

# 相対論的輻射流体力学のススメ

## 4 一般化されたミルン-エディントン解

福江 純

〈大阪教育大学 〒582-8582 柏原市旭ヶ丘 4-698-1〉

e-mail: fukue@cc.osaka-kyoiku.ac.jp



輻射輸送方程式は微分積分方程式なので、解析的な解は静止大気の場合に少し得られているだけだ。いわんや相対論的な領域での解析解はほとんどないだろう。鉛直方向1次元の平行平板流で速度一定という仮定のもとだが、相対論的輻射輸送の新しい解析解を求めたので、本稿で紹介する。鉛直方向に相対論的運動をしている大気では、静止大気における周縁減光効果（ピーキング効果）に加え、ドップラー効果や光行差による相対論的ビーミングが存在するため、いわば“相対論的ピーキング効果”が顕著になることがわかった。新しい解は、速度が0の極限でミルン-エディントン解に帰着することから、相対論的に一般化されたミルン-エディントン解と考えられる。

### 1. 大いなる勘違い

大学時代、学部3年生のとき、「課題演習」という3年生向けのゼミナールで使っていたのが、ウンゼルト『現代天文学』である。1976年の当時、日本語で読める学部向けの天文学の教科書としては、この本がほとんど唯一のテキストだった。日本人の書いた教科書がないというのは残念だったが、天文学専攻自体が東京大学と京都大学と東北大学しかない時代だから、致し方ないだろう。

この『現代天文学』は、必ずしもいいテキストだったとはいえないが（しかも改訂して厚くなるほど悪くなった）、LSカップリング、成長曲線、オールト定数などなど、本書で初めて学んだことは多い。輻射輸送の「ミルン-エディントン解 (Milne-Eddington solution)」(以下、ME解)の結果を初めて知ったのも本書だ。

ME解では、平行平板大気で、光学的厚み $\tau$ が0となる“表面”の有効温度を $T_{\text{eff}}$ とすると、光学的厚みが $\tau$ の深さでの温度 $T$ は、

$$T^4 = \frac{3}{4} T_{\text{eff}}^4 \left( \tau + \frac{2}{3} \right) \quad (0)$$

ようになる。そして、よく知られている(?)ように、ME大気では、有効温度は $\tau=2/3$ における温度と等しく、 $\tau=0$ での温度は少し低い。

実は、最初にこの式を見たとき、 $(\tau+2/3)$ は、“関数” $T_{\text{eff}}$ の引数だと思っていた。全く式の意味を理解していなかったわけだ。“認めざるをえない、若さゆえの過ちというもの”である。

その後、4年生になって、輻射輸送の講義を聴いて、ME解も導出があったのだが、当時は、講義の内容について、ほとんど理解していなかったと思う。

そんな学生だった人間が、輻射輸送について調べているのだから、面白いものである。当時の輻射輸送の講義ノートも30年後に役立った。

輻射流体力学とくに相対論的輻射流体力学の定式化が、クロージャー関係などの点で、不完全で未完成なことは何度か述べた。完全な定式化に正面から挑むことはもちろん重要だが、一方で、現在の不完全な枠組みの中でもできることはしてみ

るべきだろう。実際、現在のモーメント定式化の範囲内でも、まだまだネタは転がっているようだ。今回は相対論的輻射輸送の問題を扱ってみたい。

以下、2節で、恒星大気と降着円盤大気の類似性と相違性をおおざっぱにまとめ (Lv 5)、3節で降着円盤大気の輻射輸送に関する現在までのいろいろな研究を眺め (Lv 20)、さらに4節で相対論的平行平板流の輻射輸送に関する新しい解を紹介し (Lv 30)、最後に5節で今後の課題などを提示してみたい (Lv 30~)。なお、レベル (Lv) については、学部でLv 1からLv 3ぐらい、大学院でLv 10から数十として設定してある。

## 2. 恒星大気と降着円盤大気

恒星は大局的には球状だが、内部の大部分は局所熱力学的平衡状態になっており、黒体輻射場と拡散近似がよい近似になっている。輻射の非等方性や黒体輻射からのずれなどが問題になるのは表面近傍だが、表面近傍では曲率は無視できて、水平方向には一様で鉛直方向に1次元の「平行平板 (plane parallel)」として扱うことができる (図1)。

降着円盤も大局的には複雑な構造をしているが、部分を取ってみれば、とくに標準円盤の場合、物理量は鉛直方向の関数になっていて、平行平板近似で扱っていいだろう (図1)。

したがって非常に粗く言えば、恒星大気と降着円盤大気は似ており、実際、恒星大気モデルが降着円盤大気へ応用されている。

一方、恒星大気と降着円盤大気が異なる部分も多い。たとえば、エネルギー源 (加熱源) の分布だ。恒星ではエネルギーが発生しているのは核融合が起こっている中心核だけなので、表面近くでは輻射流束は一定になっている。しかし降着円盤では円盤全体にわたって粘性加熱が起こっているため、輻射輸送を考える領域に加熱源が分布していることになる。しかも粘性加熱 ( $\alpha$  粘性) は完全にはわかっていないので、加熱源の分布も正確

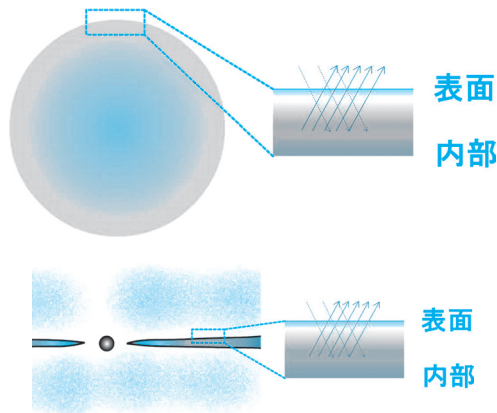


図1 恒星大気 (上) と降着円盤大気 (下)。

には決められない。教科書にも書いたが、現在の降着円盤の研究は、星の研究で言えば原子核物理の確立していなかった1920年代に相当する。

また重力場の形状も異なる。恒星大気 (表面近傍) では重力場は一定としてよいが、降着円盤大気では中心天体の作る重力場は鉛直方向に変化している。

さらに恒星大気では光学的厚みが“無限”に増加するが、降着円盤大気では光学的厚みが十分に大きくない場合もありうる。もちろん恒星大気でも超巨星などでは大気が希薄なため、平行平板近似が成り立たなくなる場合もあるが、降着円盤の場合のように“裏側問題”が起こることはない。

ほかにも、散乱の問題もある。恒星内部ではガスによる吸収や放射が十分に起こり、ガスと輻射は局所熱力学平衡LTEになっていて、輻射場はガスの温度と同じ温度のプランク分布になっている (図2)。しかし散乱 (トムソン散乱) は光子を破壊しないため、吸収より散乱が効いている場合には、温度の高い深部で生まれた光子が温度の低い表面まで運ばれてしまい、散乱領域での輻射場の平均強度はプランク分布からずれてくる。

恒星の場合にも高温度星の大気では散乱が重要になってくるが、ブラックホール降着円盤などではガスの温度がきわめて高いために、散乱がきわめて重要になる。さらには光子のエネルギーを変

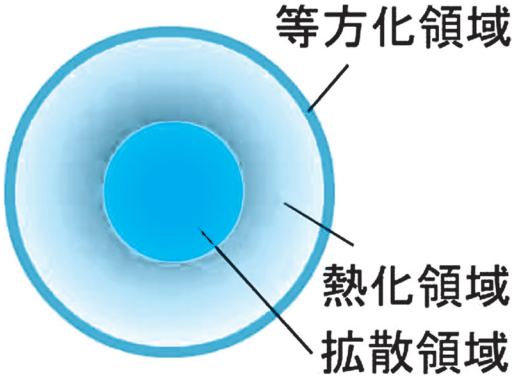


図2 一般的なガス塊における輻射場の状態 (Castor より)<sup>2)</sup>.十分に光学的に厚い内部領域では、ガスと輻射はほぼ完全に熱平衡になっており、輻射場は黒体放射で、拡散近似が使える。その周辺では、ガスと輻射は近似的に熱平衡で、拡散近似も少し悪くなる。光学的厚みが1(平均自由行程)程度の表面境界層では、拡散近似は破れ、輻射場は黒体放射ではない。ただし、散乱などによって輻射場は簡単に等方的になるので、この境界層でもエディントン近似は成り立つ。

える逆コンプトン効果なども重要になってくる。恒星大気と降着円盤大気の以上のような類似性や相違性を加味しながら、降着円盤大気の研究は進んできたようである。

### 3. 平行平板大気(降着円盤大気)の輻射輸送

ここでは降着円盤大気が静止している場合について、平行平板大気中の輻射輸送の研究を紹介する。まず最初に1920年代にミルン(E. A. Milne)<sup>3)</sup>やエディントン(A. S. Eddington)<sup>4)</sup>が求めたであろう平行平板大気における基本的なME解をまとめ、つづいて降着円盤大気の場合を考えよう。

#### 3.1 ミルン-エディントン大気

星の表層でも降着円盤でもいいが、光学的厚みがある半無限平行平板大気を考える(図3)。鉛直方向の高さ $z$ は上向きに、光学的厚み $\tau$ は表面( $\tau=0$ )から下向きに測る。鉛直線から

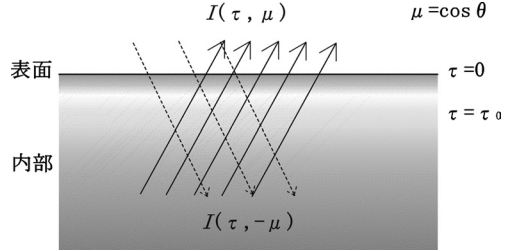


図3 半無限平行平板大気の様式図。

測った角度を $\theta$ として、方向余弦を $\mu = \cos \theta$ とする。また物理量は振動数に依存しないとする(灰色近似)。輻射強度 $I$ は $z$ と $\mu$ の関数だが、輻射エネルギー密度 $E$ 、輻射流束 $F$ 、輻射圧 $P$ 、密度 $\rho$ など他の物理量は $z$ のみの関数である。

$$\cos \theta \frac{dI}{dz} = \rho \left[ \frac{j}{4\pi} - (\kappa_{\text{abs}} + \kappa_{\text{sca}})I + \kappa_{\text{sca}} \frac{c}{4\pi} E \right] \quad (1)$$

$$\frac{dF}{dz} = \rho(j - c\kappa_{\text{abs}}E) = 0 \quad (\text{R.E.}) \quad (2)$$

$$\frac{dP}{dz} = - \frac{\rho(\kappa_{\text{abs}} + \kappa_{\text{sca}})}{c} F \quad (3)$$

$$cP = \frac{1}{3} cE \quad (4)$$

このとき、輻射輸送方程式、0次のモーメント式、1次のモーメント式、そしてエディントン近似は、(1)式から(4)式のようになる。また輻射平衡(radiative equilibrium; R.E.)を仮定すると、(2)式の右辺は0になる。

ここで光学的厚みを(5)式のように導入し変数を変換すると、(6)式から(9)式となる。また表面( $\tau=0$ )で輻射強度が一様等方だとすると、表面での境界条件は(10)式のように表せる。ここで添え字 $s$ は表面での値を意味する。

この境界条件のもとで、(7)式と(8)式を積分して輻射流束 $F$ と輻射圧 $P$ を得るのは簡単である。さらに積分結果を(6)式に戻せば、輻射強度 $I$ も得られる。得られた結果、(11)式から(13)式が、「ミルン-エディントン解」だ。なお、温度 $T$ で $P = aT^4/3$ とし、有効温度 $T_{\text{eff}}$ で $F_s = \sigma T_{\text{eff}}^4$ とし、

$\sigma = ac/4$  を使うと、冒頭の (0) 式が得られる。

$$d\tau = -\rho(\kappa_{\text{abs}} + \kappa_{\text{sca}})dz \quad (5)$$

$$\mu \frac{dI}{d\tau} = I - \frac{c}{4\pi} E \quad (6)$$

$$\frac{dF}{d\tau} = 0 \quad (7)$$

$$c = \frac{dP}{d\tau} = F \quad (8)$$

$$cP = \frac{1}{3} cE \quad (9)$$

$$3cP_s = cE_s = 2F_s \quad (10)$$

$$F = F_s \quad (11)$$

$$3cP = cE = 3F_s \left( \frac{2}{3} + \tau \right) \quad (12)$$

$$I(\tau, \mu) = \frac{3F_s}{4\pi} \left( \frac{2}{3} + \tau + \mu \right) \quad (13)$$

ここで「周縁減光効果 (limb-darkening effect)」について述べよう。輻射強度  $I$  は一般に  $\tau$  と  $\mu$  に依存するが、 $\tau=0$  と置けば、表面での  $I$  の方向依存性が得られる。それが (14) 式と図 4 だ。あるいはより図的に表すと、図 5 のようになる。

$$I(0, \mu) = \frac{3F_s}{4\pi} \left( \frac{2}{3} + \mu \right) \quad (14)$$

表面近傍では輻射場は等方的でなくなり、ME 解の場合、鉛直方向上方へは平均強度の 5/4 倍、水平方向へは 1/2 倍になる。鉛直方向へピークがあることから、しばしば「ピーキング効果 (peaking effect)」とも呼ぶようだ。周縁減光効果は太陽像などでもよく知られているとおりで、そもそも名前自体が太陽の周縁が暗くなることに由来する (図 6)。

$$cE = \frac{3F_s}{2} \int_0^1 \left( \frac{2}{3} + \mu \right) d\mu = 3F_s \frac{7}{12} \quad (15)$$

$$cP = \frac{3F_s}{2} \int_0^1 \left( \frac{2}{3} + \mu \right) \mu^2 d\mu = \frac{1}{3} 3F_s \frac{17}{24} \quad (16)$$

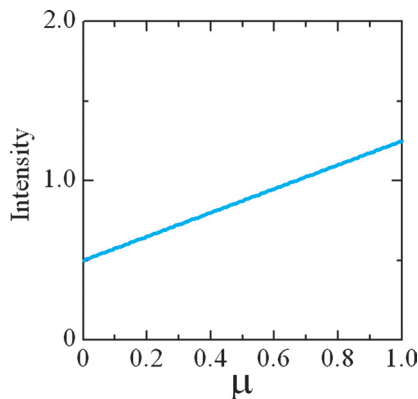


図 4 円盤表面から放射される輻射強度の角度依存性。半無限平行平板大気の場合、周縁減光効果/ピーキング効果がある。

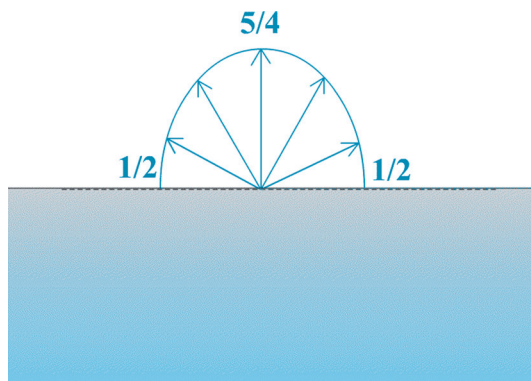


図 5 周縁減光効果/ピーキング効果。

$$\frac{P}{E} = \frac{1}{3} \frac{17}{14} \quad (17)$$

ところで、もともと ME 解を求めるとき、表面では一様等方を仮定したのだから、等方からずれた周縁減光効果は ME 解の精度の問題でもある。実際、得られた輻射強度 (14) 式を表面で再度積分してみると、(15) 式から (17) 式のようになり、エディントン近似とのずれが 17/14 生じる。

定性的な性質を考える範囲ならいいが、定量的な解が必要ならば、Hopf 関数というものを用いた厳密解も知られている (たとえば、文献 5 の p. 356, 文献 2 の p. 92)。

### 3.2 降着円盤大気への応用

恒星物理学で培われた輻射輸送を降着円盤大気



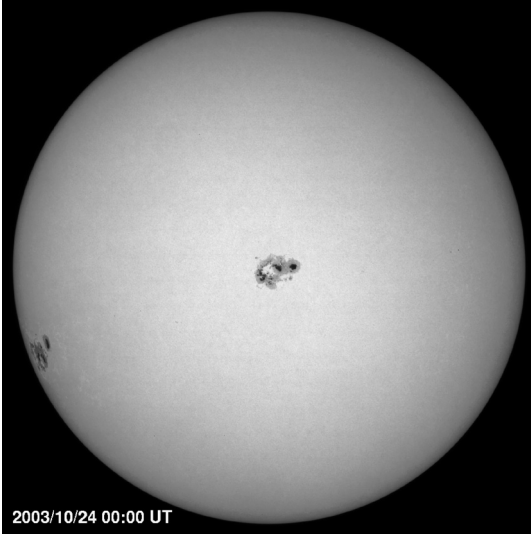


図6 太陽の可視光像 (SOHO/NASA/ESA). 周縁減光効果がよくわかる.

へ本格的に導入する試みは、1980年代に開始された。単純な拡散近似だが、輻射（および対流）によるエネルギー輸送を降着円盤の鉛直構造へ最初にきちんと適用したのは、おそらくマイヤー夫妻 (F. Meyer and E. Meyer-Hofmeister) だと思う (1982年)<sup>6)-8)</sup>。彼らは、鉛直方向では、粘性加熱によって、赤道面から上昇するにつれて輻射流束が増加する様子や、半径方向では、輻射優勢領域や対流優勢領域などが現れるさまを示した。

また上向きと下向きの輻射強度だけを考える2流近似だが、シャビブ (G. Shaviv) たちによって輻射輸送も解かれ始めている<sup>9), 10)</sup>。

さらに1990年代に入ると、ヒュベニー (I. Hubeny) らが、降着円盤の鉛直方向の輻射輸送に本格的に取り組み始め、大量の論文を書いている。恒星大気との相違点である、粘性加熱、照射加熱、光学的厚みの有限性などに着目して調べたり、非局所熱力学平衡の場合も調べている<sup>11)-17)</sup>。そのほかにも、いくつかの研究がある<sup>18)-20)</sup>。

多くの研究では、たいていは拡散近似を用いて鉛直方向の輻射場の構造を解いているのだが、静水圧平衡と両立する解は存在しないことが多い。

そのような中で、少し毛色の違うものとして、光学的に厚い領域と薄い領域をブリッジするような解を求めたものもある<sup>21)</sup>。

コロナや照射なども含め、降着円盤大気の輻射輸送は、一見、調べ尽くされたかのようにも見える。しかし、大本の粘性加熱の性質がまだ不明確であること、円盤部とコロナのエネルギー授受も現象論的モデルの域であること、相対論的領域での輻射輸送などなど、実は、未解決問題が予想外に残っている。そのような一例を紹介しよう。

### 3.3 光学的厚みが有限の場合

太陽のような恒星の場合は、中心部での光学的厚みが  $10^{11}$  ぐらいもあり、恒星大気は半無限平行平板大気でいい近似になっている（巨星などの希薄膨張大気では平行平板近似自体が悪くなるが）。しかし降着円盤の場合は、状況によっては円盤の鉛直方向の光学的厚みが10とか100ぐらいしかないこともある。そして光学的厚みが有限だと、“裏側問題”が起ることになる。すなわち、裏側から入射してくる光線についても考慮する必要があるわけだ（図7）。他の光源からの「照射 (irradiation/illumination)」などがあると、なおさら裏側問題は重要になる。

実際、円盤の光学的厚みが有限だとして、より一般的なME解を求めた研究はある<sup>11), 21)</sup>。照射などの効果も考慮されている。しかし、温度分布などの具体的表式は導いてあるものの、おそらく降着円盤の構造自体に主たる関心があったためだろうが、幸い輻射強度の具体的な表式は与えられていなかった。そこで、“残り物には福がある”型

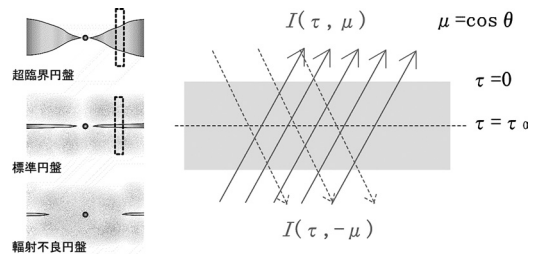


図7 有限厚平行平板大気の模式図.

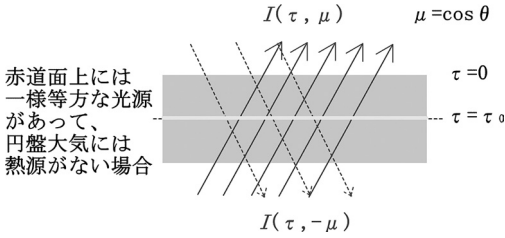


図8 赤道面上に一様な光源がある場合.

研究が成り立つ<sup>22)</sup>.

簡単なモデルを2種類考えてみた.

まず、降着円盤の赤道面に一様な光源が広がっている場合を考えてみよう(図8). 円盤の表面から赤道面までの光学的厚みを $\tau_0$ とし、赤道面での一様な放射強度を $I_0$ とする.

この場合の放射モーメントの解は、(18)式と(19)式ようになるが、これは通常のME解と同じで、モーメント量には光学的厚みが有限な効果は現れない.

$$F = F_s = \pi I_0 \tag{18}$$

$$3cP = cE = 3F_s \left( \frac{2}{3} + \tau \right) \tag{19}$$

$$I(\tau, \mu) = \frac{3F_s}{4\pi} \left[ \frac{2}{3} + \tau + \mu - \left( \frac{2}{3} + \tau_0 + \mu \right) e^{(\tau - \tau_0)/\mu} \right] + I(\tau_0, \mu) e^{(\tau - \tau_0)/\mu} \tag{20}$$

$$I(\tau, -\mu) = \frac{3F_s}{4\pi} \left[ \frac{2}{3} + \tau - \mu - \left( \frac{2}{3} - \mu \right) e^{-\tau/\mu} \right] \tag{21}$$

$$I(0, \mu) = \frac{3F_s}{4\pi} \left[ \frac{2}{3} + \mu + \left( \frac{4}{3} - 2\mu \right) e^{-\tau_0/\mu} - \left( \frac{2}{3} - \mu \right) e^{-2\tau_0/\mu} \right] \tag{22}$$

これらのモーメント量を放射輸送方程式に代入して、上向きあるいは下向きに積分すると、上向き放射強度の一般解、(20)式、と下向き放射強度の一般解、(21)式、が得られる(外部からの照射はないと仮定した). そして上向き放射強度の下面境界条件として、下側から入射するものは、赤

道面上の一様光源分と“裏側”では上方から入射する分の和だという条件を与えると、上向き放射強度の特殊解が得られる. さらに上向き放射強度の特殊解で、光学的厚みを0と置くと、最終的に、円盤表面から放射される「顕現放射強度(emergent intensity)」, (22)式、が得られる(emergentの適訳が思いつかない). これら放射強度の式には $\tau_0$ が残っていることからわかるように、放射強度の振舞いは光学的厚みの有限性に左右される.

円盤表面から放射される放射強度の角度依存性を描いたのが図9である. 円盤の光学的厚みが大きいと、半無限平行平板の周縁減光効果(波線)に近づくが、光学的厚みが1ぐらいを切ると、角度依存性がずれてくる. 光学的厚みが小さくなるにつれ、周縁減光効果/ピーキング効果が薄れ、放射強度は一様に近づいていく. 何のことはない、円盤が透明になれば、赤道面上に置いた一様光源が透けて見えてきただけのことである. これだけだと竜頭蛇尾の感だが、まだ話は続く. なお、透けて見えてくる場合でも、方向余弦が十分に小さければ( $\mu < \tau_0$ ), 周縁減光効果が残ることは興味深い. これは指数項の特徴をよく表している.

つぎに、降着円盤大気全体で一様な熱源が分布している場合を考えてみよう(図10). 円盤の表

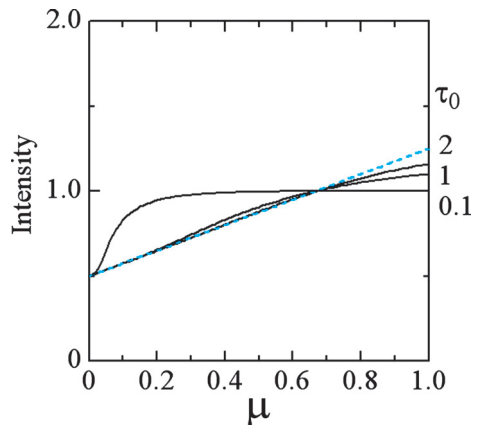


図9 円盤表面から放射される放射強度の角度依存性(赤道面上に一様な光源がある場合).

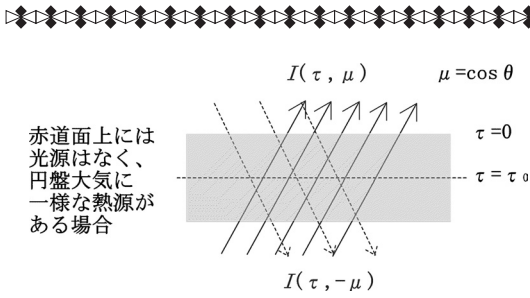


図 10 円盤大気に一様な熱源がある場合.

面から赤道面までの光学的厚みを  $\tau_0$  とし、円盤表面から放射される輻射流束を  $F_s$  とする (熱源の量は  $F_s$  に吸収される).

$$F = F_s \left( 1 - \frac{\tau}{\tau_0} \right) \quad (23)$$

$$3cP = cE = 3F_s \left( \frac{2}{3} + \tau - \frac{\tau^2}{2\tau_0} \right) \quad (24)$$

この場合の輻射モーメントの解は、(23) 式と (24) 式のようになるが、今度は光学的厚みが有限な効果が現れている (この解は文献 11 や文献 21 で得られている). 円盤大気全体で一様な熱源を置いたので、輻射流束は赤道面で 0 で、表面へ向かって  $\tau$  の線形的に増加する. そして輻射圧などは  $\tau$  に対して 2 次関数になっている.

輻射輸送方程式からは、上向き輻射強度の一般解、(25) 式、と下向き輻射強度の一般解、(26) 式、さらに、円盤表面から放射される顕現輻射強度、(27) 式、などが得られる. これら輻射強度の式にも  $\tau_0$  が残っている.

$$I(\tau, \mu) = \frac{3F_s}{4\pi} \left[ \frac{2}{3} + \tau + \mu + \frac{1}{\tau_0} \left( \frac{1}{3} - \frac{\tau^2}{2} - \mu\tau - \mu^2 \right) - \left( \frac{2}{3} + \frac{\tau_0}{2} + \frac{1}{3\tau_0} - \frac{\mu^2}{\tau_0} \right) e^{(\tau-\tau_0)/\mu} \right] + I(\tau_0, \mu) e^{(\tau-\tau_0)/\mu} \quad (25)$$

$$I(\tau, -\mu) = \frac{3F_s}{4\pi} \left[ \frac{2}{3} + \tau - \mu + \frac{1}{\tau_0} \left( \frac{1}{3} - \frac{\tau^2}{2} + \mu\tau - \mu^2 \right) - \left( \frac{2}{3} - \mu + \frac{1}{3\tau_0} - \frac{\mu^2}{\tau_0} \right) e^{-\tau/\mu} \right]$$

$$- \left( \frac{2}{3} - \mu + \frac{1}{3\tau_0} - \frac{\mu^2}{\tau_0} \right) e^{-\tau/\mu} \quad (26)$$

$$I(0, \mu) = \frac{3F_s}{4\pi} \left[ \frac{2}{3} + \mu + \frac{1}{\tau_0} \left( \frac{1}{3} - \mu^2 \right) - \left( \frac{2}{3} - \mu + \frac{1}{3\tau_0} - \frac{\mu^2}{\tau_0} \right) e^{-2\tau_0/\mu} \right] \quad (27)$$

円盤表面から放射される輻射強度の角度依存性を描いたのが図 11 である. 円盤の光学的厚みが大きいと、やはり半無限平行平板の周縁減光効果 (波線) に近づくが、光学的厚みが小さくなると角度依存性がずれてくる. 今回の場合で興味深いのは、光学的厚みが 1 を切るぐらいになると、上方への輻射強度は平均よりむしろ小さくなり (アンチピーキング効果), 逆に方向余弦が小さい水平方向へは平均よりも強くなる (周縁増光効果). 円盤大気に加熱源が分布していて、いわば大気全体が光っている場合には、光学的厚みが小さくなると、上方から観測したときには裏側が透けてしまっ暗くなり、斜め方向から斜交いに観測すると大気中の足し合わせが効いてきて明るく見えるというわけだ. ああ、論文には書かなかったが、後知恵でいま思えば、球殻状に光っている惑星状星雲がリング状に観測されるのと同じである.

最後に、周縁減光効果を受けた相対論的降着円

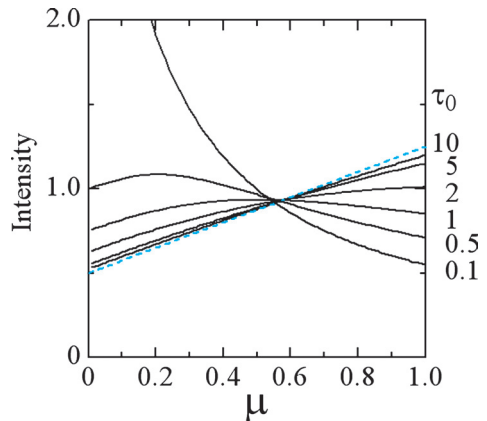


図 11 円盤表面から放射される輻射強度の角度依存性 (円盤大気に一様な熱源がある場合).

盤の画像を示しておこう (図 12). 実は, この計算では, 光学的厚みが有限という解は使っておらず, 通常の ME 解を使っているのだが (笑). ただ, 降着円盤の分野で周縁減光効果まで考慮した計算例はほとんどない<sup>23)</sup>. 論文のレフリーからも, “しばしば見過ごされているが, 周縁減光効果は重要だ” と, 珍しくお褒めのコメントをもらった. なお, ブラックホールの近傍などでは光線が曲がるので, 周縁減光効果を適用する場合も, 降着円盤表面での共動系で光線の入射角度 (射出角度) を評価しないとイケない.

いずれ, 近い将来 (??), ブラックホールシャドウなどの詳細な計算をする際には, 必ず, 照射の効果や周縁減光効果などをきちんと考慮しなければならなくなるだろう.

#### 4. 相対論的平行平板流の輻射輸送

つぎに降着円盤大気が鉛直上向きに動いている場合, いわば「降着円盤風 (accretion disk wind)」について, 相対論的平行平板流中の輻射輸送の解析的研究を紹介する<sup>24)–26)</sup>.

従来にも, 超臨界降着流と付随する降着円盤風に関する輻射流体の数値シミュレーションはいろいろあるが<sup>27)–34)</sup>, すべて共動系で流束制限拡散近似を採用している (極超新星爆発の多次元数値シミュレーションではモンテカルロ法なども使われている). 流束制限拡散近似 FLD の危険性はすでに何度か触れたとおりである. すなわち, (1) 拡散

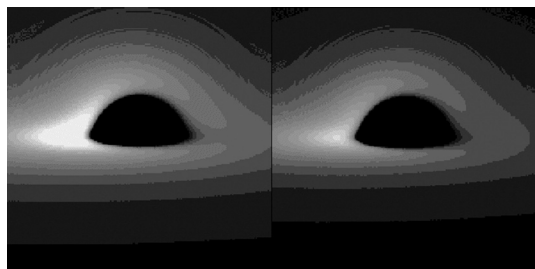


図 12 周縁減光効果を見逃した降着円盤 (左) と周縁減光効果を受けた降着円盤 (右).

型がそもそも物理原理的に正しいのかという疑義, (2) 方程式の精度としては  $(v/c)$  の 1 次の範囲でしか扱えないので光速近くへ適用できないこと, (3) さらに  $(v/c)$  の 1 次までの式だと光子捕捉などが正しく表現できない可能性があること<sup>35)</sup>, などだ. 現状ではほかに簡便な方法もなさそうだが, 相対論的輻射流体力学の数値シミュレーションの手法も検討すべき時期にきていると思う.

一方で, 降着円盤・降着円盤風の分野で, 相対論的な流れにおける輻射輸送に関して, 解析的な研究は皆無な状態だった. そこに遅れて参入するニッチが存在したわけである.

さて, 降着円盤風を念頭に置いて, 無限に広がった平行平板大気を考え, さらにその大気が赤道面から上下方向へ速度  $v$  で運動しているとしよう (図 13). 鉛直方向の高さ  $z$  は上向きに, 光学的厚み  $\tau$  は表面 ( $\tau=0$ ) から下向きに測る. 鉛直線から測った角度を  $\theta$  として, 方向余弦を  $\mu = \cos \theta$  とする. 灰色近似を採用する. 輻射強度  $I$  は  $z$  と  $\mu$  の関数だが, 他の物理量は  $z$  のみの関数である. 静止系で測った量は基本的に添え字は付けず, 共動座標系で測った量には添え字 0 や  $co$  を付けて区別する.

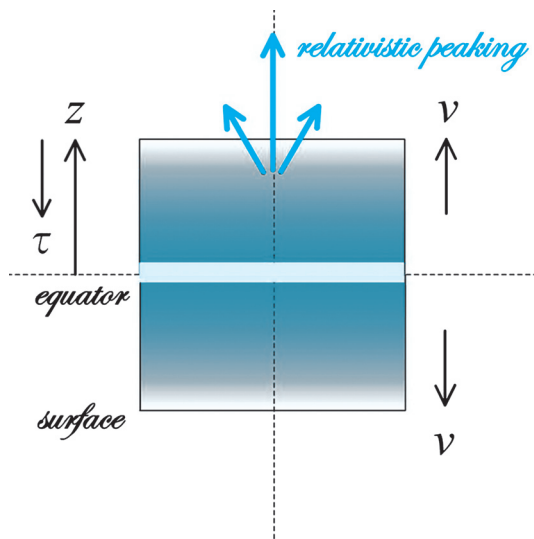


図 13 平行平板流の模式図.



ここらへんまでくると、いささか数式を出すのをためらうが、以下、このような相対論的平行平板流における相対論的輻射輸送を表す基礎方程式、方程式の境界条件、一般解および特殊解などを“数式入り”で紹介する。数式については、あくまでも解析的な式で表せるということを示すためのもので、追うのが面倒ならば文様のように眺めてもらえばいいだろう。

4.1 基礎方程式

一般相対論的な輻射流体力学のモーメント方程式が具体的に書き下されたのは最近<sup>36), 37)</sup>のことだと述べたが、実は特殊相対論的な場合でさえ、完全な表現はほとんどなかった。この分野のバイブルであるミハラス & ミハラス (D. and B. W. Mihalas) の教科書<sup>5)</sup>も、途中までは一般的に導出してあるが、最後は  $(v/c)$  の 1 次で落としてある。ポムラニング (G. C. Pomraning) の教科書<sup>39)</sup>にはさまざまな座標系での表現が書き下されているが、保存系で表現されているため、実用的ではない。他の教科書も球対称だけ<sup>40)</sup>だったり一般形だけ<sup>2)</sup>だったりする。最近投稿した論文のレフリーから教えてもらったミハラスたちの論文<sup>41)</sup>などが比較的良好に書いてあるほうだが、最後は拡散近似にしてあるし、具体的な解が導かれているわけでもない。したがってまだ不十分な状況なのだ。結局、自前で導くことになった<sup>42)</sup>。正確に言えば、せっかく導出したので、その応用を考えたら、今回の問題になったという順序である。一般形などは文献 42 を見てもらうことにして、定常鉛直方向 1 次元の方程式からスタートしよう。

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI}{dz} = & \rho \frac{1}{\gamma^3(1-\beta\mu)^3} \\ & \times \left[ \frac{j_0}{4\pi} - (\kappa_0^{\text{abs}} + \kappa_0^{\text{sca}})\gamma^4(1-\beta\mu)^4 I \right. \\ & + \frac{\kappa_0^{\text{sca}}}{4\pi} \frac{3}{4} \gamma^2 \left[ 1 + \frac{(\mu-\beta)^2}{(1-\beta\mu)^2} \beta^2 \right. \\ & \left. \left. + \frac{(1-\beta^2)^2}{(1-\beta\mu)^2} \frac{1-\mu^2}{2} \right] cE \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \left[ 1 + \frac{(\mu-\beta)^2}{(1-\beta\mu)^2} \right] 2F\beta \\ & + \left[ \beta^2 + \frac{(\mu-\beta)^2}{(1-\beta\mu)^2} - \frac{(1-\beta^2)^2}{(1-\beta\mu)^2} \right. \\ & \left. \times \frac{1-\mu^2}{2} \right] cP \} \end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI}{d\tau} = & \gamma(1-\beta\mu)I - \frac{1-A}{4\pi} \frac{1}{\gamma(1-\beta\mu)^3} \\ & \times (cE - 2F\beta + \beta^2 cP) \\ & - \frac{A}{4\pi} \frac{3}{4} \frac{1}{\gamma(1-\beta\mu)^3} \left\{ \left[ 1 + \frac{(\mu-\beta)^2}{(1-\beta\mu)^2} \beta^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{(1-\beta^2)^2}{(1-\beta\mu)^2} \frac{1-\mu^2}{2} \right] cE \right. \\ & - \left[ 1 + \frac{(\mu-\beta)^2}{(1-\beta\mu)^2} \right] 2F\beta \\ & \left. + \left[ \beta^2 + \frac{(\mu-\beta)^2}{(1-\beta\mu)^2} - \frac{(1-\beta^2)^2}{(1-\beta\mu)^2} \right. \right. \\ & \left. \left. \times \frac{1-\mu^2}{2} \right] cP \right\} \end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned} \frac{dF}{d\tau} = & \gamma^3 \beta [F(1+\beta^2) - (cE + cP)\beta] \\ = & \gamma \beta \frac{F(f+\beta^2) - cP(1+f)\beta}{f-\beta^2} \end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned} c \frac{dP}{d\tau} = & \gamma^3 [F(1+\beta^2) - (cE + cP)\beta] \\ = & \gamma \frac{F(f+\beta^2) - cP(1+f)\beta}{f-\beta^2} \end{aligned} \tag{31}$$

$$cP(1-f\beta^2) = cE(f-\beta^2) + 2F\beta(1-f) \tag{32}$$

輻射場の物理量を静止系で表した、定常で鉛直方向 1 次元の、振動数で積分した相対論的な輻射輸送方程式は (28) 式のようなになる。ここで  $\beta$  は光速を単位とした速度、 $\gamma$  はローレンツ因子、 $\mu$  は方向余弦である。

さらに輻射平衡を仮定し、熱源はないとして、(5) 式の光学的厚みで書き直すと、(29) 式のようなになる。ここで  $A$  は散乱不透明度の全不透明度に

対する比率で「散乱反射能 (scattering albedo)」と呼ばれるが、後では表に出てこなくなる。

同様にして、0次のモーメント式と1次のモーメント式は、それぞれ、(30)式および(31)式となる。さらにそれらを閉じるためのクロージャー関係として共動系でエディントン近似を仮定すると、静止系の量で表した関係は(32)式となる。ここで  $f$  はエディントン因子である。

このクロージャー関係を用いて放射エネルギー密度  $E$  を消去すると、モーメント式の2番目の等号の後になる。したがって、最終的に、解くべき変数  $I, F, P$  に対して、解くべき方程式は(29)式から(31)式である。

### 4.2 平行平板流の境界条件

放射輸送問題は、一般に2点境界値問題になっている。中心部(基部)と表面とで境界条件を課す必要がある。平行平板流の場合は、流れの基部(赤道面)では、たとえば、一様光源を置いたり、さらに裏から入射してきた光線が上向きの光線に加わるなどの条件を置けばいいだろう。

問題は表面 ( $\tau=0$ ) での境界条件だ。大気が運動しているので、静止大気の境界条件である(10)式は適当ではない。詳細な導出は省くが(文献43)、表面における静止系での放射量は(33)式から(34)式のように表される。速度が0の極限では(10)式に帰着し、逆に速度が光速に近づくと、正しく、 $cE=F=cP$  となる。

$$cE_s = 2\pi I_s \gamma_s^2 \frac{3 + 3\beta_s + \beta_s^2}{3} \tag{33}$$

$$F_s = 2\pi I_s \gamma_s^2 \frac{3 + 8\beta_s + 3\beta_s^2}{6} \tag{34}$$

$$cP_s = 2\pi I_s \gamma_s^2 \frac{1 + 3\beta_s + 3\beta_s^2}{3} \tag{35}$$

### 4.3 一般化されたミルン-エディントン解

実際に解いた解を紹介しよう。勝手にわからないので、最初は低速近似で解いたり、源泉関数を一定にして解いたりしたが、その後、速度が一定という条件のみで解くことができた<sup>26)</sup>。

$$cE = \frac{\gamma^2 F_1}{\beta} \left[ (1+f\beta^2) - (1-2\beta+f\beta^2)C_1(\beta) \right] \times \exp\left(-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau\right) \tag{36}$$

$$F = \gamma^2 F_1 \left[ (1+f) - (f-\beta^2)C_1(\beta) \right] \times \exp\left(-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau\right) \tag{37}$$

$$cP = \frac{\gamma^2 F_1}{\beta} \left[ (f+\beta^2) - (f-\beta^2)C_1(\beta) \right] \times \exp\left(-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau\right) \tag{38}$$

$$\frac{cE}{\pi I_s} = \frac{\gamma^2}{\beta} \left[ (1+f\beta^2)(1+2\beta) - (1-2\beta+f\beta^2) \right] \times \exp\left(-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau\right) \tag{39}$$

$$\frac{F}{\pi I_s} = \gamma^2 \left[ (1+f)(1+2\beta) - (f-\beta^2) \right] \times \exp\left(-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau\right) \tag{40}$$

$$\frac{cP}{\pi I_s} = \frac{\gamma^2}{\beta} \left[ (f+\beta^2)(1+2\beta) - (f-\beta^2) \right] \times \exp\left(-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau\right) \tag{41}$$

$$\frac{cE_{co}}{\pi I_s} = \frac{1}{\beta} \left[ (1+2\beta) - \exp\left(-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau\right) \right] \tag{42}$$

$$\frac{F_{co}}{\pi I_s} = \exp\left(-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau\right) \tag{43}$$

$$\frac{cP_{co}}{\pi I_s} = \frac{f}{\beta} \left[ (1+2\beta) - \exp\left(-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau\right) \right] \tag{44}$$

具体的には、境界条件を課す前の一般解が(36)式から(38)式のようになる。光学的厚みに関して指数項が現れていることが興味深い。

さらに表面での境界条件を課した後の特殊解

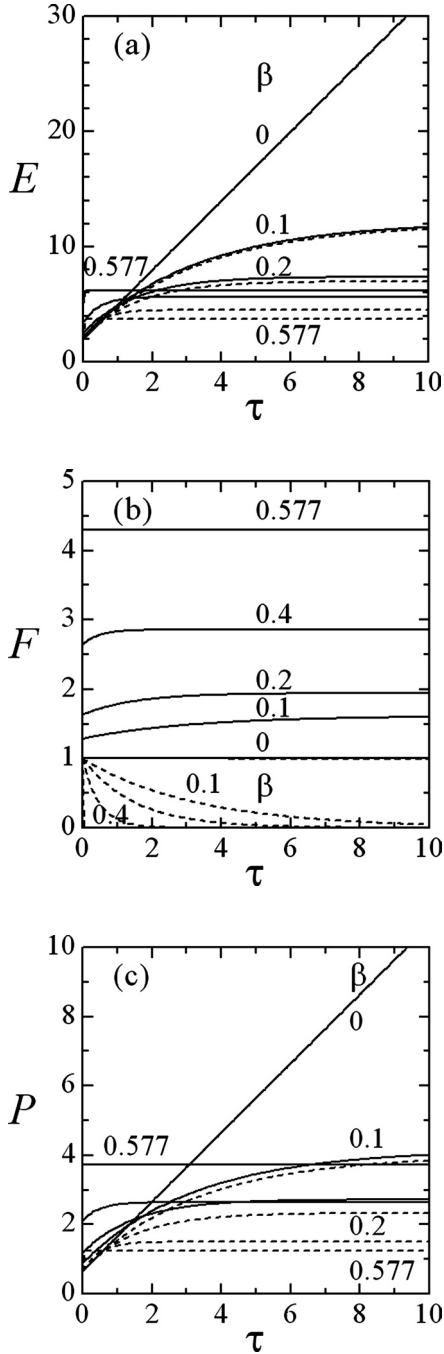


図 14 一般化されたミルン-エディントン解の輻射モーメント量. 静止系 (実線) と共動系 (波線) における, (a) 輻射エネルギー密度, (b) 輻射流束, (c) 輻射圧の値が, 光学的厚み  $\tau$  の関数として, いろいろな速度  $\beta$  の値に対して描いてある.

が, 静止系の輻射モーメント量に対するものが (39) 式から (41) 式で, 共動系のものが (42) 式から (44) 式になる. 境界条件と無矛盾になるためには, エディントン因子  $f$  は自動的に  $1/3$  に決まる. またこれらの解をグラフに描いたのが図 14 だ. なお, エディントン因子の値から, 速度  $\beta$  は  $1/\sqrt{3}$  以下に制限される.

まずこの解は, 速度が 0 の極限で, 従来の ME 解に帰着することから「一般化されたミルン-エディントン解 (generalized Milne-Eddington solution)」と見なせる. 速度が大きくなると, 輻射とガスはおおむね一緒に動くようになっていくので, どのモーメント量も一定になっていくが, その振舞いは微妙である. 共動系より静止系の方が大きいのは相対論的ブーストだろうが, 光学的に深いところでの静止系の輻射エネルギー密度は小さくなっていく. また共動系での輻射流束は (表面での境界条件の影響がある) 表面以外では 0 に近づく.

さらにこれらの輻射モーメント量の解析解を輻射輸送方程式に代入すると, 輻射輸送方程式は (45) 式のように簡単になり, それを積分して, 上向き輻射強度の一般解, (46) 式, と下向き輻射強度の一般解, (47) 式, さらに, 円盤表面から放射される顕現輻射強度, (48) 式, などが得られる.

いろいろな速度に対して, 一般化されたミルン-エディントン解の顕現輻射強度, すなわち表面から放射される輻射強度を角度の関数として表したものが図 15 である. 図の縦軸は対数目盛であることに注意して欲しい. 速度が 0 の極限 (波線) では, 通常の ME 解の周縁減光効果 (ピーキング効果) に帰着する. 速度が大きくなるに従い, ドップラー効果と光行差という相対論的なビーミング効果が効いてくるので, ピーキングはより強烈になっていく. ここでは, 静止大気でも起こるピーキング効果と相対論的ビーミング効果を合わせたものを「相対論的ピーキング効果 (relativistic peaking)」と名付けよう.

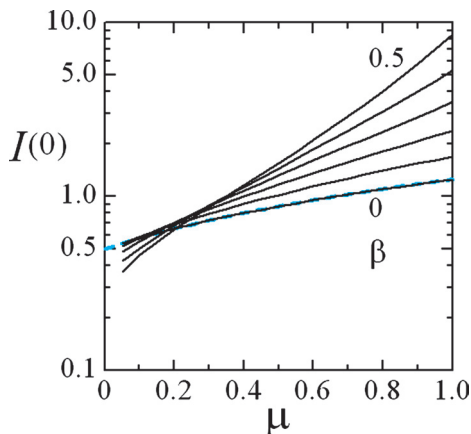


図 15 一般化されたミルン-エディントン解の顕現輻射強度，すなわち表面から放射される輻射強度の角度依存性. 速度  $\beta$  は下から，0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5. 前方方向 ( $\mu=0$ ) では，ドップラー因子の 4 乗ぐらいで増加しているが，方向余弦に強く依存する.

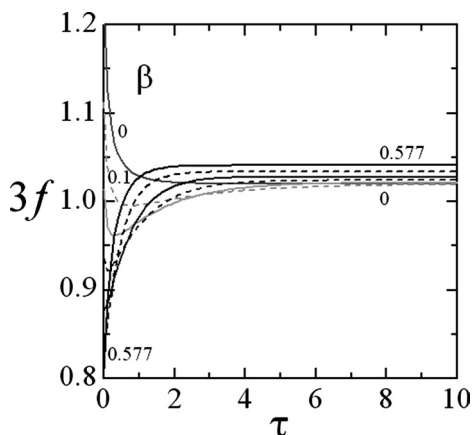


図 16 “変動” エディントン因子の再算出値. エディントン因子を 3 倍した値が光学的厚みの関数として描いてある. 数値は速度  $\beta$  の値.

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI}{d\tau} = & \gamma(1-\beta\mu)I - \frac{\pi I_s}{4\pi} \frac{1}{\gamma^3(1-\beta\mu)^3} \\ & \times \frac{1}{\beta} \left[ (1+2\beta) - \exp\left(-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau\right) \right] \end{aligned} \quad (45)$$

$$I(\tau, \mu, \beta) = \frac{\pi I_s}{4\pi} \frac{1}{\gamma^4(1-\beta\mu)^4} \frac{1}{\beta} \left[ (1+2\beta) \right.$$

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{1 + (\beta\mu/\gamma^2(1-\beta\mu)(f-\beta^2))} \\ & \times \exp\left(-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau\right) \Big] \\ & - \frac{\pi I_s}{4\pi} \frac{1}{\gamma^4(1-\beta\mu)^4} \frac{1}{\beta} \left[ (1+2\beta) \right. \\ & - \frac{1}{1 + (\beta\mu/\gamma^2(1-\beta\mu)(f-\beta^2))} \\ & \times \exp\left(-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau_0\right) \Big] \\ & \times \exp\left(\frac{\gamma(1-\beta\mu)}{\mu}(\tau-\tau_0)\right) \\ & + I(\tau_0, \mu) \exp\left(\frac{\gamma(1-\beta\mu)}{\mu}(\tau-\tau_0)\right) \\ & \sim \frac{\pi I_s}{4\pi} \frac{1}{\gamma^4(1-\beta\mu)^4} \frac{1}{\beta} \left[ (1+2\beta) \right. \\ & - \frac{1}{1 + (\beta\mu/\gamma^2(1-\beta\mu)(f-\beta^2))} \\ & \times \exp\left(-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau\right) \Big] \end{aligned}$$

for large  $\tau_0$  (46)

$$\begin{aligned} I(\tau, \mu, \beta) = & \frac{\pi I_s}{4\pi} \frac{1}{\gamma^4(1-\beta\mu)^4} \frac{1}{\beta} \left[ (1+2\beta) \right. \\ & - \frac{1}{1 + (\beta\mu/\gamma^2(1-\beta\mu)(f-\beta^2))} \\ & \times \exp\left(-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)}\tau\right) \Big] \\ & - \frac{\pi I_s}{4\pi} \frac{1}{\gamma^4(1-\beta\mu)^4} \frac{1}{\beta} \left[ (1+2\beta) \right. \\ & - \frac{1}{1 + (\beta\mu/\gamma^2(1-\beta\mu)(f-\beta^2))} \\ & \times \exp\left(\frac{\gamma(1-\beta\mu)}{\mu}\tau\right) \Big] \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} I(0, \mu, \beta) = & \frac{\pi I_s}{4\pi} \frac{1}{\gamma^4(1-\beta\mu)^4} \\ & \times \frac{2 + ((1+2\beta)\mu/\gamma^2(1-\beta\mu)(f-\beta^2))}{1 + (\beta\mu/\gamma^2(1-\beta\mu)(f-\beta^2))} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 & - \frac{\pi I_s}{4\pi} \frac{1}{\gamma^4(1-\beta\mu)^4} \frac{1}{\beta} \left[ (1+2\beta) \right. \\
 & \left. - \frac{1}{1+(\beta\mu/\gamma^2(1-\beta\mu)(f-\beta^2))} \right] \\
 & \times \exp\left(-\frac{\beta}{\gamma(f-\beta^2)} \tau_0\right) \exp\left(\frac{\gamma(1-\beta\mu)}{\mu} \tau_0\right) \\
 & + I(\tau_0, \mu) \exp\left(-\frac{\gamma(1-\beta\mu)}{\mu} \tau_0\right) \\
 & \sim \frac{\pi I_s}{4\pi} \frac{1}{\gamma^4(1-\beta\mu)^4} \\
 & \times \frac{2+((1+2\beta)\mu/\gamma^2(1-\beta\mu)(f-\beta^2))}{1+(\beta\mu/\gamma^2(1-\beta\mu)(f-\beta^2))} \\
 & \text{for large } \tau_0 \quad (48)
 \end{aligned}$$

ところで、何かクロージャー関係を仮定して得られたモーメント方程式の解と、それを使って得られた輻射輸送方程式の解が無矛盾という保証はない。実際、静止大気の場合でも少しずれがあることを述べた。今回の一般化されたME解でも、顕現輻射強度からエディントン因子を再算出してみると、図16のように若干のずれが生じる。数値計算であれば、この“変動”エディントン因子を使って、またモーメント方程式を解くという逐次近似をして精度を上げればいいのだろうが、ここでは解析解の精度の範囲として示しておく。

速度が0の通常のME解では、光学的厚みが大きいところでは精度がよいが、表面付近でピーキングのためエディントン因子が1/3より少し大きい。

一方、速度が大きくなると、相対論的な移流効果だと思うが、光学的に深い部分でエディントン因子は1/3よりわずかに大きい。しかし、表面付近では、逆に1/3より小さくなっている。これは光学的に薄い場合(第1回の図19など)や数値シミュレーション<sup>44)</sup>の結果と同様、光行差の効果だと思われる。数値シミュレーションで示されたように、横から入射する光線によって、輻射圧が大きくなってしまふのだ。

ここらへんの“物理的解釈”は、この原稿をまとめていて出てきたもので、実は論文にはほとんど書いていない(笑)。

### 5. 今後の課題

今回の範囲内でも、まだまだ調べるべき問題はたくさん残っていると思う。

たとえば、3.3節で紹介した非相対論的な静止大気における輻射輸送では、加熱源の分布や照射の影響さらに散乱の効果など、いろいろ加えるべき要素がある。また灰色近似を仮定しているので、きちんと振動数依存性を考えたり、連続および線スペクトルを求めたりすることも必要だろう。

あるいは、4節で紹介した相対論的な運動大気における輻射輸送では、速度一定を仮定したが、速度が光学的厚みに依存する一般の場合なども考察すべきである。また灰色近似をはずすことや、散乱の効果調べることや、スペクトルなどを求めることも必要だ。さらに平行平板流ではなく、球対称な流れにおいても、もしかしたら古典的な解<sup>45), 46)</sup>に帰着するような、簡単な解析解が求まるかもしれない。

解析解が得られて何になるの、というような考え方もあるだろうが、ものごとの見通しがよくなったり、物理的な指針になることも少なくない。あるいは数値シミュレーションの初期条件に使われる場合もある<sup>47)</sup>。まあ、いろいろやってみておくに越したことはないだろう。

こんなに長くなる予定ではなかったのだが、文献をサーベイし、丁寧に説明を書いていくうちに、倍ぐらいに膨らんでしまった。最後まで読まれた方、ご苦労さまでした。また筑波大学の梅村雅之さん、秋月千鶴さん、小泉貴之さんたちとの宿題の多かった議論にも感謝します。

## 参考文献

- 1) 福江 純, 2007, 『輝くブラックホール降着円盤』, プレアデス出版
- 2) Castor J., 2006, *Radiation Hydrodynamics* (Cambridge Univ. Press)
- 3) Milne E. A., 1921, *MNRAS* 81, 382
- 4) Eddington A. S., 1926, *The Internal Constitution of Stars* (Cambridge Univ. Press)
- 5) Mihalas D. M., Mihalas B. W., 1999, *Foundations of Radiation Hydrodynamics* (Dover)
- 6) Meyer F., Meyer-Hofmeister E., 1982, *A&A* 106, 34
- 7) Cannizzo J. K., Wheeler J. C., 1984, *ApJS* 55, 367
- 8) Cannizzo J. K., Cameron A. G. W., 1988, *ApJ* 330, 327
- 9) Shaviv G., Wehrse R., 1986, *A&A* 159, L5
- 10) Adam J., Storzer H., Shaviv G., Wehrse R., 1988, *A&A* 193, L1
- 11) Hubeny I., 1990, *ApJ* 351, 632
- 12) Hubeny I., Hubeny V., 1997, *ApJ* 484, L37
- 13) Hubeny I., Hubeny V., 1998, *ApJ* 505, 558
- 14) Hubeny I., Agol E., Blaes O., Krolik J. H., 2000, *ApJ* 533, 710
- 15) Hubeny I., Blaes O., Krolik J. H., Agol E., 2001, *ApJ* 559, 680
- 16) Davis S. W., Blaes O. M., Hubeny I., Turner N. J., 2005, *ApJ* 621, 372
- 17) Hui Y., Krolik J. H., Hubeny I., 2005, *ApJ* 625, 913
- 18) Mineshige S., Wood J. H., 1990, *MNRAS* 247, 43
- 19) Ross R. R., Fabian A. C., Mineshige S., 1992, *MNRAS* 258, 189
- 20) Shimura T., Takahara F., 1993, *ApJ* 440, 610
- 21) Artemova I. V., Bisnovatyi-Kogan G. S., Bjornsson G., Novikov I. D., 1996, *ApJ* 456, 119
- 22) Fukue J., Akizuki C., 2006, *PASJ* 58, 1039
- 23) Fukue J., 2000, *PASJ* 52, 829
- 24) Fukue J., 2007, *PASJ* 59, 687
- 25) Fukue J., 2008, *PASJ* 60, 137
- 26) Fukue J., 2008, *PASJ* 60, 627
- 27) Eggum G. E., Coroniti F. V., Katz J. I., 1985, *ApJ* 298, L41
- 28) Eggum G. E., Coroniti F. V., Katz J. I., 1987, *ApJ* 323, 634
- 29) Eggum G. E., Coroniti F. V., Katz J. I., 1988, *ApJ* 323, 634
- 30) Okuda T., Fujita M., 2000, *PASJ* 52, L5
- 31) Okuda T., 2002, *PASJ* 54, 253
- 32) Okuda T., Teresi V., Toscano E., Molteni D., 2005, *MNRAS* 357, 295
- 33) Ohsuga K., Mori M., Nakamoto T., Mineshige S., 2005, *ApJ* 628, 368
- 34) Ohsuga K., 2006, *ApJ* 640, 923
- 35) Yin W.-W., Miller G. S., 1995, *ApJ* 449, 826
- 36) Park M.-G., 2006, *MNRAS* 367, 1739
- 37) Takahashi R., 2007, *MNRAS* 382, 1041
- 38) Mihalas D., Mihalas B. W., 1984, *Foundations of Radiation Hydrodynamics* (Oxford Univ. Press)
- 39) Pomraning G. C., 1973, *The Equations of Radiation Hydrodynamics* (Dover)
- 40) Peraiah A., 2002, *An Introduction to Radiative Transfer: Methods and applications in astrophysics* (Cambridge Univ. Press)
- 41) Mihalas D., Auer L. H., 2001, *JQSRT* 71, 61
- 42) Kato S., Fukue J., Mineshige S., 2008, *Black-Hole Accretion Disks—Towards a New Paradigm* (Kyoto Univ. Press)
- 43) Fukue J., 2000, *PASJ* 52, 613
- 44) Koizumi T., Umemura M., 2008, *MNRAS*
- 45) Kosirev N. A., 1934, *MNRAS* 94, 430
- 46) Chandrasekhar S., 1934, *MNRAS* 94, 444
- 47) Okada R., Fukue J., Matsumoto R., 1989, *PASJ* 41, 133

### Let's Challenge the Relativistic Radiation Hydrodynamics: 4 Generalized Milne–Eddington Solution in a Relativistic Plane-Parallel Flow

Jun FUKUE

*Astronomical Institute, Osaka Kyoiku University, Asahigaoka 4-698-1, Kashiwara, Osaka 582-8582, Japan*

Abstract: There are a few analytical solutions in the radiative transfer problem even for the static atmosphere. For the relativistically moving atmosphere, there may be no known solutions. In the plane-parallel flow with constant velocity, we firstly found a new analytical solution, *the generalized Milne–Eddington solution*, for the relativistic radiative transfer problem. We also found that this new solution exhibits a *relativistic peaking effect*, which is a peaking effect strongly enhanced by the relativistic beaming. There remain many open problems, orbs, in the relativistic transfer problem.