

# シミュレーション天文学のすすめ

## —惑星系重力多体系編—

小久保 英一郎

〈国立天文台理論天文学研究系 〒181-8588 東京都三鷹市大沢 2-21-1〉

e-mail: kokubo@th.nao.ac.jp

私はシミュレーションを駆使して、惑星系形成過程の未知の領域を探索しています。さまざまな物理過程が複雑に入り組んだ形成過程を調べるにはシミュレーションは強力な武器になります。私がこれまで行ってきた  $N$  体シミュレーションとはどのようなもので、どのようなおもしろさがあるのか紹介します。また、私の研究対象である惑星系重力多体系について、その基本問題を解説したいと思います。

### 1. はじめに

天文学は宇宙を観ること、つまり観測天文学から始まりました。太古の昔、空を見ていた人類は太陽、月、惑星、恒星などの日周運動や季節変化を見て不思議に思ったことでしょう。そして天体の運動を説明する理屈を考え始めました。理論天文学の始まりです。この二つが前世紀前半までの天文学のすべてでした。

コンピュータの発明によって事情は大きく変わりました。天文学の対象である天体や宇宙はあまりに規模が大きく実験室で実験することは不可能です。しかし、コンピュータの中に宇宙を再現してさまざまな実験ができるようになりました。シミュレーション天文学の始まりです。この方法は観測、理論に次ぐ第3の天文学として、今では現代天文学に必要不可欠な手法になっています。これらが三つ巴になって互いに補完し合い、刺激し合いながら天文学は発展しているのです。

私はシミュレーションを行い、惑星系形成の問題に取り組んでいます。もう1年も前になりますが、この研究について研究奨励賞をいただきありがとうございます。ここでは、シミュレーシ

ョンとはどのようなもので、どのように楽しい（と私が思っている）のか紹介したいと思います。また、私が行ってきた惑星系形成の研究について、各論ではなく共通する一般的な基本問題をシミュレーション結果を示しながら紹介しようと思います。各論については昨年2回ほど月報で紹介させていただいたので、詳しく知りたい方はそちらをご覧ください<sup>1),2)</sup>。

### 2. シミュレーションの楽しみ

ここでは天体现象の基礎方程式を数値的に解くことによって天体现象を調べることをシミュレーション天文学と呼ぶことにします。

シミュレーションの使い方には大きく分けて二通りあります。一つはある仮説があり、それを検証するためにシミュレーションを行うという場合です。もう一つは何が起きるかよくわからない未知の領域を探索するのにシミュレーションを使うという場合です。シミュレーションの醍醐味はこのような発見的なシミュレーションにあるでしょう。どのような結果になるのかどきどきしながらシミュレーションが終わるのを待つわけです。結果が分かってから理論を考えてみると、すんなり

と本質が見えてきたりします。また、仮説検証の場合でも予期せぬ結果が出ることもあり、これはこれで楽しいものです。もちろん問題が解決してからそう思うのですが。

私の好きな言葉に「探検は知的情熱の肉体的表現である」“Exploration is the physical expression of the intellectual passion”（探検家 A. Cherry-Garrard）があります。私はこれをもじって「シミュレーションは知的情熱の計算的表現である」“Simulation is the computational expression of the intellectual passion”と言って喜んでいますが、原典の言葉にあるように、シミュレーションにはコンピュータを使って未知の世界を探検する、というおもしろさがあるのです。

探検家が装備や道具にこだわるようにシミュレーション家も道具にこだわります。なかには専用のコンピュータを自作してしまうという GRAPE プロジェクトのようなものまであります<sup>3)</sup>。そこまではいかなくても、多くのシミュレーション家は計算プログラム（コード）には凝ります（多くの場合、必要に迫られてですが）。いかに速く正確に計算するかが勝負どころです。日々手入れをし、より良いものを使用するというのは、探検道具と同じです。コード開発は奥の深い世界で、楽しくもあります。私も少しだけ楽しんでます。

### 3. $N$ 体シミュレーション

それでは私が行ってきた  $N$  体（多体）シミュレーションの紹介をしたいと思います。天文学では銀河団、銀河、星団などは、重力で相互作用する多数の粒子からなる系、重力多体系と考えられます。重力多体系の構造や進化を調べるのには  $N$  体シミュレーションが強力な武器となります。  $N$  体シミュレーションでは、構成粒子の重力相互作用を計算し、重力多体系の時間発展を記述する基礎方程式（運動方程式）を数値的に積分して系のふるまいを調べます。

運動方程式は

$$\frac{d^2 \mathbf{x}_i}{dt^2} = \sum_{j \neq i}^N G m_j \frac{\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|^3} \quad (1)$$

です。

ここで  $G$  は重力定数、 $m$  と  $\mathbf{x}$  は粒子の質量と位置です。  $N$  は粒子数で、これは  $N$  元連立常微分方程式になります。この式はニュートンの運動の法則と万有引力（重力）の法則を表現したものです。右辺は重力相互作用で、全粒子間の重力を足すということを表しています。この式は  $N$  が 3 以上のときは解析的な解が存在しません。そこで解を式としてではなく、数値として得ようというわけです。天文学では  $N$  の数はそれこそ星の数だけあるわけですから、重力相互作用の計算はたいへんです。例えば、散開星団は  $10^2$  個、球状星団は  $10^5$  個、銀河は  $10^{10}$  から  $10^{11}$  個も星があります。重力相互作用の計算量は、1 粒子あたり  $N$  に比例するので、全系では  $N$  の自乗に比例します。この膨大な計算量のためにスーパーコンピュータが必要になります。

$N$  体シミュレーションでは運動方程式という第一原理から系の時間発展を計算します。そのためモデルの不確定性や恣意性が入りにくいという長所があります。また、問題として明確に定義できます。それなら答えもすぐに分かるかというところはいいきません。重力相互作用は非線形性が強く、どのようなことが起きるかすぐには分からなかったりします。それがおもしろさでもあるのですが。

$N$  体シミュレーションの楽しさはダイナミックな粒子の運動を見ることができるといふことにもあります。自分の創り出した宇宙で粒子が渦巻いたり、衝突したり、構造を形成していく様子を見るのは楽しいものです。

### 4. 惑星系重力多体系

私の研究対象である惑星系重力多体系の特徴を見てみましょう。惑星系の重力多体系には、原始

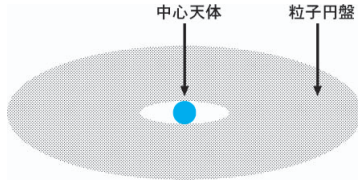


図 1 惑星系重力多体系の模式図.

惑星系円盤（微惑星系）、原始衛星系円盤（微衛星系）、惑星リングなどがあります。これらの系の特徴は、中心に質量の大きな支配的な天体があり、その周りに円盤状に公転しながら重力相互作用する粒子があるということです（図 1）。運動方程式は

$$\frac{d^2\mathbf{x}_i}{dt^2} = -GM \frac{\mathbf{x}_i}{|\mathbf{x}_i|^3} + \sum_{j \neq i}^N Gm_j \frac{\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|^3} + f_{\text{衝突}} + f_{\text{外力}} \quad (2)$$

となります。

$M$  は中心天体の質量です。右辺は左から中心天体重力、粒子間重力、衝突（合体）の効果、その他の外力を表しています。

粒子が有限のサイズを持つということも惑星系重力多体系の重要な特徴です。そのため粒子は衝突したり、合体したりします。これは普通の恒星系の重力多体系では無視できます。また、合体があるために質量分布が変化し、さらにそれによって重力相互作用が変わります。このようなことが問題を難しくかつおもしろくしています。

惑星系重力多体系は粒子のサイズと重力圏の大きさの関係から 3 種に分けることができます（図 2）。実は先ほど挙げた 3 例は系のスケールの違いだけでなく、本質的に違う物理状況になっています。中心天体の潮汐力と粒子間の自己重力が釣り合うところをロッシュ限界半径と呼びます。潮汐力とは、粒子にはたらく中心天体の重力と公転による遠心力の差で、粒子を動径方向に引き延ばそうとする力です（海の潮汐を起こしている力です）。潮汐力の大きさは粒子のサイズに比例し、中心天体からの距離の 3 乗に反比例します。ロッシュ限界半径は、または、粒子の物理サイズと粒

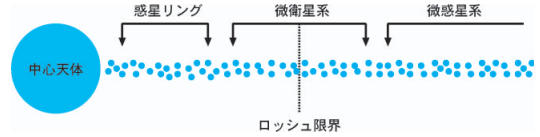


図 2 惑星系重力多体系のロッシュ限界による分類.

子の重力圏の大きさが等しくなる場所と言ってもいいです。

ロッシュ限界半径の内側では潮汐力が強く、自己重力で粒子どうしが束縛されることはありません。惑星リングはこのような状況にあります。惑星リングからはいくら待っても衛星は形成されないわけです。逆にロッシュ限界半径から十分遠いところでは潮汐力が弱く、無視しても構いません。微惑星系がこの場合に相当します。さらにちょうどロッシュ限界をまたぐような系が原始衛星系円盤になります。この円盤では内側では惑星リングのように、外側では微惑星系のように系が進化します。月を形成したと考えられている巨大衝突によって形成された原始月円盤がこれに対応します。

## 5. 重力相互作用による基本進化

惑星系重力多体系の粒子の基本運動は中心天体回りのケプラー運動です。粒子の軌道は軌道要素を使って表すことができます。その中でも軌道長半径  $a$ 、軌道離心率  $e$ 、軌道傾斜角  $i$  が重要になります（図 3）。粒子の基準面内の円運動からのずれの運動をランダム運動、その速度  $v$  をランダム速度と呼びます。ランダム速度の動径方向と垂直方向の成分はそれぞれ  $e$  と  $i$  に比例します。

粒子の軌道は粒子の重力相互作用で進化しま

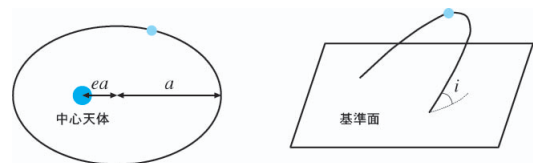
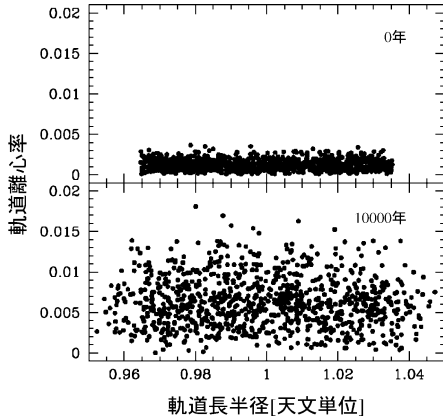
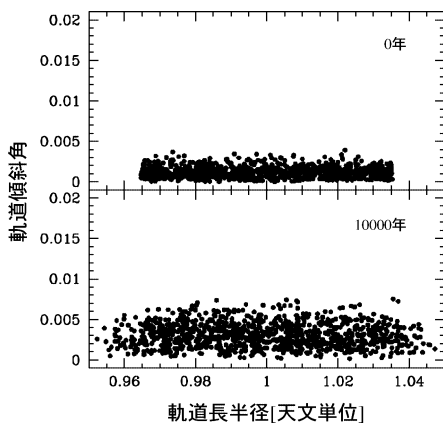


図 3 ケプラー軌道要素.



(a)



(b)

図4 初期状態と1万年後の粒子の (a) 軌道長半径-軌道離心率と (b) 軌道長半径-軌道傾斜角面上でのスナップショット。

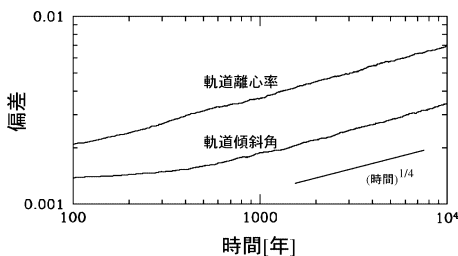


図5 粒子の軌道離心率と軌道傾斜角の偏差の時間進化。

す。惑星系重力多体系は恒星力学の分類で言えば衝突系になります。すなわち、2粒子どうしの重力散乱によって、粒子の軌道が進化します。これは2体緩和と呼ばれます。

惑星系重力多体系の基本的な進化を見てみましょう。簡単のために中心天体と重力相互作用している等質量の粒子からなるリングを考えます。衝突は無視します。 $10^{24}$  gの微惑星1,000体からなる系を例にします(図4, 5)。初期条件は、リングの平均軌道長半径  $a=1$  AU, 幅  $\Delta a=0.07$  AU, 粒子の  $e$  と  $i$  の偏差  $\sigma_e=\sigma_i=0.0014$  です。

図4は初期状態と1万年後の系のスナップショットです。粒子の  $a$  は散乱によって増加したり減少したりします。そして酔歩によってリングは拡散していくことになります。 $e$  と  $i$  も散乱の条件によって増減しますが、平均では大きくなっていきます。つまり、 $\sigma_e$  と  $\sigma_i$  は時間とともに大きくなります。このとき分布はレイリー分布に緩和します。偏差はある程度以上大きくなると時間  $t$  の  $1/4$  乗に比例して増加します(図5)。この時間進化は円盤系の特徴です。ランダム速度が大きくなることを、分子運動論とのアナロジーで系が熱くなるともいいます。この効果は自己重力による「粘性加熱」と言われます(円盤銀河で言う円盤加熱です)。おもしろいことに、このとき  $\sigma_e/\sigma_i \approx 2$  ( $\sigma_i$  の単位はラジアン) となります。これはランダム速度が等方的な場合の値1より大きくなっています。これは中心天体のケプラーポテンシャル中の粒子の2体緩和の特徴です(円盤銀河でもこれに対応する恒星の速度分散の非等方性が知られています)。

ここまでをまとめると、自己重力リングは動径方向に拡散しながら、ランダム速度を大きくしていくわけです。垂直方向のランダム速度の増加( $i$  の増加)により垂直方向の厚みも増します。

次にこの自己重力リングの中に一つだけ他の粒子より十分に質量の大きな粒子があるとしましょう。この粒子はどのような軌道に進化するでしょ

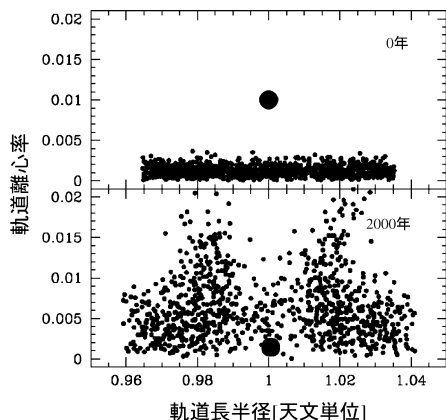


図 6 大粒子が 1 個ある場合の初期状態と 2 千年後の粒子の軌道長半径-軌道離心率面上でのスナップショット。

うか。答えはほぼ基準面でのほぼ円軌道です。図 6 は図 4 と同じ初期条件に、微惑星質量の 100 倍で初期軌道要素  $a=1 \text{ AU}$ ,  $e=0.01$  の大粒子を加えたもののスナップショットです。2000 年後に大粒子の  $e$  がほぼ 0 まで減少しています。これも 2 体緩和の効果で、「力学的摩擦」と呼ばれるものです。力学的摩擦はエネルギー等分配と言ってもいいです。粒子間の重力相互作用によってランダム運動の運動エネルギーはどの粒子も等しくなるようになります。運動エネルギーは  $(1/2)mv^2$  なので質量  $m$  の大きな粒子の  $v$  は小さくなります。つまり、 $e$  と  $i$  が小さくなるわけです。また、逆に大きな粒子の周りの小さな粒子の  $e, i$  は大きくなっているわけです。以上の粘性加熱と力学的摩擦が 2 体緩和による系の進化の基本です。

それでは次に、簡単な応用問題として、大きな粒子が 2 個あったらどうなるか考えてみます。問題は、多数の小粒子の中で重力相互作用する 2 大粒子の軌道はどのように進化するのか、ということになります。答えは、2 大粒子は軌道間隔  $b$  が小さい場合は、ほぼ円軌道を保ちながら  $b$  を大きくする、「軌道反発」というものです。重力で引き合っているのに離れていくのはおかしいと思いかもしれません。これは以下のように説明されま

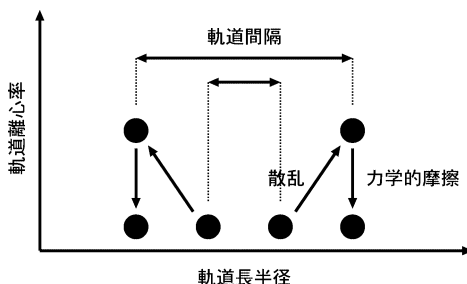


図 7 軌道反発の模式図。

す。図 7 を見て下さい。大粒子の軌道の  $e$  と  $i$  は小粒子からの力学的摩擦によりほぼ 0 になっています。ほぼ円軌道の粒子どうしが散乱すると、 $b$  と  $e$  は大きくなります。これはエネルギー保存と角運動量保存から導くことができます。 $e$  は散乱後に小粒子からの力学的摩擦により再び小さくなります。このとき  $b$  は変化しません。結果、2 粒子は円軌道のまま  $b$  を大きくすることになるので、この軌道反発の発見は後に原始惑星の寡占的成長の発見につながります<sup>4)</sup>。

ではさらに粒子の質量が衝突合体によって変化していくときはどうなるでしょうか。これは惑星系形成の問題そのものです。これまで解説してきた順序はまさに私たちのグループが研究を進めてきた道りでもあります。このように、まずなるべく簡単な系を考え、その進化の素過程を明らかにし、それを惑星系形成や衛星系形成に適用してきたのです（興味がある方は文献 4 をご覧ください）。そして理論を  $N$  体シミュレーションによって検証したり、ときには発見したりしてきたわけです。

## 6. 統一的理解へ

現実の惑星系重力多体系は複雑です。粒子の重力相互作用以外にも、衝突（合体）や外力により軌道は変化します。外力としては他の天体からの重力、中心天体重力の非球成分、ガスとの相互作用などがあります。衝突や外力の性質により、系は多様な進化を見せます。そして、まだまだ調べ

られていない未開の領域が広がっています。

私は惑星系重力多体系の進化を统一的に理解したいと考えています。惑星系重力多体系の基本進化をつかさどる重要なパラメーターは粒子の質量と個数密度です。また、衝突も考慮するなら、先に述べたようにロッシュ限界半径との位置関係も重要になります。そして多様な外力があります。これらの条件の違いによって、系の進化がどのように決定されるのか统一的に理解したいと考えています。

この理解はすなわち、さまざまな条件下での惑星系形成（彗星、小惑星などの小天体系の形成も含む）、衛星系形成（月からガリレオ衛星などの多衛星系まで）、惑星リング進化（縞構造、楕円リングなど）を理解することになります。また、理論は円盤銀河などの類似した系への応用も可能でしょう。これらの問題に理論とシミュレーションを駆使して挑んでいきたいと思っています（具体的な問題の例に関しては文献2をご覧ください）。

## 7. おわりに

シミュレーションをすることの楽しさは自分の宇宙実験室を持ち、そこで自由に好きな実験ができるということです。しかし、それは誤った実験もできる、ということを含みます。シミュレーションをすると、たいてい何かしらの結果が出ます。しかし、それが知りたい現象を正しくとらえているかは保証されているわけではありません。解の収束性や数値誤差の問題など、いつも気を付けていなくてはなりません。結果の真正性の飽くなき追求が必要です。

私が研究室に入ったばかりころ、GRAPE開発の初期で、GRAPEを使ったシミュレーションが行われ始めていました。研究室のセミナーで杉本大一郎先生がよく言っていたことを覚えています。「シミュレーションしました、という論文ではだめだよ」これは計算したらこうなりました、と

いう論文ではいけないということです。シミュレーションはあくまで道具で、私たちが知りたいのは現象の物理なのです。私はいつもこの言葉を忘れないように気をつけなければいけないと思っています。

最後に、これまで指導教官や受け入れ教官としてお世話になった杉本大一郎先生、井田 茂さん、牧野淳一郎さんに感謝します。彼らから研究の戦略（思想？）、スタイル、テクニックについて多くを学びました。また、これまでお世話になった東京大学教養学部宇宙地球科学教室、東京大学理学部天文学教室、東京工業大学理学部地球惑星科学科、国立天文台理論天文学研究系、同天文学データ解析計算センターの皆さんに感謝します。

## 参考文献

- 1) 小久保英一郎, 井田 茂, 2003, 天文月報 96, 215
- 2) 井田 茂, 小久保英一郎, 2003, 天文月報 96, 631
- 3) 杉本大一郎, 専用計算機によるシミュレーション, 朝倉書店
- 4) 井田 茂, 小久保英一郎, 1999, 一億個の地球, 岩波書店

### Fun with Planetary $N$ -Body Simulations

Eiichiro KOKUBO

*Division of Theoretical Astrophysics, National Astronomical Observatory, Osawa 2-21-1, Mitaka, Tokyo 181-8588, Japan*

Abstract: I have been performing  $N$ -body simulations to explore the formation process of planetary systems.  $N$ -body simulation is a powerful tool for the investigation of the complex physical processes such as planet formation. Here I mention what  $N$ -body simulation is and what is fun with it. I also explain briefly the basic evolution of planetary  $N$ -body systems.