宇宙に「天体」はいくつあるか？

長島雅裕
〈国立天文台理論天文学研究系　〒181-8588 三鷹市大沢 2-21-1〉
e-mail: masa@th.nao.ac.jp

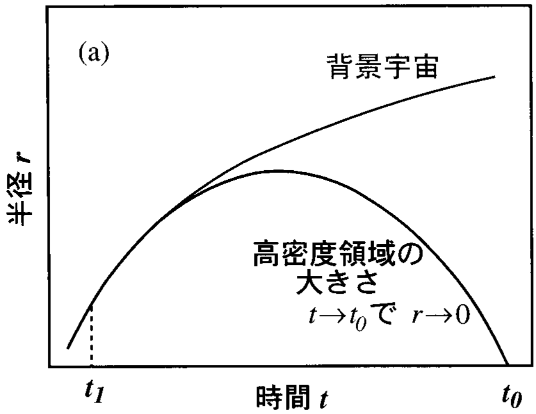
銀河や銀河団などの天体は，宇宙初期の微小な密度揺らぎが自己重力により成長した結果形成されると考えられている．そのような天体の形成過程を論ずるための基礎として，天体の入れ物である「ダークハロー」が初期密度揺らぎ分布から「いくつ」形成されるかを知ることはきわめて重要である．ダークハローの個数を求めるために現在よく使われている手法（Press-Schechter モデルとその拡張）について解説する．

1．はじめに

この宇宙には一体どれくらいの「天体」があるのだろうか？その疑問に理論的に答えるためには，天体がどのような初期条件で，どのような過程を経て形成されたかを知らなければならない．また「天体」と一口に言っても，例えば星と銀河ではその形成過程が全く違うため，まとめて議論することには無理がある．そこで本稿では，「天体」を，銀河や銀河団のように，宇宙論的進化—例えば宇宙膨張の効果が本質的に重要であるような—に於いて形成され，個々の天体はそれぞれ空間的に離れており，個数（密度）が定義可能であるものとしよう．より厳密な定義は以下でなされる．

現在の標準的な宇宙モデルでは，冷たいダークマター（Cold Dark Matter; CDM）が質量として最も大きく重力を支配すると考える．ここで「冷たい」とは，CDM 粒子の速度分散による運動エネルギーがその静止質量のエネルギーよりも小さいことに相当する．現在見られるような銀河や銀河団といった構造は，宇宙初期にはほぼ一様であった CDM 粒子にほんの僅かの密度揺らぎ（ムラ）が存在し，それが自己重力によってますます密度の不均一性を増大させることによって形成されてきたと考えられている．さて，成長する揺らぎ，即ち高密度領域は，はじめのうちは宇宙膨張に引き摺られ，その領域は拡がって行く．やがて自己重力が宇宙膨張に勝ち，収縮を始め，孤立した，安定した「天体」となる．以下ではこのように重力的に束縛されたダークマターの天体を「ダークハロー」と呼ぶ．このダークハローの中で，ガスが冷えることにより銀河ができると考えられている．ガスの質量は CDM の 1 割程度であり，CDM の重力に引き摺られて運動するため，揺らぎの成長に於けるガスの影響は無視できる．

ところで，インフレーションモデルから予測されるような密度揺らぎでは，揺らぎの大きさはガウス分布で，典型的な揺らぎの大きさを表わすその分散は空間的により小さいスケールであるほど大きいと考えられている．空間的に小さいということは占有する体積が小さいということであり，従って後に天体となる質量は小さいということを意味する．また CDM は冷たいので，（空間的に）小さいスケールでの密度の揺らぎがあっても広がって均されることなく密度揺らぎを増大させることができる．後で見るように揺らぎの大きい場所ほど早い時期に天体を形成するので，典型的には質量の小さい天体が先に形成され，それらを呑み込むようにして，或いは小さい天体の合体を通じて，大きい天体が形成されるということになる（ボトムアップ説，或



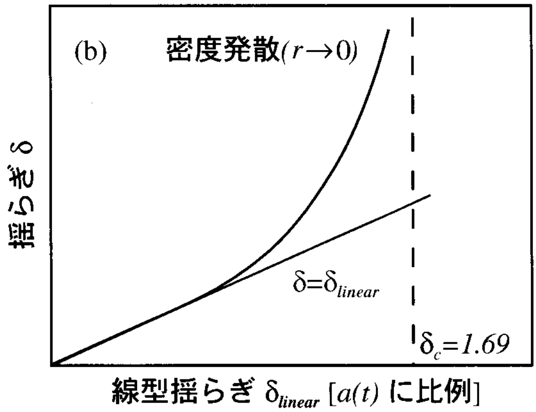


図1　球対称解の概念図．左: 黒線は球対称高密度領域の半径 r が時間と共にどう変化するかを描いたもの．時刻 t_0 で再び $r\to 0$ となる．青線は，単に空間が膨張するだけの場合，即ち球対称領域が平均密度の場合の拡がりの様子．右: 高密度球対称領域の密度揺らぎを，相当する線型揺らぎに対して描いたもの．

いは hierarchical clustering 説)．

このようなシナリオに基づくと，ある大きさの密度揺らぎがどのようにして成長し天体に至るか，ということと，宇宙初期の密度揺らぎの分布（どれくらいの密度の揺らぎがどれくらいあるか）を与えれば，現在どれくらい天体があるのか見積ることが原理的には可能になる．Press と Schechter は 1974 年に初めてこの課題に取り組み，ダークハローの質量関数（ある質量のダークハローがどれくらいの個数密度で存在するのかを表わす関数）を導いた[1]．本稿では，密度揺らぎの分布から質量関数を導く基本的な考え方を紹介する．無論，ダークマターは直接見ることは出来ないため，その質量関数は理論的に予言が可能であっても観測と直接比較はできない．観測できるのは（光で見える）銀河や銀河団である．しかし，それらの形成過程を議論するために，まずダークハローの質量関数を求め，そこから銀河や銀河団の光度分布などに変換して観測と比較するということが行われている．つまり，目に見える銀河などの統計的性質からその形成過程を知るためには，ダークハローの質量関数を知らなければならない，ということである．ここではさらに，ある時刻（例えば現在）での質量関数だけでなく，個々のダークハローの形成史を求める方法も簡単に紹介する．

なお，以下では簡単のため，特に断らない限り宇宙論モデルとして所謂 Einstein-de Sitter 宇宙，即ち宇宙項無しの平坦な宇宙モデルを考える．それ以外の場合への拡張は単純である．

2．密度揺らぎの重力成長

CDM 粒子は冷たい，即ち速度分散による運動エネルギーが粒子の静止質量エネルギーに比べて十分小さいため，今回着目しているような銀河スケール以上での構造の形成を解くためには，その運動を圧力無しの流体として近似できる．従って，流体力学の基本方程式である質量保存の式，オイラー（運動）方程式，ポアソン（重力）方程式を解けば密度の発展が求まる．ここで時刻 t，位置 x での密度を $\rho(x, t)$，この時刻での宇宙の平均密度を $\bar{\rho}(t)$，密度揺らぎを $\delta(x,t)=[\rho(x,t)-\bar{\rho}(t)]/\bar{\rho}(t)$ と定義し，宇宙の大きさの指標となるスケールファクターを $a(t)$ とすると，宇宙初期に密度揺らぎがまだ非常に小さい時期には，$\delta \ll 1$ の時に適用できる線型近似により $\delta(x,t) \propto a(t)$ となることがわかる（以下この線型近似解を $\delta=\delta_{\rm linear}$ と書くことにす

る）．ちなみに，例えば宇宙の晴れ上がりの時期（赤方偏移 $z\sim 10^3$）では，$\delta\sim 10^{-5}$ と非常に小さく，線型近似は十分に成り立つ．一方，銀河のような構造が出来る際には δ の値は 1 よりもずっと大きくなっている必要があり，線型近似は成り立たない．ここで簡単のため，周囲より密度が高い領域がほぼ球対称になっていると仮定して，この領域が時間と共にどう進化していくのかを考えよう．そして，この球対称解と線型近似解（$\delta=\delta_{\rm linear}$）との関係を調べよう[2), 3)]．領域の半径を r，その内側の質量を M とすると，解くべき式は単に $d^2r/dt^2=-GM/r^2$ になる（G は重力定数）．これは解析的に解を求めることができる．

図 1 にこのようにして求めた密度の高い球対称領域の大きさの変化と，その内側の密度の進化の概略を示す．この高密度領域はある時点で自己重力により宇宙膨張から切り離され，収縮に転じる．ここで $r\to 0$ となる時刻を t_0 とおく．この時刻で形式的には密度は無限大に発散することになるが，現実の状況では様々な物理過程により，本当に無限大になるわけではない．この時刻をこの天体の形成時刻と定義しよう．さて，それでは球対称解から得られる密度揺らぎ δ と，スケールファクター a に比例する密度揺らぎの線型近似解（図 1b の直線）とを比較してみよう．すると，$\delta_{\rm linear}=1.69$ となるところで実際の揺らぎ（ここでは球対称解のこと．図 1b の曲線）が発散することがわかる．逆に言うと，ある時刻 t_0 で形成される天体は，宇宙初期，或いはまだ揺らぎが線型段階（$\delta\ll 1$）の時期 t_1（$\ll t_0$）では，揺らぎの大きさはほぼ $\delta_{\rm linear}$ に等しく，$1.69a(t_1)/a(t_0)$ となっているということである．このことから，宇宙初期の密度揺らぎの分布がわかれば，ある時刻でどれくらいの天体が形成されているかを見積ることが可能になる．なお，ある赤方偏移 z で揺らぎが発散する，つまり z でダークハローが形成される点での，現在（$z=0$）での線型揺らぎの値を $\delta_c(z)$ と置くと，線型揺らぎは $a(t)[=1/(1+z)]$ に比例するので $\delta_c(z)=1.69(1+z)$ となる．従って，ある時刻での密度揺らぎの分布が与えられると，どの場所がどの時期に天体となるかがわかることになる．

3・密度揺らぎの分布

さて，ダークハローの特徴は主に質量で特徴づけられるが，今まで考えてきた密度揺らぎと，実際に天体になる質量とはどのように対応づけたらよいのだろうか？　普通，揺らぎをある長さ R で均した（以下ではこの操作を粗視化と呼ぶ）密度分布を持つ宇宙を考え，その宇宙で δ_c になる場所が，質量 $M\simeq R^3\bar{\rho}$ の天体になると考える．粗視化の方法には色々あり，長さのスケール以外にも任意性はあるのだが，詳細はここでは省く．以下，R で粗視化した揺らぎを対応する質量 M を用いて δ_M と書くことにする．ちなみに $R\to\infty$（或いは宇宙の地平線のサイズ）の時，$\delta_M\to 0$ である．何故ならこの時密度は平均密度に一致するからである（厳密に言うと仮定である）．

質量スケール M での揺らぎの分散は，$\sigma_M^2=\langle\delta_M^2\rangle$ と定義される．ここで括弧 ⟨⟩ は平均（アンサンブル平均）を表す．CDM では空間スケール R の小さい揺らぎの分散が大きいと述べたが，それは σ_M が M の単調減少関数である，ということである．揺らぎ δ_M に対する確率分布関数は，ここでは現在の標準的理論に乗っとり，平均ゼロ，標準偏差 σ_M のガウス（正規）分布，

$$p(\delta_M;\sigma_M)d\delta_M=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_M}\exp\left[-\frac{\delta_M^2}{2\sigma_M^2}\right]d\delta_M, \quad (1)$$

で表されるとする．

ところで，密度 ρ は必ず 0 以上の値を取るので，密度揺らぎ δ_M は -1 以上の値しか取れないはずである．しかし，もし δ_M がガウス分布に従うとすると，-1 より小さい値を持つ場所も存在することになってしまい，一見矛盾しているように見える．しかし，偏差 σ_M が十分小さければ，非物理的な値である $\delta_M<-1$ となる割合はほぼ 0 となって無視で

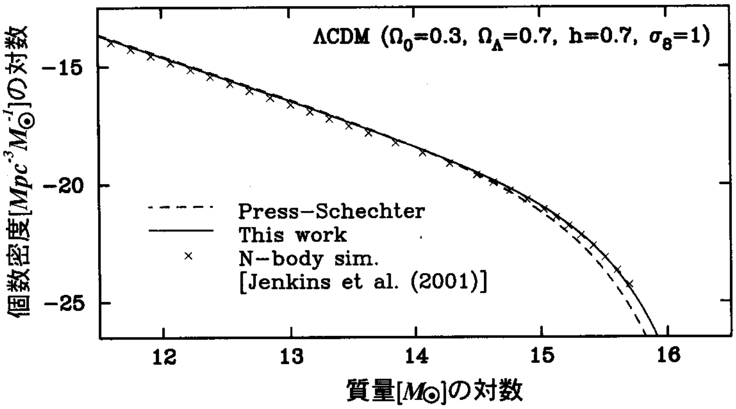


図2　質量ごとの天体の個数密度．$M_\odot$ は太陽質量．宇宙論モデルは最近の標準的な宇宙項入りの平坦なモデルである．

きるので問題はない．さらに，分布関数の表式の中では，必ずδ_M/σ_Mという組み合わせで式に現れるので，σ_Mを定数倍しても，同様にδ_Mを定数倍してやれば矛盾はない．つまり，現在まですべてのスケールで線型成長していると仮定した場合のσ_Mを使って$\delta_M \geq 1.69$となる領域は，現在までに既に天体を形成している領域，と解釈できることになる．この場合は$\delta_M < -1$となる割合は無視できないくらい大きいが，これはあくまでも現在まで線型成長した分だけ大きくした分散の値を使っているために起こる形式上の事に過ぎない．つまり，σ_Mをそのように規格化した，というだけである．通常は，現在まで揺らぎが線型成長しているとして，現在の大きさ（即ち丁度現在に天体が形成される揺らぎの大きさが1.69になる）で規格化する[注1]．

4．Press-Schechter の質量関数

では，この確率分布関数から，天体の質量関数，即ち質量が$M \sim M + dM$にある天体の個数密度，$n(M)$を導こう．まず，以下の等式を考える[4), 5), 6)]．

$$f(\geq \delta_c; \sigma_{M_1}) = \int_{M_1}^{\infty} P(M_1|M_2) \frac{M_2 n(M_2)}{\bar{\rho}} dM_2, \quad (2)$$

ここで左辺は質量スケールMの場でδ_cを越えている領域が宇宙に占める割合（ガウス分布よりただちに得られる；$f = \int_{\delta_c}^{\infty} p d\delta_M$），右辺の$P(M_1 | M_2)$は，将来質量$M_2$の天体に成長する領域，即ち$\delta_{M_2} = \delta_c$となる領域で，$\delta_{M_1} \geq \delta_c$となる部分の割合である($M_1 \leq M_2$)．つまり，「質量スケール$M_1$で$\delta_c$を越えている領域（左辺）」は，必ず質量$M_2(\geq M_1)$の天体となる領域の中に含まれている（大きい天体が小さい天体に含まれるということは有り得ない）ので，「『質量M_2の天体になる領域の中で$\delta_{M_1} \geq \delta_c$となる領域が占める割合$P(M_1|M_2)$×質量$M_2$の天体の存在確率$M_2 n(M_2)/\bar{\rho}$』を$M_1$より大きいすべての質量について足し合わせた量（右辺）」と等しい，というわけである．ここで重要な点は，今我々はすべて宇宙初期の，まだ密度揺らぎが非常に小さい（線型段階にいる）時の揺らぎの場を考えている，ということである．もしM_2スケールの揺らぎが成長してくると，その内部のより小さいスケールM_1の揺らぎは非常に複雑な非線型成長をし，複雑な物理過程を考えなければならないだろう．球対称解を使って，宇宙初期と現在を

注1　この理由により，σ_Mは現在では非線型になる小スケールに至るまで線型の値を使って問題はない．

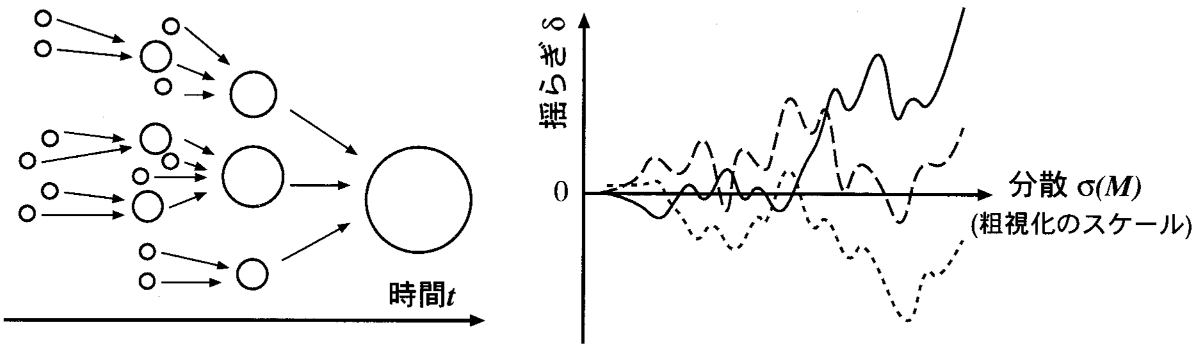


図3　左：ダークハローの形成史の概念図．小さいハローが合体してより大きいハローを形成する．右：ある場所での揺らぎが粗視化のスケールと共にどう変化するかを描いたもの．空間上の場所が異なれば，異なる軌跡を描く．

対応させるという発想が，物事を非常に簡単にしているのである．

さてこのPの値を評価すると，凡そ1/2であることがわかる．もし厳密に1/2が成り立つのなら，両辺をMで微分することで，

$$n(M)dM = -2\frac{\bar{\rho}}{M}\frac{\partial f(\geq \delta_c;\sigma_M)}{\partial M}dM, \tag{3}$$

という有名なPress-Schechter（PS）の質量関数が得られる[5), 7), 8)]．どのような状況で1/2が得られるか，また現実的な状況ではどうなるかは色々調べられているが，一例として最近筆者の計算した例を図2に示す．ここで実線は天体を形成する領域の空間の拡がりや，球対称解と整合的な粗視化の方法を用いてより現実的な状況を想定して計算した場合で，破線がPS質量関数である．宇宙論モデルは宇宙項入りの平坦なモデルを仮定している．参考までに，最近Jenkinsらによって得られた高精度N体シミュレーションによる結果を×印により示す[9)]．筆者のモデルでは，PSモデルに比べ大質量の天体に対し良い近似になっており，シミュレーションと良い一致を示している．

なお，本稿では球対称性を一貫して仮定しているが，天体の形成過程に於ける非球対称性についての考察は，Monacoによる包括的なレビューがあるのでそちらを参照されたい[10)]．

5．天体の形成過程を追う法

次に天体形成の履歴，即ちどのように小さい天体が合体を繰り返し現在に至ったのかを求めよう．例えば銀河の形成を議論したい場合，その明るさや色は星の形成史に強く依存するので，その「入れ物」となるダークハローの形成史を求めることが必要になる．図3左にダークハローの形成史の概略図を示す．ダークハロー（青丸）が時間と共に合体を繰り返し，より大きいハローとなっていく様子を描いている．

ここである場所xでの揺らぎの値$\delta_M(x)$が，質量スケールMとともにどのように変化するかを見よう．既に述べたように，分散σ_M^2，即ち揺らぎの自乗の平均はMの単調減少関数であるが，個々の点での値は平均値0のまわりに揺らいでいる．従って，各点ごとに，粗視化のスケールMを変えるにつれてδ_Mの値は変化し，一つの軌跡を描く．図3右に，分散σ_M^2に対する$\delta_M(x)$の振舞いの例を示す．異なる線は異なる点での揺らぎの値である．では，左右の図はどのように統一的に解釈したらよいのであろうか？

ここで軌跡のうちの一本に注目して拡大して見てみよう（図4左）．大きい揺らぎから天体になる

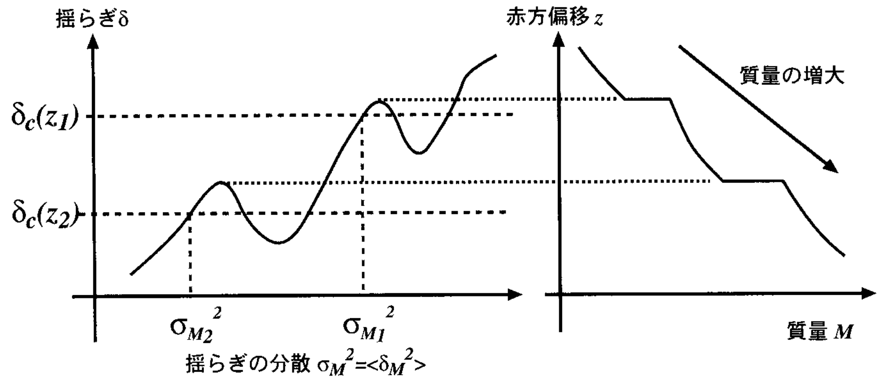


図4　左：ある点での軌跡．右：この軌跡に対応する天体の形成史．

ので，この軌跡ははじめは時間と共に連続的に質量を増やしていくことを示している．これは徐々に大スケールの揺らぎが天体となる，つまり徐々にダークマターを降り積もらせて天体が成長していく様子を表していると考えることができる．ところがある時刻になると，同じ時刻でより大きい質量を示すブランチが出てくる（$\delta_c(z)$ に対して二価関数になっている）．これは複数のダークハローが合体し，この時刻で不連続に質量が増えたものと解釈できる．この様子を，横軸を天体の質量に直して書いたものが右の図である．従って，軌跡の振舞いを調べることで，天体の形成史について大体のことは理解できることになる．但し，実際に直接これを調べることはそう容易ではない．詳細は略すが，N 体シミュレーションと同様の初期条件を作って実際に粗視化をして軌跡を追うか，あるいは δ を位置，σ を時間に見立てて Fokker-Planck 方程式を構成するという方法が屡々用いられる[8)]．

もう少し簡単で直感的な方法を紹介しよう．ある質量スケール M での δ_M の分布はガウス分布で表されると述べたが，質量スケール M_2 で δ_{M_2} をとり，かつ別のスケール M_1 で δ_{M_1} をとる確率は，二変数のガウス分布で表される．これを $p_2(\delta_{M_1}, \delta_{M_2})$ と置く（分散の表示は略す）．なお δ_{M_1} と δ_{M_2} の相関係数は揺らぎの分布の特徴を示す関数（パワースペクトル）で表すことができる．前出の一変数の場合を $p_1(\delta_{M_1})$ と書くと，「質量スケール M_2 で δ_{M_2} となる場合に，質量スケール M_1 で δ_{M_1} となる条件付確率」は $p_c(\delta_{M_1}|\,\delta_{M_2})=p_2(\delta_{M_1}, \delta_{M_2})/p_1(\delta_{M_1})$ と書ける．これを用いると，例えば「現在 $(z=0)$ スケール M_2 の天体になるような領域で，過去 $z=z_1$ に質量 M_1 以上の天体が形成されている確率」が $f_c(\delta_{M_1} \geq \delta_c(z_1)|\delta_{M_2} = \delta_c(0)) = \int_{\delta_c(z_1)}^{\infty} p_c(\delta_{M_1}|\delta_c(0))d\delta_{M_1}$ で求められることになる[注2]．

この確率 f_c を，式（3）の右辺の f のかわりに使うと，「現在 $(z=0)$ 質量 M_2 の天体が，過去 $z=z_1$ でどのくらいの質量のどのくらいの数の天体に分かれていたか」が求められる．つまり，プロジェニタ（先祖）の質量関数が計算できる[8), 11), 12)]．ただし，大きいスケール M_2 での揺らぎの成長が，小さいスケール M_1 での揺らぎの成長に影響を与えない程度に小さいという限りに於いて，これは正しい（線型段階では成り立つ）．

さて，質量 M_2 のハローのプロジェニタの質量関数 $n\,(M_1|M_2)$ は，多くの質量 M_2 のダークハローに対する平均的なプロジェニタの質量分布を表している．しかし，個々のダークハローは，夫々異なる

注2　実は同様の方法が式 (3) の $P\,(M_1|M_2)$ や Fokker-Planck 方程式に於ける遷移確率の導出にも使われている．

プロジェニタのセットを持っている．例えば似たような質量のプロジェニタが複数ある場合もあれば，一つだけ大きいプロジェニタがあって，あとは細かいプロジェニタが沢山あるなどバラエティに富んでいる筈である．銀河の多様性が，このように「入れ物」であるダークハローの形成史の多様性を反映しているとすれば，個々の履歴を取り扱うことが必要になる．そこで，プロジェニタの質量関数を元に，モンテカルロ法によりランダムにプロジェニタのセットを得れば，様々なダークハローを再現することができる．謂わば骰子を振って，個々のダークハローがどのようなプロジェニタを持つかを決めるわけである．適当な赤方偏移の幅をタイムステップにして，各プロジェニタのプロジェニタをまたランダムに得ることを繰り返せば，現在ある質量の天体がどのような履歴を負って成長してきたか，その形成史がわかることになる[13), 14), 15)]．このようにして得た各ハローの歴史を使って，さらにガスの冷却や星形成過程などにモデルを用いて銀河の形成を調べる試みが行われている[15), 16), 17), 18)]．

6．おわりに

今回は，宇宙初期の密度揺らぎの統計的性質とその重力成長から，ダークハローの質量関数や形成史がどのように導かれるかを紹介した．ダークハローそれ自体は直接観測されるものではないが，銀河や銀河団のように「目」に見える天体の謂わば入れ物であるため，それを知ることは銀河などの形成過程を理解する上で重要である．

これをさらに発展させて，ダークハローの中でのガスの冷却・加熱，星の形成などを計算し，銀河や銀河団の光度や色を求めて，直接に観測結果と比較してそれらの形成過程を調べようという手法（銀河形成への準解析的アプローチ）が最近発展してきている．紙数の都合で紹介は不可能だが，興味のある方は過去の天文月報の記事を参照されたい[19)]．

さて，最後に今回の議論の注意点を幾つか述べよう．本稿では，δ_cに達した揺らぎがダークハローを形成するとした．しかし，揺らぎの大きさのみで天体形成を議論して良いのであろうか？　これを改良する一つの方法は，揺らぎのピーク（局所的極大）が天体に対応するという考え方である．つまり，あるスケールで粗視化した時にδ_cで，かつピーク（揺らぎの空間についての一階微分が0で上に凸）であることを天体形成の条件にするというものである[20), 21)]．次に，粗視化のスケールと実際に天体となる質量との関係である．粗視化の方法や，球対称解の採用の是非という問題とも関わるが，本質的にはダイナミクスをより詳細に取り扱う必要のある難しい問題である．そして，より深遠な問題として，「ダークハローとは何か？」という問いかけがある．本稿で示したように，密度揺らぎという「量」の発展は，天体（ダークハロー）の生成という「質」に転化する．しかし，この「質」をどのように定義するかは決して自明ではない．我々が知りたいことはダークハローそのものの性質ではなく，その中に含まれている銀河や銀河団の性質なのである．従って，ハローを定義する際には，何を調べようとしているのかということに常に気をつける必要がある．例えばハロー形成後のガスの熱的進化を知りたければ，形成時の衝撃波加熱が重要なプロセスとなるであろうから，これが起こる時刻を形成時刻とし，衝撃波面を通過するダークマターの量を天体の質量とする，というようなことを考えるべきであろう．

また，ダークハローの形成史は，現状では非常に簡単化された方法でしか扱われていない．無論，N体シミュレーションの結果から，そう真実から外れているわけでもないと考えられてはいる．しかし，より本質をついた，洗練された方法の登場が望まれる．

本稿を通して，派手ではないが，ダークハローの質量関数・形成史を調べるという地道な研究の重要性が，少しでも伝われば幸いである．

参考文献

1) Press W.H., Schechter P., 1974, ApJ, 187, 425
2) Tomita K., 1969, PTP 42, 9
3) Gunn J.E., Gott J.R., 1972, ApJ 176, 1
4) Jedamzik K., 1995, ApJ 448, 1
5) Yano T., Nagashima M., Gouda N., 1996, ApJ 466, 1
6) Nagashima M., 2001, ApJ 562, 7
7) Peacock J.A., Heavens A.F., 1990, MNRAS 243, 133
8) Bond J.R., Cole S., Efstathiou G., Kaiser N., 1991, ApJ 379, 440
9) Jenkins A. et al., 2001, MNRAS 321, 372
10) Monaco P., 1998, Fundam. Cosmic Phys 19, 157
11) Bower R., 1991, MNRAS 248, 332
12) Lacey C.G., Cole S., 1993, MNRAS 262, 627
13) Kauffmann G., White S.D.M., 1993, MNRAS 261, 921
14) Somerville R.S., Kolatt T., 1998, MNRAS 305, 1
15) Cole S., Lacey C.G., Baugh C.M., Frenk C.S., 2000, MNRAS 319, 168
16) Kauffmann G., White S.D.M., Guiderdoni B., 1993, MNRAS 264, 201
17) Somerville R.S., Primack J.R., 1999, MNRAS 310, 1087
18) Nagashima M., Totani T., Gouda N., Yoshii Y., 2001, ApJ 557, 505
19) 郷田直輝, 2000, 天文月報2月号, 60頁
20) Peacock J.A., Heavens A.F., 1985, MNRAS 217, 805
21) Bardeen J.M., Bond J.R., Kaiser N., Szalay A.S., 1986, ApJ 304, 15

How Many Objects in the Universe?

Masahiro NAGASHIMA
Division of Theoretical Astrophysics, National Astronomical Observatory, Mitaka, Tokyo 181-8588

Abstract: It has been widely accepted that objects such as galaxies and galaxy clusters form via gravitational growth of initial density fluctuations. Here in order to obtain a basic framework of structure formation based on the above picture, it is shown how to obtain a mass function of objects and merging histories from the distribution function of initial density fluctuation.