相対論的輻射流体力学における速度に依存する変動エディントン因子

福　江　　　純
〈大阪教育大学教育学部　〒582–8582 柏原市旭ヶ丘 4–698–1〉
e-mail: fukue@cc.osaka-kyoiku.ac.jp

漢字だらけの口に出して読めば舌をかみそうなタイトルで扱われている，流体力学×輻射輸送×相対論のどれもが重要であるという，研究者にとっても難易度 AAA の問題について，無謀なことは承知のうえで，あえて月報誌上で紹介してみようと思う．新しい装置や大きな“目”による新発見は，絵的にもわかりやすいし一般の人にもアピールしやすいが，その一方で，地道な（笑）理論的基礎的研究も行われているんだということをわかっていただければありがたい．

1. 頭の中で“カチリ”と音がする

ユーレカ（わかった！）と叫んだとき，アルキメデスも“カチリ”という音を聞いたのだろうか．すごいアイデアを思いついた（と錯覚した）ときとか，難しい問題の理解ができた（と錯覚した）ときなど，頭の中で“カチリ”という音がすることがある．大学院の博士課程 2 年の頃，宇宙ジェットのモデルを思いついたとき，初めてそんな歯車がかみ合うような音が聞こえた．衝撃的な体験だった．それ以来，何度か聞いたことがあるが，最近，ご無沙汰だなーと寂しく思っていたら（笑），久しぶりに頭の中で“カチリ”と音がした．昨年（2005 年）10 月 12 日（水）のことである．

そのときに考えていたのが，相対論的輻射流体力学で出現した特異性をどう解消するかという問題だった．春先から取り組んでいた問題で，形式的な解決方法はわかっていたのだが，物理的な意味づけがずっとわからなかったのだ．それが，季節も涼しくなり，学会直後で頭も研究モードになっていたためか，自分なりに謎の説明がすっきりとできたときのことである．スイッチが入ったような，ジグソーパズルの最後のピースがはまったような，“カチリ”という音がしたのである．

もちろん，音がしたからといって，すごい研究だという保証はないが，科学研究も人間関係も，だいたいはそんな錯覚（思い込み）で成り立っているもんじゃなかろうか．

ま，この話は別のところでも書いたので，前フリはこれぐらいにしておこう．

以下，**2** 節ではそもそも輻射輸送とはどういうものかについて簡単に復習し，**3** 節で本研究の動機について述べ，**4** 節では物理的な描像を説明し，**5** 節で問題を解決するための修正方法を提案し，**6** 節で具体的な計算例を紹介し，**7** 節で今後の問題などを検討する．

輻射輸送はもとより，流体力学や相対論についても，学部レベルで学ぶことは最近は少ないようだが，これらは理論研究には必須の手法である（も一つ必須なのが磁気流体力学）．理論天文学を志す人たちは，是非，身につけて欲しいと思う．

2. 復習：輻射はどう伝わるか？

最初に物質（ガス）中の光（輻射）の伝わり方について，少し丁寧に説明しておこう．なお，多数の光子からなる光子の流れを「輻射（放射）」と

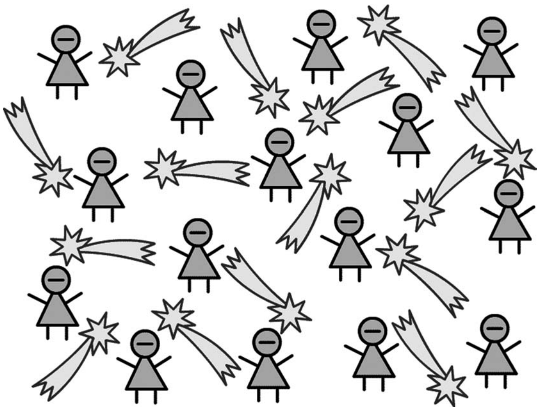


図1　粒子サンと光クン—その1：世の中．世の中には粒子（つぶこ）サンと光クンがいる．

呼ぶ．平たく言えば，「光線」のことである．

2.1　平均自由行程

理科などでは“光（光線）は直進する”と習うが，これはウソである．正確に言えば，半分は本当だが半分はウソだ．実際，晴れた日には遠くの山々の木々はよく見えるし，何光年も離れた星からの光も地球まで“直進して”くるが，もやのかかった日には山々の木々は見えないし，光が詰まっているだろう太陽の中心部も見ることができない．

具体的には，例えば，晴れた日には数 km 先まで見えるが，もやが濃いときには 1 m 先ぐらいまでしか見えないこともある．ガスが非常に希薄な星間空間では何万光年も彼方の星が見えるが，ガス密度が高い太陽の内部では 0.5 cm 先ぐらいまでしか見えない．

すなわち，世の中には光だけでなく物質（ガス）も存在していて，光は通過する途中に存在する空気やガスの種類や状態によって，伝わり方が影響を受けるのだ（図1）．

このような事情から，物質（ガス）中での光の伝わり方を考えるときに，光が直進できる距離を「平均自由行程」と呼んでいる．例えば，もやが濃いときの平均自由行程は 1 m で，太陽内部の平均自由行程は 0.5 cm ほどになる．世の中に光だけしかなければ，“光線は直進する”のだが，粒子（物質）と光子からなる世の中では，

“光線は平均自由行程だけ直進する”

のである．

では，平均自由行程だけ進むと光はどうなるのか．物質（ガス）中の粒子（原子や分子）と出会うのだ（専門的には“衝突する”という）．というか，これはトートロジー（同義反復）のようなもんで，粒子と出会うまでの（平均の）距離が，平均自由行程の定義にほかならない．

物質（ガス）中を伝わる光の平均自由行程を決める要因は何だろうか？ 一つはガスの（物質）密度だろう．密度 ρ は [g/cm^3] の単位をもっている．ガスの密度が濃ければ，光はより短い距離でガス中の粒子に出会うだろう．したがって，平均自由行程は密度に反比例する．

もう一つの要因はガスの状態だろう．空気中の水滴が多いと光は届きにくいし，ガスが電離していると光は届きにくくなる．そこで，光の通りにくさを表す指標として，ガス密度以外の要素を全部押し込めた「不透明度（質量吸収係数）」と呼ばれるものを用いる．（単位質量当たりの）不透明度 κ は [cm^2/g] という変な単位をもっている．不透明度が高いと光は通過しにくくなる．したがって，平均自由行程は不透明度に反比例する．

以上から，定義的に，光の平均自由行程 λ は，ガス密度 ρ と（ガス密度以外の全部の要素を含む）不透明度 κ の積に反比例する：

$$\lambda = 1/(\kappa\rho) \tag{1}$$

平均自由行程 λ はもちろん [cm] の単位をもつ．

例えば，太陽内部では，密度は平均的に 1 g/cm^3 程度で，不透明度は 1 cm^2/g 程度なので，平均自由行程は 1 cm のオーダーになる．

2.2　光学的深さ

さて，平均自由行程が大きいときは光は遠くまでさっと届くが，平均自由行程が短いと光は遠くまで伝わりにくい．そこで，光子の輸送という観点から，光にとっての光が感じる“距離”として，

実距離の代わりに「光学的深さ」というものを使うことがある．

光が通過した実距離 s と物質密度 ρ と不透明度 κ を用いると，光学的深さ τ は，

$$\tau = \kappa\rho s \qquad (2)$$

で定義される．単位を掛けたらわかるように，光学的深さの単位は無次元である．光学的深さが小さいと光は真っ直ぐに進みやすいが，光学的深さが大きいと光は通過しにくくなる．また，平均自由行程との関連で言えば，

光学的深さが 1 になる距離が平均自由行程にほかならない．すなわち，光学的深さが 1 になる実距離（平均自由行程）だけ進むと，光は物質粒子に出会うこととなる．

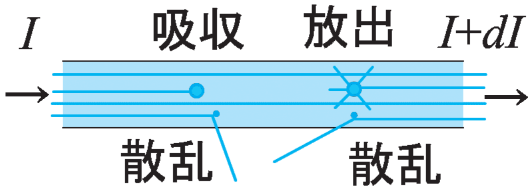
平均自由行程と光学的深さの関連（違い）がわかりにくいかもしれないが，例えば，こう考えてみたらいいだろう．空気中にもやがかかっていて平均自由行程が 1 m の状態で，実距離で 1 km 先の山までの光にとっての“距離”を表現するとき，平均自由行程の 1,000 倍というか，光学的深さが 1,000 というかの違いである．ちなみに太陽の場合，太陽半径 70 万 km は太陽内部の平均自由行程 0.5 cm の約 10^{11} 倍なので，太陽表面から中心までの光学的深さも 10^{11} ほどになる．

光学的深さを使えば，光に対する物質（ガス）層の奥行きの深さを端的に表現できるのだ（まぁ，慣れれば，という条件付きかもしれないが）．

2.3　吸収と散乱

ところで，粒子（原子や分子）と出会った光は，どうなるのかといえば，物質によって吸収や散乱を受けることになる．すなわち，粒子に「吸収」されて光としての存在を止めることもあれば，粒子（特に自由電子）に「散乱」されて明後日の方向に進行方向を変えることもある．いずれにせよ，もとの進行方向からは，その光は失われることになる（図 2）．

逆に，粒子（原子）自体が光を発することもあるので，その結果，光線に新たな光子が加わることもあるし，またあらぬ方向から飛来した光が電子に散乱されて，考えている光線の方向に向きを変え，やはり新たに光が加わることもある（図 2）．



$$dI = (j/4\pi)\rho\,ds - (\kappa+\sigma)\rho I ds + \sigma\rho(cE/4\pi)ds$$

図 2　光線中の光の吸収・放出および散乱．

このように，光子と物質（ガス）とは，吸収・放出・散乱を通じて，総体としてエネルギーや運動量をやり取りし，影響し合っているのである．そこで，ガス中の輻射の伝わり方を研究する手法を「輻射輸送」と呼び，物質と輻射の相互作用を考えて物質と輻射の振舞いを同時に調べる手法を「輻射流体力学」と呼んでいる．

2.4　拡散近似と自由流領域

光学的に厚い場合，例えば，太陽内部のように考えているシステムのサイズ（例えば太陽の半径）に比べて平均自由行程が十分に短い場合，光子は平均自由行程だけちょこまかと進んでは，吸収や散乱を受けることになる．光子を吸収した原子が再び光子を放出するときや，光子が散乱されて向きを変えるとき，光子の新しい進行方向は，吸収・散乱前の光子の進行方向とはおおむね無関係なので，“局所的”には，光子は千鳥足で任意の方向に散らばっていく（「拡散」という）ことになる（図 3）．すなわち，近似的には，

光学的に厚い領域では等方的に拡散する．

一方，“大局的”には，熱伝導や粒子拡散と同様，光子の密度が高い領域から低い領域へ向けて（例えば太陽の中心部から表面へ），光子はじわじわと拡がっていく．すなわち，より正確には，

光子密度の勾配の負方向へ拡散

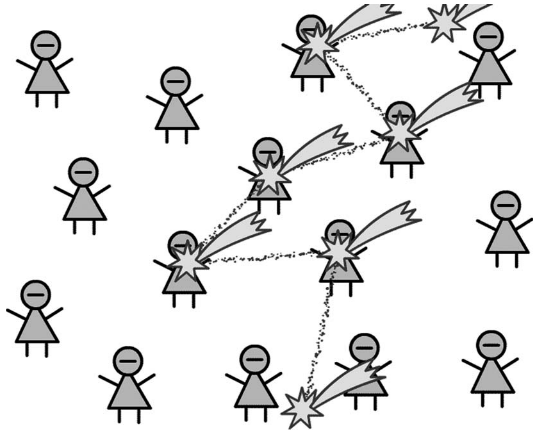


図 3　粒子サンと光クン—その 2：千鳥足．光速で飛ぶ光クンは，粒子サンにぶつかりながら，遅い実効速度でチンタラチンタラ拡散する．

する．

なお，光子が拡散する実効速度は光速に比べて非常に小さくなり，だいたい光速を光学的厚みで割ったぐらいになってしまう．

逆に，光学的に薄い場合，例えば，太陽表面付近から惑星間空間のような平均自由行程が十分に長い場合はどうなるだろうか．この場合は，光子は吸収も散乱もほとんど受けずに，光源から反対方向へ向けて，“自由流”として直進する．

2.5　輻射エネルギー密度と輻射流束と輻射圧

光子の流れ（輻射）はもちろんエネルギーと運動量を運ぶので，輻射はあるエネルギーを有し，周辺のガスにある圧力（より一般には応力）を及ぼす．単位体積当たりの輻射のエネルギー（単位は [erg/cm^3]）を「輻射エネルギー密度 E」と呼び，単位面積当たりの輻射の力（単位は [dyn/cm^2]）を「輻射圧 P」と呼ぶ．見かけ上，単位が違うように見えるが，輻射エネルギー密度も輻射圧も，実は同じ単位である．また単位時間単位面積当たりに輻射が運ぶエネルギー（単位は [erg/cm^2/s]）を「輻射流束 F」と呼んでいる．輻射流束は，輻射エネルギー密度や輻射圧に光速 c を掛けた単位をもっている．

光学的に厚い領域では光子は等方的に拡散するので，周辺のガスに及ぼす輻射圧（拡散圧）も等方的で（パスカルの原理と同じ），かつ輻射エネルギー密度の 1/3 に等しい．すなわち，xyz の 3 方向のそれぞれに対して，

$$P^{xx}=E/3,\ P^{yy}=E/3,\ P^{zz}=E/3 \tag{3}$$

が成り立つ（添え字が二つ重なっているのは，輻射圧がベクトル量ではなくテンソル量なためで，あまり気にしなくていい）．

さらに，先にも述べたように，大局的には，光子密度の勾配の負方向へ拡散していくので，輻射流束は，xyz の 3 方向のそれぞれに対して，

$$F^x=-(1/\kappa\rho)\mathrm{d}P^{xx}/\mathrm{d}x=-(1/3\kappa\rho)\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$$
$$F^y=-(1/\kappa\rho)\mathrm{d}P^{yy}/\mathrm{d}y=-(1/3\kappa\rho)\mathrm{d}E/\mathrm{d}y$$
$$F^z=-(1/\kappa\rho)\mathrm{d}P^{zz}/\mathrm{d}z=-(1/3\kappa\rho)\mathrm{d}E/\mathrm{d}z \tag{4}$$

のようになる（輻射流束はベクトル量である）．

一方，光学的に薄い領域の自由流では，輻射圧は流れの方向へだけ働き，他の方向への輻射圧はない．したがって自由流の方向を z 方向とすると，

$$P^{xx}=0,\ P^{yy}=0,\ P^{zz}=E \tag{5}$$

となる．また同様に，輻射のエネルギー E が自由流の方向に光速 c で運ばれるので，輻射流束は，

$$F^x=0,\ F^y=0,\ F^z=cE \tag{6}$$

となる．

2.6　エディントン近似

光学的に厚い領域で成り立つ関係：

$$P=E/3\ （一般には\ P^{ij}=\delta^{ij}E/3） \tag{7}$$

を「エディントン近似」と呼んでいる．より正確には，この関係は，輻射場が等方的か，あるいは非等方的でも非等方性が弱ければ成り立つ関係だ．逆に，光学的に薄い領域のように，輻射場の非等方性が大きいと，エディントン近似は成り立たない．

そこでエディントン近似を一般化して，

$$P=fE \tag{8}$$

と仮定し，係数 f を，光学的に厚い領域では 1/3 となり，光学的に薄い領域では 1 になるように変化させる方法が取られることがある．そのような

要請を満たす関係式としては，例えば，光学的深さをτとして，

$$f(\tau)=(1+\tau)/(1+3\tau) \tag{9}$$

などがある[1)]．このように，光学的深さなどに依存して変化する係数を，「変動エディントン因子」と呼んでいる．このような変動エディントン因子を上手に用いると，光学的に厚い領域から光学的に薄い領域にかけて，輻射輸送を連続的に調べることが可能になる．

……いやぁ，しかし，輻射輸送の話をしだしたら切りがないし，鬼のように難しい．もう数ページ使ってしまった．う〜ん，やはり無謀だったかな．

2.7　輻射輸送方程式：モーメント定式法

物質（ガス）中を伝わる輻射の輸送問題について，ガス中を伝播する光線（専門的には輻射強度）が従う方程式―「輻射輸送方程式」―は，吸収や散乱などの相互作用を考慮した形で書き表すことができる（図2参照）．したがって，原理的には，それぞれの状況に応じて，輻射輸送方程式を解けば，輻射輸送の問題は紛れなく解けることになる．

しかし，光線は方向性をもっているので，振動数は除いても，ある場所（3次元）である方向（3次元）に伝播し，かつ時間的にも変化している．すなわち，光線（輻射強度）は，七つの独立変数によって決まる量で，輻射輸送方程式も，七つの独立変数をもった偏微分方程式である（図4上の式）．さらに，実は散乱をきちんと考慮すると，輻射輸送方程式はなんと“微分積分方程式”になっている．こんなの解きたくない！ というか，実際，光学的に厚く輻射場の非等方性が弱いなど，特別な場合を除いては，輻射輸送方程式は解析的には解けずに，数値シミュレーションするしかない．

さらに，相対論的になると，独立変数の個数は変わらないとはいえ，観測者によって観測される物理量が変わってくるので，（座標）静止系/実験室系と（流体）静止系/共動系を区別しなければならないし，系の間のドップラー効果とか光行差とか，きちんと考慮しないといけないため，複雑度が大幅にアップする．実際，特殊相対論の範囲内では輻射輸送方程式の数値シミュレーションは行われているが，一般相対論になるとまだ実現していないのが現状だ．

$$\frac{1}{c}\frac{\partial I}{\partial t}+(\boldsymbol{l}\cdot\nabla)I=\rho\gamma^3\left(1+\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{l}_0}{c}\right)^3 \times\left[\frac{j_0}{4\pi}-\left(\kappa_0^{\mathrm{abs}}+\kappa_0^{\mathrm{sca}}\right)I_0+\frac{3}{4}\kappa_0^{\mathrm{sca}}\frac{c}{4\pi}\left(E_0+l_{0i}l_{0j}P_0^{ij}\right)\right]$$

$$\frac{\partial E}{\partial t}+\nabla\boldsymbol{F} = \rho\gamma\left(j_0-c\kappa_0^{\mathrm{abs}}E_0\right)-\rho\gamma\left(\kappa_0^{\mathrm{abs}}+\kappa_0^{\mathrm{sca}}\right)\frac{\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{F}_0}{c}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{c^2}\frac{\partial F^i}{\partial t}+\frac{\partial P^{ik}}{\partial x^k} &= \rho\gamma\frac{v^i}{c^2}\left(j_0-c\kappa_0^{\mathrm{abs}}E_0\right)\\ &\quad-\rho\left(\kappa_0^{\mathrm{abs}}+\kappa_0^{\mathrm{sca}}\right)\frac{\gamma-1}{v^2}\frac{v^i}{c}\left(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{F}_0\right)\\ &\quad-\frac{1}{c}\rho\left(\kappa_0^{\mathrm{abs}}+\kappa_0^{\mathrm{sca}}\right)F_0^i.\end{aligned}$$

図4　相対論的な輻射輸送方程式（上）と0次のモーメント（中）および1次のモーメント（下）．一番上の式を解くよりも，下二つの式セットを解くほうが易しい[2)]．文様と思って眺めてください．

そこで，輻射輸送方程式をそのまま解く代わりに，輻射輸送方程式を角度方向について展開積分して得られる「モーメント方程式」のセットを使うことも多い．すなわち，（特に光学的に厚い領域では）輻射の“非等方性”はあまり強くないと仮定し，したがって，光線の角度依存性は弱いとして，輻射輸送方程式を角度方向に展開し，角度について積分して，0次のモーメント，1次のモーメント，などと呼ばれる一群の方程式セットを得ることができる（図4中と下の式）．このとき，変数として，0次のモーメント方程式には輻射エネルギー密度と輻射流束（ベクトル）が含まれ，1次のモーメントには輻射圧（テンソル）も含まれる．モーメント方程式にすると，変数の数は増えているようにみえるが，どれも方向に依存しない位置と時間だけの関数なので独立変数の数が激減して，輻射輸送方程式よりははるかに簡単な方程式系になっている．

ただし，モーメント定式法では，展開していくという手法上，得られる方程式の数よりも変数の数のほうが多くなるという事情があるため，方程式系を閉じるために別の独立した関係式が必要となる．閉じる関係としてよく使われるのは，先に述べた，エディントン近似や類似の関係である．

モーメント定式法は，任意の関数をフーリエ級数展開するようなものをイメージしてもらえばいいだろう．適当な次数で打ち切るために，打ち切り誤差が残っており，通常は無視できるが，輻射の非等方性が重要な場合には，問題が生じることになる．

なお，流体方程式の定式化との関連でいうと，流体の場合は，基礎方程式であるボルツマン輸送方程式を速度空間で積分していって，連続の式，運動方程式，エネルギー式などを得ていく．粒子の速度が光速だという点が異なるだけで，輻射に対するモーメント定式法も全く同じ方法である．そして，流体方程式を状態方程式で閉じるように，モーメント方程式もエディントン近似などで閉じる必要がある．

3.　動機：光速まで加速できない！

やっと本論である（はぁ〜）．

ブラックホールへの降着流やブラックホール＋降着円盤近傍から吹き出す宇宙ジェット，そしてガンマ線バースト現象などでは，極めて光速に近い相対論的な流れが存在すると考えられている．そこで，降着円盤などの非常に強い輻射源によって，ガスを光速近くまで加速できないかと，相対論的輻射流の問題を解こうとした（図5）．2005年の春頃の話である．

相対論的に定式化した輻射のモーメント方程式はわかっているので（図4），エディントン近似などを併用して，ただただ，それらを丁寧に解けばよかったはずだった．もちろん相対論的効果の項が随所に存在しているので，式自体は複雑だが，性質は悪くない方程式のはずだった．しかも最初は，天体の重力効果も入れず，ガスの圧力作用も入れず，鉛直方向上向きで時間的に変化しない1次元定常流という，極めて単純な場合を考えたので，なおさらである．しかし問題が生じた．方程式に特異性が出現したのだ．

具体的には，速度 v を変数とする運動方程式が，

$$v = \pm c/\sqrt{3} \sim 0.577c \qquad (10)$$

で特異点をもつことがわかった．特異点があっても，太陽風などのように，特異点を超えて流れを加速する解があれば問題はない．しかしこのときの相対論的輻射流で出現した特異点は，それを超

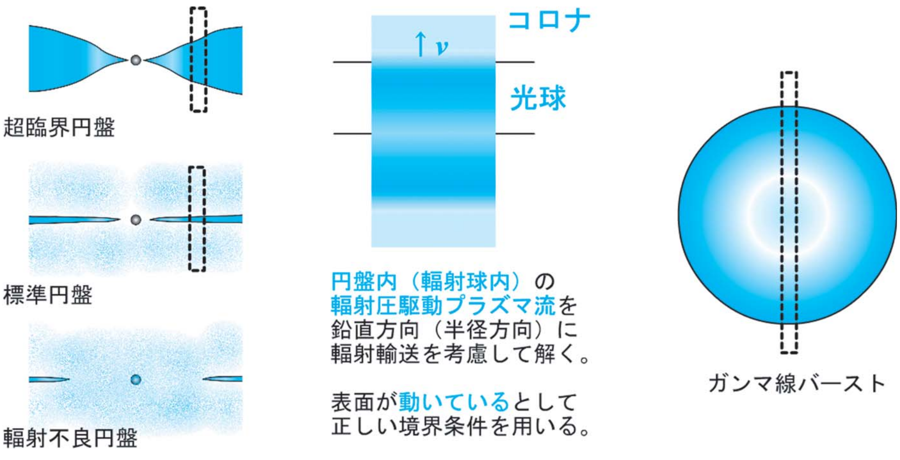


図5　強い光源からの相対論的輻射流.

えて加速する解の“存在できない”特異点だった．結局，このときの段階では，0.577c ぐらいまで加速される解を求めたにとどまった[3)–5)]．

4. 物理：エディントン近似の妥当性

特異性が生じた原因を丁寧にたどっていくと，エディントン近似に行き着くことがわかった．

相対論的な流れでは，物理量をどの座標系—静止系と共動系—で考えるかに常に注意しないといけない．エディントン近似も，まず流体とともに動く共動系の物理量で考えて，次に，ローレンツ変換をして（座標）静止系の物理量に変換していた．流体共動系では，物理量は相対論的効果のない場合と同じで，輻射の拡散も等方的に起こると考えられるからだ．そしてまたこれは，従来の定式化の方法手順でもあった．

しかし，そのような従来の方式で特異性が生じたとなると，大本の流体共動系でのエディントン近似の妥当性について，根本的に見直す必要がある．

たしかに，亜光速の流れでも，流れの速度が一様ならば，流体共動系では，すべてが静止して見えるので，輻射の拡散は等方的に起こるだろう（図 6）．しかし，流れが加速していて，速度勾配があると話は別だ．特に光速に近い流れで大きな速度勾配があると，流体共動系で見ても，周囲は一様には見えないだろう．そして，平均自由行程は速度勾配の方向に長くなり，拡散はもはや等方的ではなく，等方的な通常のエディントン近似は成り立たなくなるだろう（図 7）．

ま，ここらへんまでわかった気になったのが，冒頭で述べた 10 月頃の話である．

さて，当初は，相対論的輻射流体のモーメント定式化に関して，なんだかすごい発見をしたような気になったもんだ．しかし，いろいろと調べてみると，特異性の出現や解の病的な振舞いについては，数は少ないものの，すでにいくつかの先行研究があることがわかった[6)–8)]．やってる人は

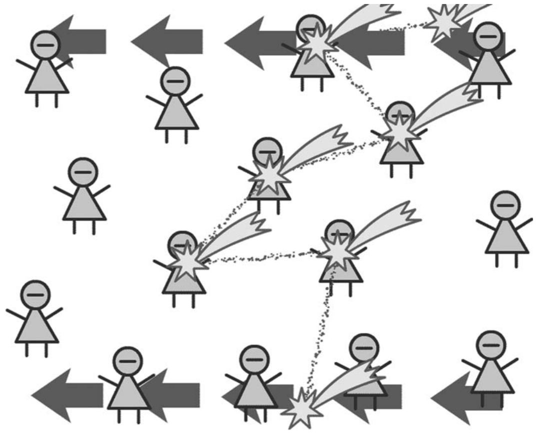


図 6　粒子サンと光クン—その 3：亜光速一様流．粒子サンが亜光速で動いていても，全員が一緒に動けば，静止系と同じ．

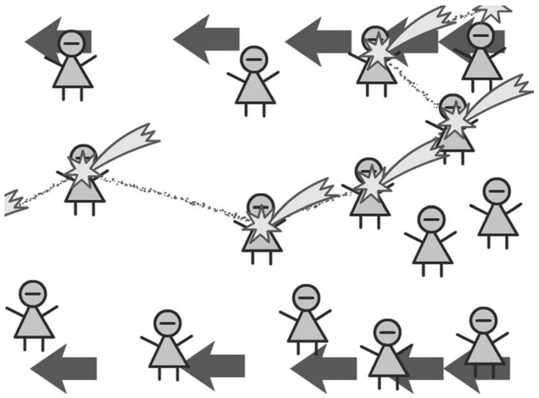


図 7　粒子サンと光クン—その 4：亜光速加速流．速度勾配が大きいと，平均自由行程が方向によって異なり，拡散は非等方になる．

やってるんである（シクシク）．

あっれー，って感じだったが，幸いなことに，特異性の回避方法については，まだ研究がされていないようだ．で，まぁ，話を続けることができるわけだ．

5. 修正：速度に依存する変動エディントン因子

特異性の原因は流体共動系のエディントン近似にあるのだから，特異性を回避するには，その部分に何らかの修正を施すべきである．

光学的に厚い領域から薄い領域にかけての非相対論的な輻射輸送の問題では，変動エディントン因子 f というものを導入した．すなわち，ガスが光学的に厚い拡散限界では $f\to1/3$ に近づき，ガスが光学的に薄い自由流領域では $f\to1$ になるように，光学的厚さ τ の関数として，変動エディントン因子を変化させた．

同様な考え方で，非相対論的な低速（静止）流から亜光速領域まで加速される相対論的な輻射流では，低速限界では $f\to1/3$ に近づき，亜光速の相対論的限界では $f\to1$ になるように，“速度に依存する変動エディントン因子”を導入すればいいだろう（より正確には速度勾配に依存させるべきだろうが）．例えば，光速で割った速度を β として，

$$f(\beta)=(1+2\beta)/3 \qquad (11)$$

のような形だと上の条件を満たす（他の条件などいろいろあるが，ここでは詳細は省く）．

このような現象論的な回避方法は，誰でも思いつくように思えるが，案外と，具体的な提案はないようである．“誰でも”思いつく……とはいうものの，ぼく自身の理解も，ゼミで話した際に加藤（正二）先生からもらったコメントのおかげなので，偉そうなことはいえない（とほほ）．

6.　結果：光速まで加速できた！

ま，とにかく，エディントン因子を速度に依存して変化させることによって，めでたく，光速近くまで加速される輻射流を得ることができた[9]．

加速された表面は動いているので，そこでの境界条件の問題とか，ぐちゃぐちゃした問題はいろいろあるのだが，それらはおいといて，とりあえず，結果の一例を示しておこう（図 8）．

図 8 は表面から測った光学的厚さ τ の関数として表した流れの速度（実線；光速が単位）と，輻射流束（破線）および輻射圧（点線）である．流れの基部での光学的厚みは 1（流速は 0）の場合で，流れの最終速度は，光速の 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 0.99 になっている．

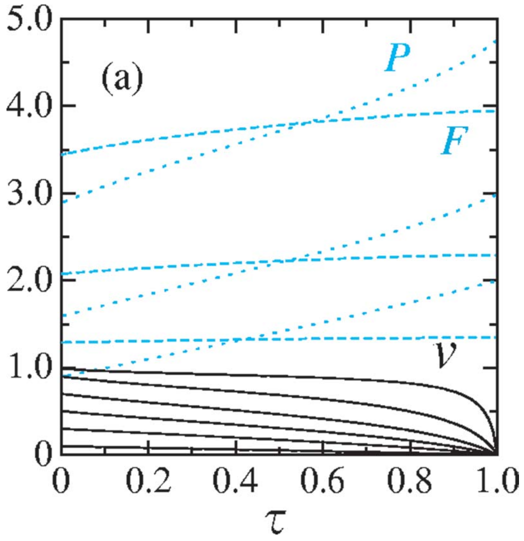


図 8　相対論的輻射流の解．横軸は表面から測った光学的厚さ τ で，縦軸は流れの速度（実線；光速が単位）と，輻射流束（破線）および輻射圧（点線）である．

輻射流が運ぶ質量流束は，流れの表面での境界条件の固有値として得られることもわかった．

ま，そこらへんの話はともかく，図 8 からは，光速近くまで加速される相対論的輻射流の解が存在することがわかっていただければ十分だろう．

7.　影響：一般化と今後の課題

今回提案した速度依存変動エディントン因子は，輻射場が重要な相対論的天体現象全般に関係してくると考えられる．例えば，

- ブラックホール降着流[2]
- 相対論的天体風，亜光速宇宙ジェット
- 相対論的爆発，ガンマ線バースト
- ニュートリノ輸送
- 初期宇宙の動的諸現象

などなどが挙げられるだろう．変動エディントン因子の問題はさておき，いずれも現代の最先端のテーマであって，相対論的輻射（磁気）流体力学は，今後もますます重要になるだろう．

さて，すでに述べたように，相対論的輻射流体

のモーメント定式化における特異性の出現と解の病的な振舞いは何人かの研究者が指摘している[6)–8)]．今回の提案は，モーメント方程式を 2 次で打ち切ってエディントン近似をしたときの特異性を回避するための，一つの対症療法だと考えてよい．したがって，今後検討すべき課題は多い．例えば，

- $f(\beta)$ のより適切な形はあるか？

平行平板近似の場合で，いくつかの必要条件を満たす中で，最も単純な形として (11) 式を採用したのだが，もっと物理的に適切な形があるかもしれない．

- 平行平板→球対称の場合

平行平板の場合と並んで単純で重要な球対称の場合も興味深い．球対称の場合は，光学的厚みと速度の両方に依存する変動エディントン因子を導入する必要があると思われる[10)]．

- 重力場の効果，ガス圧，磁気圧の効果

中心天体の重力場を考慮したり，ガス圧や磁気圧を考慮するなど，より現実的な状況を調べていかなければならない．

- 数値シミュレーション→誰かほかの人（笑）

本来は，平行平板や球対称などそれぞれの状況に対して，厳密な輻射輸送方程式を解けば，正確な変動エディントン因子の形を見いだすことが可能である．でも，特殊/一般相対論で輻射輸送方程式を解くのはなぁ……

- より一般的な場合への拡張

多次元の場合など，より一般的な場合への拡張はできるだろうか．流束制限拡散近似 FLD (flux-limited diffusion) などへの応用はできるだろうか．

先は長そうだが，その分，お楽しみも多そうで，うれしい限りだ．

謝　辞

本研究においては，加藤正二先生に有益なコメントをいただいたことを深く感謝します．また秋月千鶴さんとの議論によって従来の研究との相違点などが明確になった点，秋月さんにも感謝します．

参 考 文 献

1) Tamazawa S., Toyama K., Kaneko N., Ono Y., 1975, ApSpSci 32, 403
2) Kato S., Fukue J., Mineshige S., 1998, Black-Hole Accretion Disks (Kyoto University Press)
3) Fukue J., 2005a, PASJ 57, 841
4) Fukue J., 2005b, PASJ 57, 1023
5) Fukue J., 2006a, PASJ 58, 187
6) Turolla R., Nobili L., 1988, MNRAS 235, 1273
7) Turolla R., Zampieri L., Nobili L., 1995, MNRAS 272, 625
8) Dullemnod C. P., 1999, A&A 343, 1030
9) Fukue J., 2006b, PASJ 58, 461
10) Akizuki C., Fukue J., 2006, in preparation

Velocity-Dependent Eddington Factor in Relativistic Radiation Hydrodynamics

Jun Fukue

Astronomical Institute, Osaka Kyoiku University, Asahigaoka 4–698–1, Kashiwara, Osaka 582–8582, Japan

Abstract: We here introduce a “velocity-dependent Eddington factor,” which may be useful for moment formalisms in relativistic radiation hydrodynamics. Such a field of AAA class in theoretical astronomy is important for the recent trend in astrophysics, such as black hole accretion flow, relativistic jets, gamma-ray bursts, neutrino tranfer, dynamical phenomena in the early universe.