

カリストエクスプレスー美しき等時曲線ー

その1 いろいろな等時曲線

福 江 純

〈大阪教育大学 〒 582-8582 大阪府柏原市旭ヶ丘 4-698-1〉

e-mail: fukue@cc.osaka-kyoiku.ac.jp

URL: <http://quasar.cc.osaka-kyoiku.ac.jp/~fukue>

時よ止まれ！ 天文現象に限らず、たとえばミルククラウンのように、ある瞬間に自然が描く姿には、意外な美しさがある。そのような時を凍らして得られた等時曲線の中から、カリストエクスプレスの描く美しい曲線に関して考察した。今回は、カリストエクスプレスの紹介と、天文現象におけるいろいろな等時曲線について概観する。

1. 谷 甲州

〈航空宇宙軍史〉シリーズ

まず最初に、1998 年の 4 月にホームページにアップした感想から少し引用しよう。

▽▽▽

谷 甲州『仮装巡洋艦バシリスク』★有名なく航空宇宙軍史>シリーズの（最初の？）短編集。食わず嫌いだったというのは去年書いたが、いまは“残り物に福福福”状態。航空宇宙軍史シリーズは、ハヤカワ文庫 JA で 10 冊ぐらい出ているようだが、去年書いたように、一昨年の暮れに『終わりなき索敵』を買って以来、やっぱ、シリーズの最初から読もうと思って、あっちで一冊こっちで一冊と集めているものの、なかなか揃わない。まあ、それでも半分以上集まつたので、とりあえず読み始めた。

うん、これはいい、期待通り、なんていうと、谷ファンに怒られそう（熱心な谷フリークがいると聞いたことがある）。ほんと、久しぶりに SF マインドしてゐる作品に出会った感がする。10 年以上前から出版されているから、これも今更か。

ところで、今まで読まなかつた理由は、去年書いたように宇宙戦記物というイメージだったた

めだが、意外にも、この宇宙軍という設定が悪くないのがわかった。たとえば、ガジェットというかアイデア的な側面で言えば、収録の中編「砲戦距離 12000」レーザー砲艦ヴァルキリーの射撃管制方法。これはなかなかシビレタ。ヴァルキリー自体も、なかなかいい味だ。登場人物の心理的な面の描写も、宇宙軍という背景で、よく活きている。

このシリーズ、新学期の合間を縫って、しばらく楽しめそうだ。

△△△

地球からの独立を求めて反旗を翻した外惑星連合。対するは、太陽系内で圧倒的な戦力を有する航空宇宙軍。21 世紀末の外惑星動乱とその後の人類史を描いた名作が、谷 甲州氏の〈航空宇宙軍史〉シリーズである。ぼくがハマッタのが遅かっただけで、いまさら説明する必要もないだろう。ハヤカワ文庫の既刊は、

『仮装巡洋艦バシリスク』『星の墓標』『カリスト開戦前夜ー』『火星鉄道一九』『エリヌスー戒厳令ー』『タナトス戦闘団』『巡洋艦サラマンダー』『最後の戦闘航海』『終わりなき索敵（上下）』である。

このシリーズで、外惑星動乱時の太陽系各所での戦闘を描いた短編集『火星鉄道一九』の中の

「ドン亀野郎ども」という短編に、カリストエクスプレスというのが出てくる（本の表題になっている火星鉄道－電磁カタパルト－も描写が具体的で、科学のし甲斐がありそうだ）。少しだけ引用させてもらうと、

「地球宙域の主な重水素の供給源は、外惑星だった。具体的には木星のカリストとガニメデ、それに土星系のレアになる。その中でも最大の供給源はカリストから送られてくる無人のタンカー群で、全長が10億キロにもおよぶ軌道上に並んでいた。最初はその軌道の俗称だった“カリスト急行（エクスプレス）”も、今ではその軌道に乗せて送られてくるタンカーを意味するようになり、そしてカリストからの重水素の供給自体をさすようになっていた。」

図1は『火星鉄道一九』の62頁に掲載されている、カリストエクスプレスの説明図である。カリストエクスプレスのタンカー群の連なりは、図1に示されているように、太陽系空間で美しい逆S字曲線を描くのだ。すべてはこの図1に集約されていると言えるのだが、このカリストエクスプレスについて若干の考察を行ってみた。カリストエクスプレスの概念図を描くためには、軌道を調べないといけないので、すでに谷さんご自身（あるいは協力者）が計算しているはずだが、プラスαもあるうということをご容赦のほどを。

以下、2節（今回）でいろいろな等時曲線について眺め、3節（次回）でカリストエクスプレスについて考える。なお、軌道を扱うので式がいろいろ出てくるが、簡単な式以外は枠囲みにしたので、式に興味のない人は本文だけ読んでもらえば内容は掴めるかと思う。

2. 等時曲線 ア・ラ・カルト

まず最初に、天体现象で現れるいろいろな等時曲線について紹介するが、そもそもその等時曲線について説明しておこう（図2）。粒子の運動を時間的に追いかけていったとき、同一の粒子が空間内

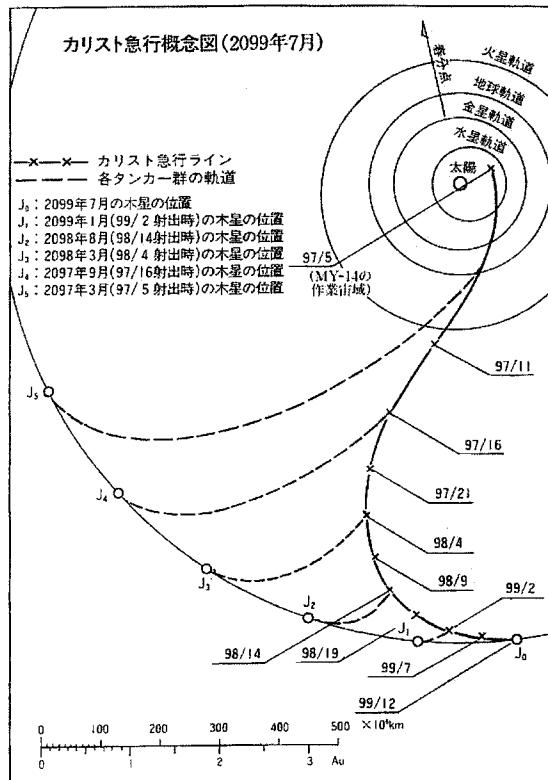


図1 カリスト急行（ハヤカワ文庫JA 谷 甲州著
「火星鉄道一九」62頁より）

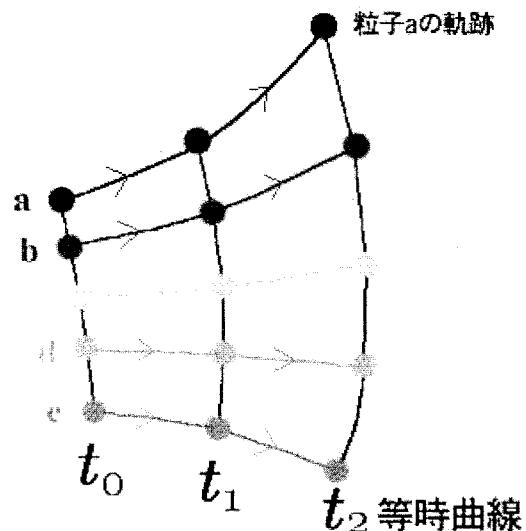


図2 粒子軌道と等時曲線

に描く曲線は、普通、粒子の【軌跡】(track) とか【軌道】(trajectory) と呼ぶ。一方、多数の粒子がある揃った運動をしているとき、ある瞬間に(多数の) 粒子の連なりが空間内で描く曲線を、ここでは【等時曲線】(isochrone) と呼んでいる。等時曲線は、いわば、ある瞬間を切り取った、粒子の分布のスナップショットなのだ。さらに、以下の例をみてもらえばわかるが、同一の時刻におけるあらゆる曲線(粒子の前線、波面などなど)も、広い意味で【等時曲線】と呼ぼう。

カリストエクスプレスの場合、一つのタンカーチームが描く“軌跡”は橢円軌道だが、ある瞬間に多数のタンカーチームが描く曲線が、カリストエクスプレスの“軌道”なのである。なお、軌道というのは、通常は、同一物体の移動する道筋に対して使うことが多いだろうから、カリストエクスプレスに対して使うのは違和感があるかもしれないが、小説では、列車の軌道になぞらえているので、ここでも“軌道”と呼びたい。

2. 1 爆散球

とにかく、具体的な例をあげた方がわかりやすいだろう。等時曲線の端的な例は、爆発によって飛散した碎片の描く曲線(正確には曲面)である。航空宇宙軍史シリーズでは、【爆散円】として描かれているものだが、ここでは【爆散球】と呼んでみた。爆散球にもいろいろある。

(a) 自由空間: $g = 0$

航空宇宙軍史シリーズで描かれているような宇宙空間における(軌道)爆雷の爆発の場合、爆碎片は無重力かつ真空の宇宙空間では、(爆発点を中心)等速で拡がっていく(軌道爆雷のように、最初に運動速度をもっていた場合も、初速度が加わるだけで、基本的には同じである)。そして、爆碎片は高速航行する敵宇宙船に甚大なダメージを与える。

このときの等時曲線(曲面)は、もちろん球面だが(射影してみたら爆散円)、爆碎片の速度を v ,

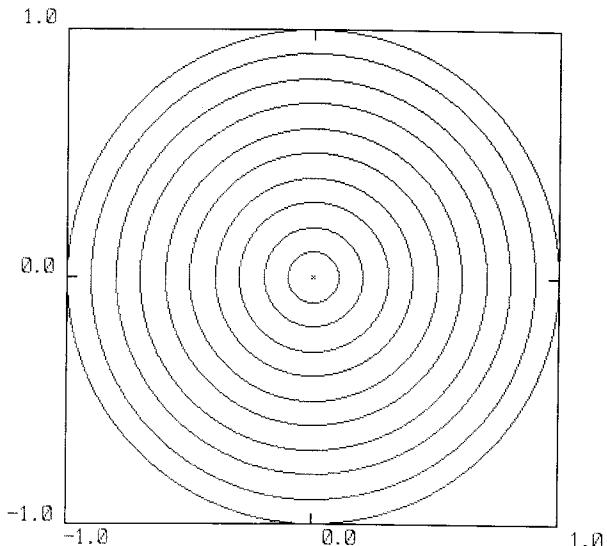


図3 爆散球の等時曲線

時間を t とすると、爆散球の半径 R は、

$$\text{半径 } R = v t$$

の球面になる(図3)。

(b) 地上の花火: $g = \text{一定}$

夏の風物詩である打ち上げ花火では、球状に拡がる場合を代表として、花火が落下する最中にも花火のパターンはあまりくずれない。これは力学の教科書などにもよく出ている例だが、花火のパターンを形作る各碎片が全部、いろいろな初速度をもちながらも、地表重力の下で自由落下状態にあるためだ。

たとえば球面状に拡がる花火の場合、爆発中心は重力加速度 $g = \text{一定}$ で自由落下する。しかし、花火の各碎片も同じように自由落下するので、火花の飛散速度を v 、時間を t とすれば、爆発中心からみた花火の半径 R は、自由空間と同じく、

$$\text{半径 } R = v t$$

で拡がるのだ(図4)。すなわち、球の中心と一緒に動く座標系でみれば、花火の各碎片の自由落下運動を消去できて、花火の各碎片は中心から等速で拡がっているに過ぎない。

花火の等時曲面は球面になる。

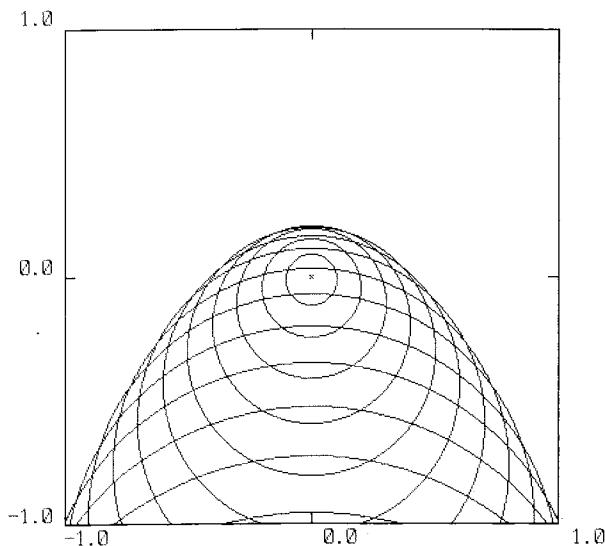


図4 打ち上げ花火の等時曲線

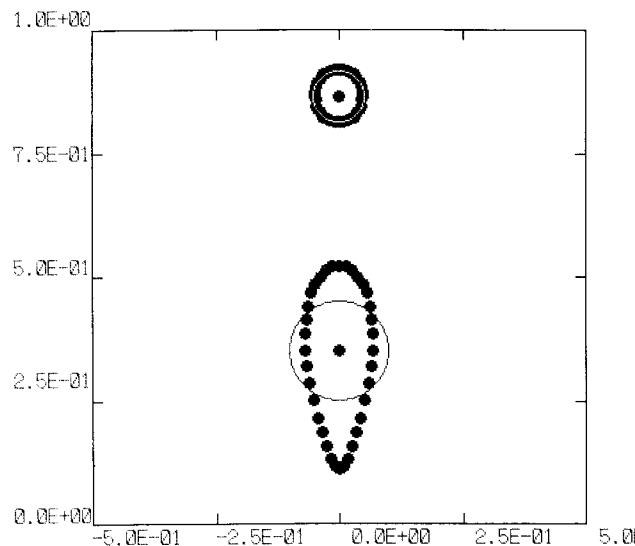


図5 大気圏の爆破片

(c) 天体軌道上での爆散球: $g = -GM/r^2$

では、機動戦士ガンダムなんかでよくあったように、大気圏の軌道空間で戦闘があったとき、爆碎片の広がりはどうなるだろうか（空気抵抗とかは無視する）。最初ちょっと考えたときは、重力加速度が場所によって違っても自由落下するのなら、

花火のように球状の形はくずれないかと思ったが、うっかり潮汐力を忘れるところだった。すなわち爆散球の広がりが（中心からの距離に比べて）十分小さければ形はくずれないが、広がりが大きくなると、潮汐力によって落下方向に引き延ばされるのである。

爆碎片の初速 v をえたときの爆散球のパターンを図5に示す。図5では、黒丸が爆碎片を表し、細い実線が半径 $v t$ の円を表している。また破片の爆散速度は、適当に無次元化した単位で $v = 0.1$ である。爆発後の経過時間が短いときは、爆散球の広がりは小さいので、爆散球のパターンは半径 $v t$ の円にほぼ一致している（図5上）。しかし爆散球の広がりが大きくなり、天体中心からの距離 r に比べて同じオーダーになると、潮汐力によって爆散球のパターンは半径方向に引き延ばされたモノになる（図5下）。

天体に落下する爆散球の等時曲面は、落下方向に引き延ばされた橢円体状になる。

2. 2 重力ラザフォード散乱

太陽に彗星がやってくるときや、星同士が星間空間で出会ったときなど、天体に向かって粒子が入射してくると、重力のためには粒子の軌道が曲げられて、入射してきた方向と別な方向に飛び去っていく（図6a）。無限遠から入射してきた粒子の軌道は、抵抗などがなければ、よく知られているように双曲線になる。また粒子の初速度が同じなら、天体のそばを通過するほど大きく軌道を曲げられる。なお、粒子の最初の速度を入射速度 v 、天体を通る直線の中で粒子の入射方向に平行な直線と粒子の入射方向の直線の距離を、【衝突パラメータ】 b と呼ぶ。

さてそこで、（入射方向に垂直な方向に）横一列に並んだ粒子が一齊に入射してくる状況を考えてみよう。粒子の入射速度 v は同じだが、各粒子の

衝突パラメータ b が異なるのである。あるいは、より現実的には、多数の粒子がほぼ静止して存在している空間に天体が速度 v で飛び込んできた状況を想定すればよい。このとき、多数の粒子は、それぞれ、いろいろな方向に軌道を曲げられる（散乱される）。荷電粒子を遭遇させたときの電磁気力による散乱は、ラザフォード散乱と呼ばれるが、ここでは、重力場による散乱なので、【重力ラザフォード散乱】と呼んでおこう。なお、ガスが重力ラザフォード散乱されると、軸上では軌道が交差して、そこでガス粒子は衝突しきつくなために、中心の天体に落ち込むことがあるが、これは、【ホイル＝リットルトン降着】と呼ばれている（ホイルは、もちろん、あのフレッド・ホイル）。

この多数の粒子の重力ラザフォード散乱によって生じる等時曲線の一例を図 6 b に示す。入射速度は、無次元化した単位で、 $v = -0.3$ である。

中心の天体が輝いていて外向きの輻射圧を受ける場合、輻射抵抗を考慮した場合、中心の天体がブラックホールで相対論的な散乱の場合などにおける、重力ラザフォード散乱の等時曲線も面白いだろう。

2. 3 歳差ジェット

芝生に水を撒くスプリンクラーのように、回転しながら粒子を放出しているときにも、面白い等時曲線が生じる。

(a) スプリンクラー

まず単純なスプリンクラーの場合、ある瞬間に水流が描く軌跡－等時曲線－は、明らかに螺旋状になる。ノズルの回転角速度を ω 、水流の速度を v とすると、極座標 (r, θ) で、

$$\text{水滴の距離 } r = - (v/\omega) \theta$$

と表せる（図 7）。

(b) 歳差ジェットのコルク抜きパターン

宇宙ジェット－中心天体から吹き出すプラズマ

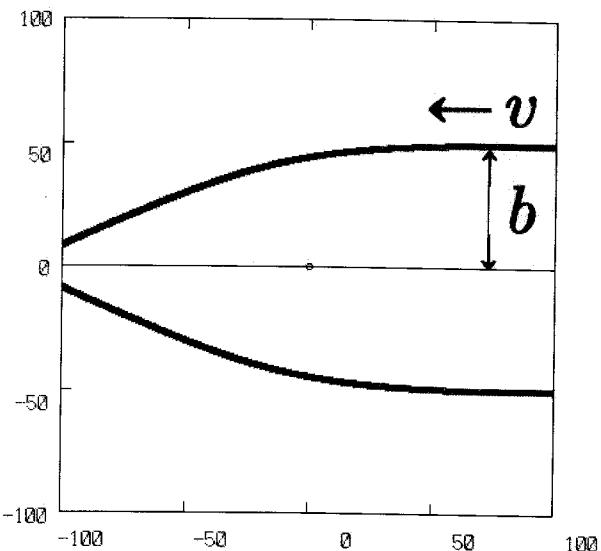


図 6 a 重力ラザフォード散乱

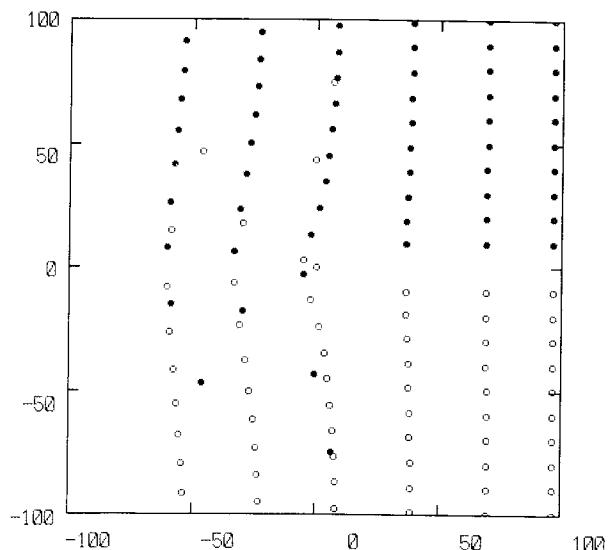


図 6 b 重力ラザフォード散乱

ガスの噴流一が、空間に固定された歳差軸のまわりを首振り運動していると、ジェットは円錐面の上を掃いていく。それを斜めから見たときには、ある瞬間のパターンは、だんだん半径の拡がるコルク抜きのようなモノになる。その一例を図 8 に示す。

パラメータは、

$$\text{ジェットの速度 } v = 0.26 \text{ c}$$

$$\text{視線傾斜角 } i = 79.8^\circ$$

$$\text{歳差角 } \psi = 19.8^\circ$$

である。なお図 8 では、光の速さが有限である効果も考慮してあるので、上側のジェットと下側のジェットの見かけは対称ではない。

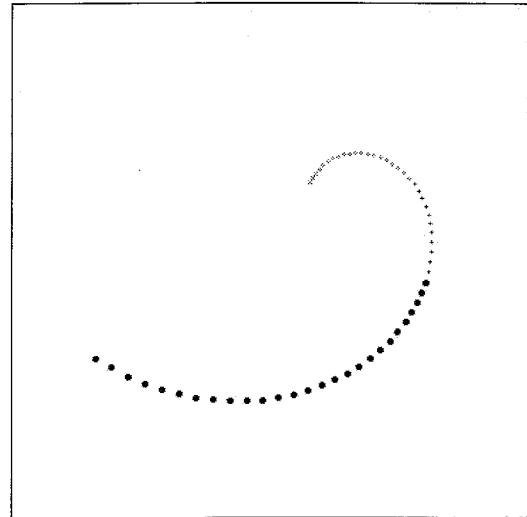


図 7 スプリングラーの等時曲線

2. 4 差動回転

球体や円盤が差動回転しているときにも、綺麗な等時曲線が生まれる。

(a) 太陽磁場／黒点の巻き付き

太陽の表面は一様な角速度で剛体回転しているのではなく、極付近より赤道の方が回転角速度が速い差動回転をしている。そのため、太陽の表面の模様（黒点など）は、異なる緯度にいくつか現れると、そのパターンがずれていく。また磁力線なども変形していく。たとえば、太陽の表面に北極から南極まで経線を引いたとすると、その経線は時間と共に変形していく、巻き付いていく。最初から 10 回転後の一例を図 9 に示す。

このような太陽の差動回転（とくに内部での）が、太陽磁場の成因だと思われている。

(b) 銀河磁場／実体腕の巻き付き

銀河系など渦状銀河（の星やガス）は、中心のまわりを重力と遠心力の釣り合った差動回転している。そのため、渦状銀河に見られる渦状腕が、もし星が渦巻き状に集まつたもの（【実体腕】といふ）だとすると、銀河が数回転するうちに腕がギリ

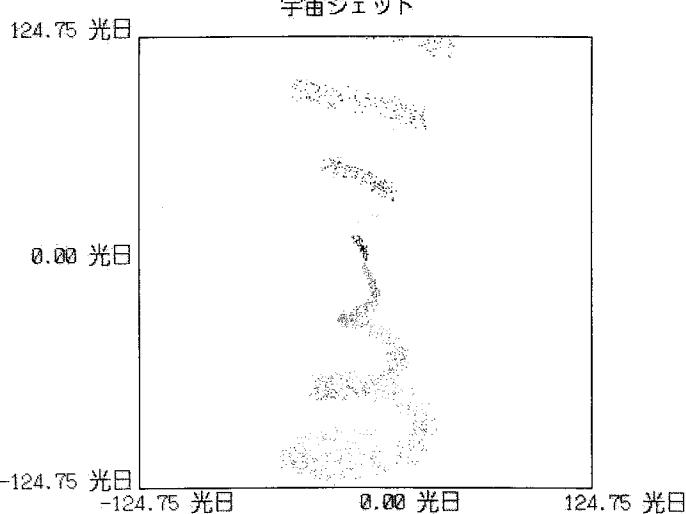


図 8 歲差ジェットの等時曲線

ギリに巻き付いてパターンが壊れてしまう。パターンの巻き付き—等時曲線—の一例を図 10 に示す。

実際の銀河での渦状腕は、円盤内の星の分布に生じた粗密波の一種（音の波のようなモノ）で、パターンの強いところに若く青い星が生まれるので、目立っていることがわかっている（渦状腕のパターンは剛体回転しているが、星自体は差動回

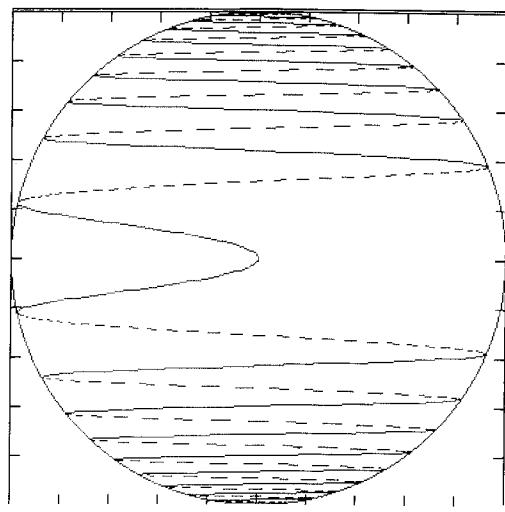


図9 卷き付く磁力線

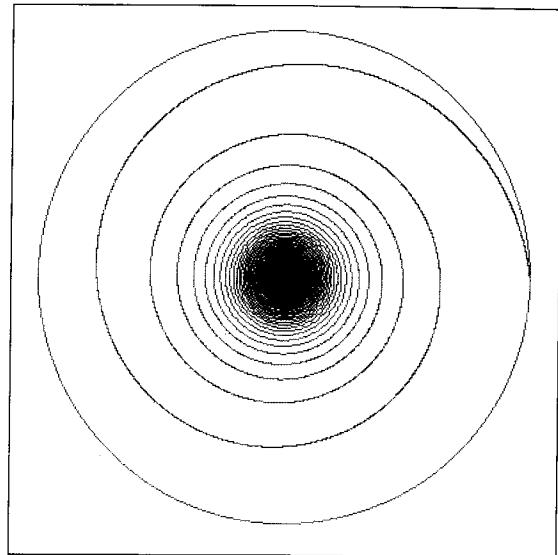


図10 卷き込む磁力線

転している)。

2.5 その他

天文ではよく知られた、HR図（ヘルツシュブルングラッセル図）でも、等時曲線が現れる。すなわち、散開星団などの星は同時に生まれたと考えられる。そして、生まれたときには星はHR図上で主系列と呼ばれる帯状の領域に分布するが、星の寿命は質量によって大きく異なるので、時間が経つとHR図上で星の分布が変形する。このときの等時曲線を調べれば、逆に、星団の年齢がわかるのである。

また、波の波面も等時曲線の一つだ。たとえば、凸レンズや重力レンズで光を屈折させたときの、波面のようすはどうなっているだろうか？ ブラックホールのまわりでの光の広がり具合も面白い曲面になる。

最後に、彗星からの放出物が描く曲線【シンクロナスカーブ】も、ここでのテーマのカリストエクスプレスと関係が深い等時曲線である。

…以下次回

〈関連ホームページ〉

谷 甲州黙認ファンクラブ 青年人外協力隊

<http://www.asahi-net.or.jp/~ft1t-ocai/jgk/>

水城氏ホームページ 航天機構

<http://www2a.biglobe.ne.jp/~mizuki/top2.htm>

野田篤司氏ホームページ

<http://village.infoweb.ne.jp/~anoda/>

Callisto Express: Beautiful Isochrone 1

Jun FUKUE

*Astronomical Institute, Osaka Kyoiku University,
Kashiwara, Osaka 582-8582*

e-mail:fukue@cc.osaka-kyoiku.ac.jp

Abstract: We examine the callisto express, which is one of isochrones appeared in the solar system. Besides this, there are many isochrones, including an explosion sphere, a gravitational Rutherford scattering, precessing jets, a differential rotation, and so on. And to be continued.