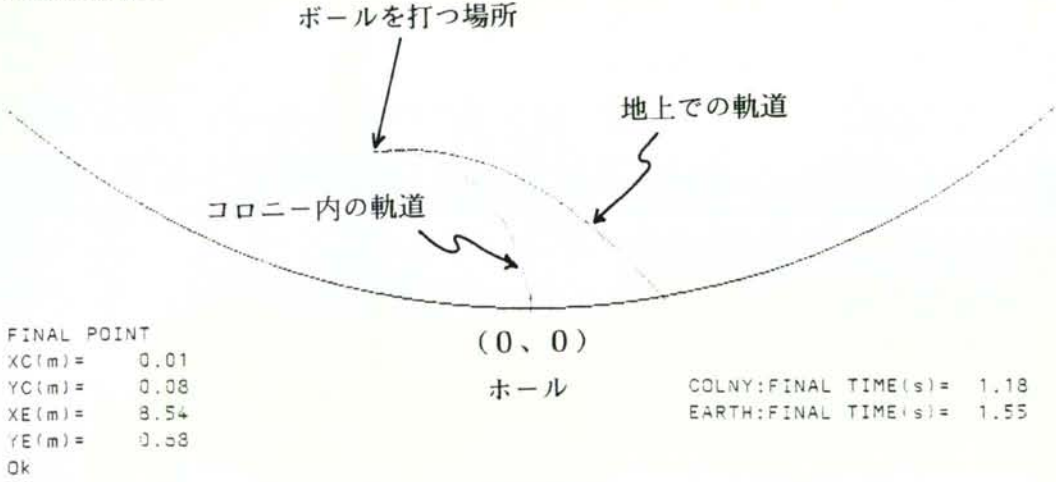


図12 コロニー内のゴルフゲーム1

GENERAL TRAJECTORY ENLARGED IN THE COLONY

R(m)=50
 X0(m)=-10
 Y0(m)=10
 V0(m/s)=11
 ANGLE(deg)=55

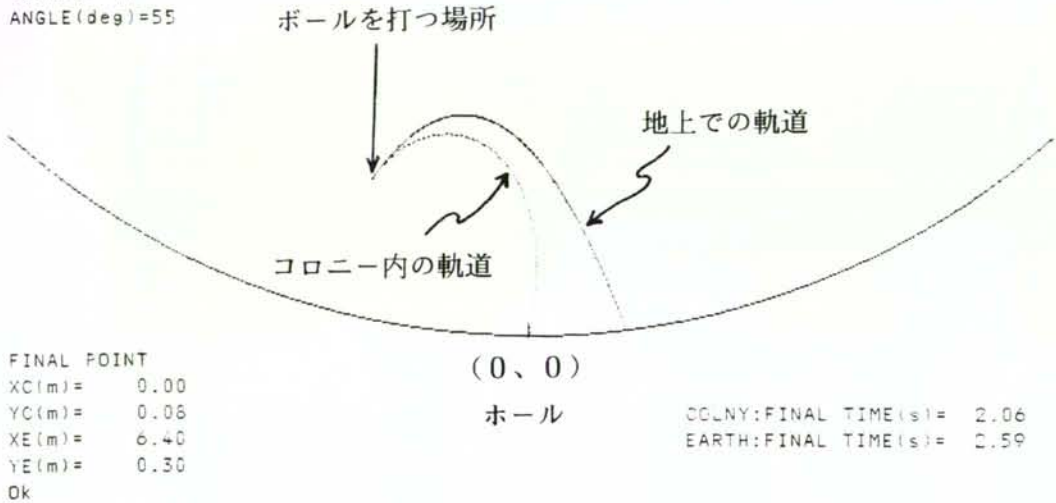


図13 コロニー内のゴルフゲーム2

である。この一般式は、任意な初期条件のもとでのコロニー内の物体の運動について活用できる。具体的な例として、東京タワー (333 m) の高さから重い物体を自由落下させた時を考える。地球上では、落とし始めた位置のほぼ真下に落下するが、半径 3 km のコロニー内ではなんと 118 m もずれてしまうことがわかる (図 11)。

3. 火星探査はミニ・スペースコロニーで!

最近、月面開発と同時に、火星探査の計画が世界的に進んでいる。特に、火星探査については地球に火星が接近した時を見込んで航行しても現在の技術では、火星に着くまで地球から 1 年近くかかると言われていた。そこで、半径 50 m 程度のミニ・コロニーを航行手段に使うことを提案したい。回転により地上と同じ重力が簡単に得られ、その中でボールゲームを楽しみながら、快適な生活空間のもとで過ごすことができるからである。ミニ・コロニーの長さについては搭乗する人員の数により調整する。このミニ・コロニーを母船として、火星の周りを回りながら火星面上に探査船を降ろすということも可能になる。

ところで、ミニ・コロニー内でのゲームについてであるが、例えばゴルフゲームが面白い。図 12、

13 に示したように、座標 (0, 0) の原点にホール (半径 10 cm 程度の穴) があるとすると、ある場所からホールインワンをねらうわけである。初速と投射角をいろいろと変えることにより、いろいろなホールインワンの解が存在することがわかる。

4. おわりに

本稿では、コロニー内の基本的な物体の運動について見て来たが、具体的にシミュレーションするといろいろと面白い。コロニー内での野球やゴルフなどのボールゲームは、地球上の場合とは比較にならないほど難しくなることが予想されるが、逆にいろいろと楽しむこともできる。

21 世紀は宇宙時代となるであろう。そのような中で、夢のある話を若い学生に物理の講義の中でしていくことは大いに意義があると思う。

なお、スペースコロニーの議論を進めて行くうえで、常に温かい励ましとコメントをいただいている京都大学 (現在神戸大学) の松田卓也先生、広島大学理学部の素粒子論研究室の皆さんに心より感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) O'Neill, G. K. 1974, *Physics Today*, Sept., 32
- 2) Matsuda, T. 1983, *J. Phy. Soc. Japan*, 52, 1904

☆

☆

☆

☆

☆