

アルマ望遠鏡イメージングツール PRIISMの概要

中 里 剛¹・池 田 思 朗²

〈¹ 国立天文台アルマプロジェクト 〒181-8588 東京都三鷹市大沢 2-21-1〉

〈² 統計数理研究所 〒190-8562 東京都立川市緑町 10-3〉

e-mail: ¹ takeshi.nakazato@nao.ac.jp, ² shiro@ism.ac.jp



中里



池田

電波干渉計のイメージングではCLEANが長年使われてきた。これに対して、EHT, SKA, ngVLAといった現在進行中のプロジェクトでは、応用数理分野でこの30年間培われた方法を電波干渉計のイメージングに応用する試みが続けられている。我々は同様の試みのひとつとして、ALMAのイメージングのためにPRIISMを開発した。本稿ではPRIISMの概要を述べる。

1. はじめに

電波干渉計では複数の望遠鏡で天体を観測し、ペアごとの信号を相関処理することによって天体画像のフーリエ変換にあたるビジビリティを得る。ビジビリティから画像を求める逆問題は逆フーリエ変換を施せばよさそうだが、そう単純ではない。ビジビリティには雑音が加わっているし、求める画像の画素数をビジビリティの点の数より多くとると条件が足りなくなって画像が一意に定まらない。

画像を求める手続きはイメージングと呼ばれ、電波天文学ではCLEANと呼ばれる方法が長い間用いられてきた [1]。CLEANは計算量が少なく、50年以上前から計算機に実装され、現在まで数多くの成果を挙げてきた。一方、この30年ほどの間に統計学、最適化理論、信号処理、機械学習などの応用数理分野ではいくつもの新しい方法論が生まれている。そうした方法をイメージングに用いるのは自然な流れであろう [2-5]。超長基線電波干渉計である Event Horizon Telescope (EHT) の Collaboration 内では複数の新たなイメージング法

が開発され、ブラックホールシャドウの画像化に貢献した [6]。SKA, ngVLA などの現在進行中のプロジェクトでもCLEANに加えてさまざまな新しい方法が用いられるだろう。

天文学で用いる大型の望遠鏡はどれも異なる特徴を持っているため、望遠鏡毎にイメージングの困難さが異なる。我々はアルマ望遠鏡のイメージングのためにPythonモジュール、PRIISM (Python module for Radio Interferometry Imaging with Sparse Modeling) を開発した。アルマ望遠鏡のアンテナ数は多く、視野はコンパクトで観測環境は良い。ユーザーは手元の計算機で画像を得るスタイルを期待している。汎用の計算機で100メガピクセル程度の画像化の実現を目指して設計した。本稿ではPRIISMの概要を述べる。以下、2章でPRIISMの数理的基盤について、3章ではPythonモジュールについて説明する。簡単な結果を4章に示し、5章で本稿のまとめを述べる。

2. 数理的な基盤

ビジビリティを $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_M)^T \in \mathbb{C}^M$ (T は転置)、画像を $\mathbf{x} = (x_{11}, \dots, x_{N_x N_y})^T$ とおく。画像 $\mathbf{x}$ が

らビジビリティの座標への2次元フーリエ変換を $\mathcal{F}$ と書くことにすると、画像とビジビリティの間には(1)式の関係が成り立つ。

$$\mathbf{v} = \mathcal{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{n}, \quad (1)$$

ここで $\mathbf{n} = (n_1, \dots, n_M)^T$ は雑音を表すベクトルである。ビジビリティは複素数であり、雑音も複素数となる。望遠鏡のビジビリティは校正済みとし(校正については本特集の展望記事[7]で述べる)、画像とのフィットは重みつき二乗誤差で表現できる。

$$L_v(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^M \frac{|v_k - \mathcal{F}_k(\mathbf{x})|^2}{\sigma_k^2}. \quad (2)$$

画像 $\mathbf{x}$ がこの誤差を小さくするならばビジビリティをよく説明することになるが、可能な限り小さくすればよい画像が求まるというわけではない。例えばビジビリティの点数が画素数よりも少ないならば(2)式を0とする $\mathbf{x}$ が無数に存在して画像が一意に定まらないし、雑音がある場合には画像が雑音の影響をまともに受けてしまう。

多くのイメージングの方法は、求める画像が意味のあるものとなるように、画像になにか制限を課し、その限られた解の空間の中で(2)式を小さくして画像を求めている。画像にどのような方法で制限を課すのか、そして(2)式をどのようなアルゴリズムで最小化するか、という組み合わせを理解すると方法の差異がわかりやすい。

CLEANは画像を点源の集合に制限し、その点源集合を求めるアルゴリズムはビジビリティへの寄与が大きいと思われる点源からひとつずつ順番に求めていく。この方法は最適化理論では貪欲法と呼ばれる。CLEANでは点源によって構成される画像では説明できない残差を評価し、アルゴリズムを停止する。最終的に点源にCLEANビーム^{*1}

を畳み込み、画像とする^{*2}。

PRIISMでは画像 $\mathbf{x}$ に以下の条件を課す。

$$x_{ij} \geq 0, \sum_{ij} |x_{ij}| \leq A, \quad (3)$$

$$\text{TSV}(\mathbf{x}) \leq B. \quad (4)$$

ただし、TSVはTotal Squared Variationであり、以下のように定義する[9]。

$$\text{TSV}(\mathbf{x}) = \sum_{ij} ((x_{ij} - x_{i-1j})^2 + (x_{ij} - x_{ij-1})^2).$$

(3)式は画素の値が非負であることと、 A によって画像のtotal fluxを制約している。(4)式は隣り合うピクセルの差の二乗和を制約していて、なめらかな変化をする画像に制限する。このため、PRIISMではCLEANビームによる畳み込みを行わず、解像度はビームではなく B によって制御される。

これらの制約の下で(2)式を最小化するのが、実際には次の最適化問題を解く。

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} & \left[\frac{1}{2} L_v(\mathbf{x}) + \lambda_1 \sum_{ij} |x_{ij}| + \lambda_{\text{TSV}} \text{TSV}(\mathbf{x}) \right] \\ \text{subject to} & \quad x_{ij} \geq 0. \end{aligned} \quad (6)$$

(6)式中の λ_1 , λ_{TSV} はラグランジュ乗数であり、正の定数として外から与えて解く。この最適化問題の第2項は“スパース項”とも呼ばれる。この項を用いることで、多くの画素の値が0と推定されるからだ。ここではこれ以上触れないが、統計学において30年前にLASSOと呼ばれる方法[10]が出現して以来、応用数理分野ではスパース項に関連する手法の研究が大きく進んだ。

(3)式と(4)式の下で(2)式を最小とする問題は凸最適化問題となっている。最適化理論の

^{*1} 電波干渉計での観測の実効的な点源応答関数を2次元ガウシアンで近似したものをCLEANビームと呼ぶ。

^{*2} Högbomの論文[1]から約20年後の1993年、CLEANと本質的に同等のアルゴリズムが、信号処理分野でMatching Pursuit (MP)として独立に提案された[8]。MPによりアルゴリズムの収束の条件など、理論的な理解が深まった。

結果から、その問題と(6)式に示された問題とは同値である。すなわち、適切な範囲の正の定数(A, B)には、対応する($\lambda_1, \lambda_{\text{TSV}}$)の組が一意に存在する。ただし、それらの対応関係はあらかじめ陽にはわからない。 $(\lambda_1, \lambda_{\text{TSV}})$ の値によって最適な画像は当然変化するため、これらをどう決めるかは大事である。次章で議論する。

(6)式は最適化理論で二次計画問題と呼ばれる問題になっている。これを解く汎用の最適化ソルバは存在するが、変数 $\mathbf{x}$ が100メガピクセル程度の画像となると大きすぎて最適化ソルバでは扱えない。我々が最適な画像を求めるアルゴリズムを書かなければならない。PRIISMでは貪欲法ではなく画像全体を同時に最適化する。具体的には、近接勾配法と勾配最適化法を組み合わせた方法[11]を実装した。

3. PRIISMの詳細

3.1 PRIISM Pythonモジュール

アルマ望遠鏡は、66台のパラボラアンテナからなる電波干渉計である。アルマ望遠鏡の観測データはPythonをインターフェースとするアプリケーションCASA[12]で解析することが標準とされている[13]。これを踏まえて、PRIISMの核であるC++のイメージングコードにはPythonのインターフェースを被せた。そこにCASAのデータ入出力機能を連携させてPythonモジュールを構築し、GitHub上で公開している[14–16]。

3.2 $\lambda_1, \lambda_{\text{TSV}}$ の自動選択

PRIISMではスパース項とTSV項の影響をそれぞれ λ_1 と λ_{TSV} によって調整し、画像を求める。これらをどのように定めるかが結果に大きな影響を与える。このようなパラメータはハイパーパラメータと呼ばれる。ハイパーパラメータをどのように決めるか、という問題は機械学習や統計学でもよく現れる。

ハイパーパラメータの決定方法としてはさまざまなものが提案されている。PRIISMでは、その

ひとつ、交差検証(Cross Validation: CV)によるハイパーパラメータの決定法を実装している。これによって λ_1 と λ_{TSV} を決定し、ほぼ自動的に画像を得ることが可能となる。

交差検証では、予測誤差に基づきハイパーパラメータのよさを測る。手続きとして、観測データをいくつかのサブセットに分割する。そのうち1つのサブセットを試験用として残しておき、残りのデータから $\mathbf{x}$ をもとめ、試験用サブセットへの適合度 $L(\mathbf{v}, \mathbf{x})$ を計算する。これを各サブセットに対して行い、適合度の平均値を得る。こうして得られた適合度は特定のハイパーパラメータを用いた時に期待される誤差である(予測誤差)。もし解が観測データへの過剰適合を起こしていると、上記で得られた適合度の値は悪化する。PRIISMは交差検証によって λ_1 と λ_{TSV} からなる2次元のハイパーパラメータ空間を探索し、最も適合度の高いハイパーパラメータの組と最適な復元画像を決定している。サブセットの数は、デフォルトで10としている。図1はPRIISMのチュートリアル[17]における交差検証結果の画像出力の例である。横軸に λ_{TSV} の対数、縦軸に λ_1

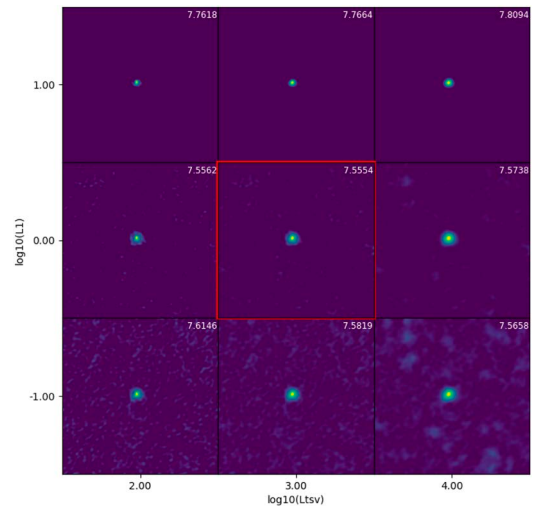


図1 PRIISMのチュートリアルにおける交差検証結果の出力画像。実際にはカラーで出力される(web版ではカラー表示)。

の対数をとる、各サブパネルにそれぞれのハイパーパラメータで得られた復元画像と、復元画像の試験用データへの平均適合度を示している。平均適合度の値は相対的に小さい方が適合度がよくなるように定義されており、この例では 3×3 で合計9種類のハイパーパラメータの組を検証し、中央の $(\lambda_1, \lambda_{\text{TSV}}) = (10^0, 10^3)$ に相当する画像が最適な復元画像と判定されている。

3.3 PRIISMで指定できるパラメータ

PRIISMでは、いくつかのパラメータを指定できる。主なものを以下で説明する。詳しい設定方法等はチュートリアル [17] を参照されたい。

基本パラメータ

PRIISMは現在連続波画像のみサポートしている。すなわち、周波数（または速度）方向の画素数は1に固定されている。そのため、復元画像の基本パラメータは画素数、ピクセルサイズ、中心座標、中心周波数となる。このうち中心座標と中心周波数は、ビジビリティデータに付随するメタデータをそのまま利用する。ピクセルサイズと画素数は従来のイメージング手法における設定と大きく変わるところはない。ALMA アーカイブ [18] の情報をもとに見積もるのであれば、Ang.res. 列の最高解像度とFOV列の視野を参考にするとよい。CLEANにおいて実効解像度に相当するCLEANビームを10ピクセル程度でカバーするピクセルサイズをとる。これにならって、Ang.res. 列の値にある数値の1/3から1/4程度のピクセルサイズを試し、適宜微調整することを推奨する。ピクセルサイズを固定すれば、FOV列の視野をカバーするという条件から画素数は一意に決まる。

フーリエ変換

PRIISMではフーリエ変換の実装として高速フーリエ変換(FFT)と非一様高速フーリエ変換(NUFFT)の2種類を用意しており、ユーザーが選択できる。FFTではアルゴリズム上の制約により、前処理として観測データを一様なグリッド上に配置する。この処理はある種の平均操作を含む

のでデータ量が減り、結果として画像復元のための計算量が削減される。一方NUFFTは生の（校正済み）観測データから直接復元画像を得ることができるのが利点である。ただし、FFTに比べて計算量は増加する。

マスク

視野中の天体の存在する範囲をマスクとして与えることができる。CLEAN boxと同様の働きをする。すなわち、マスクに指定した範囲にのみ放射が存在すると仮定してイメージングを行う。

非負制約の有無

オプションとして、画像の非負制約を外すこともできる。これによって原理的には偏波の解析も可能である。

交差検証

交差検証のサブセットの数、サブパネルの数は変更できる、また、Bayesian Optimization（ベイズ最適化）という方法で全てのサブパネルを網羅的に探すのではなく、効率的な探索も可能である。サブセットの数はデフォルトで10である。またサブパネルの数はハイパーパラメータの候補値の数で決まる。 $\lambda_1, \lambda_{\text{TSV}}$ の候補値をそれぞれ10種類ずつ与えたとすると、交差検証の探索範囲は 10×10 の2次元グリッド上ということになる。(6)式を見ればわかるとおり、 $\lambda_1, \lambda_{\text{TSV}}$ は2倍とか3倍程度の変化では結果に大きく影響しない。候補値は $10^0, 10^1, 10^2$ のように対数空間で等間隔になるように選ぶのがよい。

4. 従来の画像復元手法との比較

ここではアルマ望遠鏡の観測データを使ってCLEANとPRIISMの比較を行う。図2はScience Verification (SV) データとして公開されている原始惑星系円盤HL Tauのデータ [19] をイメージングしたものである。左がCLEANにより得られた参照画像、右がPRIISMにより得られた画像を示している。CLEANの参照画像に見られる特徴的なギャップ構造が、PRIISMの復元画像でも再

現できていることが確認できるであろう。

ピクセルサイズはCLEANで0.005秒角、PRIISMでは0.008秒角を指定している。CLEAN画像に畳み込まれているCLEANビームの半値全幅は $35\text{ mas} \times 22\text{ mas}$ で、これがCLEAN画像の実効的な解像度である。図2は強度のスケールが異なっていることに注意されたい。これは単位の違いによるもので、CLEANの復元画像（左）では強度の単位はビームあたりのフラックス Jy/beam

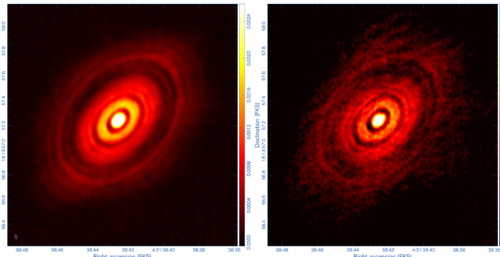


図2 原始惑星系円盤 HL Tau の復元画像. (左) CLEANにより得られた参照画像. (右) PRIISMにより得られた復元画像. CLEANの参照画像はすべてのデータを使って作成されているのに対し、PRIISMの画像は観測周波数の範囲を絞ってより少ないビジビリティデータから復元した。この図はアルマ望遠鏡の科学評価データ ADS/JAO.ALMA#2011.0.00015.SV を用いた。

なのに対し、PRIISMの復元画像（右）ではピクセルあたりのフラックス Jy/pixel となっている。

図3は原始惑星系円盤 RY Tau の復元画像を示している [20]。この天体はアルマ望遠鏡で複数回観測されており、短基線（低解像度）と長基線（高解像度）の2種類のビジビリティデータが存在する。図3の左2枚の画像は短基線データのみから CLEAN と PRIISM で復元した画像で、中央右は長基線データを加えて CLEAN で復元した画像である。右端の画像は中央2枚の画像の差分を示す。中央2枚の画像の比較から、長基線データも加えた CLEAN の画像と同等の画像が、短基線データのみから復元されたことがわかる。この結果は、CLEAN ビームに制限されずに高い解像度でイメージングできることを実証している。

5. ま と め

本稿では、我々が開発した新たなアルマ望遠鏡のためのイメージング法パッケージ PRIISM について説明した。PRIISM は CLEAN と異なり、CLEAN ビームを用いないため、より高い解像度の画像を得られると期待される。これまでの研究では、CLEAN に比べて2-3倍程度よい解像度で

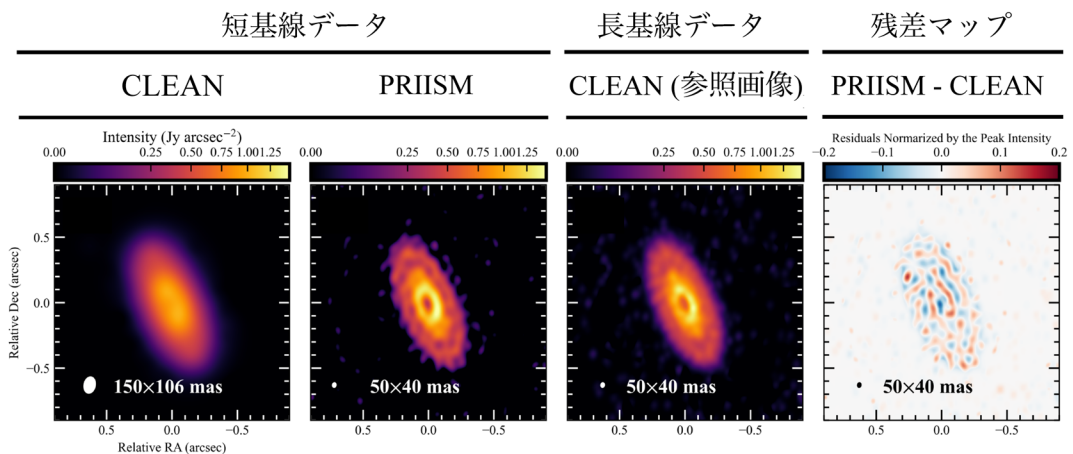


図3 原始惑星系円盤 RY Tau の復元画像. (左端) 短基線データから CLEAN により復元した画像, (中央左) 短基線データから PRIISM により復元した画像, (中央右) 長基線データを加えて CLEAN で復元した画像, (右端) 中央2枚の画像の差分. [19] の図を改変。

復元が可能だと報告されている [3, 21]. 経験的にも同様の印象を受けるが、理論的に保証されているわけではなく、引き続き検討が必要だ。また、PRIISMは調整可能なパラメータが少なく、自動的に画像が得られる。ユーザーの訓練が必要なCLEANと比べ、特に訓練をしなくとも誰でも同じ結果が得られる点は長所と言ってよいだろう。

一方で、PRIISMはCLEANに比べて歴史が短く、発達途上の手法であることも事実だ。ハイパーパラメータを決めるためにPRIISMが実装している交差検証はかなりの回数の画像推定を行い、相当の時間がかかる。ベイズ最適化の実装によって探索回数の削減を図っているものの、本質的な解決にはなっていない。最適なハイパーパラメータの効率的な探索は今後も検討していく必要がある。CLEANのユーザーからはCLEANと同等の機能を求められることも多い。例えばresidual map (残差画像) はないのか、といわれることがあるが、画像とビジビリティがあればresidual mapはすぐに作成できる。PRIISMでは特に必要としないため個別の機能としては実装していない。

PRIISMの開発に予算があるわけではない。日本発のイメージングパッケージがアルマ望遠鏡の科学的成果に貢献できる機会であると感じて、我々が定期的に議論をしながら本務の合間に開発を行っている。オープンソースであるので、興味のある方にはぜひ開発にも参加していただきたい。

謝 辞

PRIISM開発のきっかけを作ってくださった秋山和徳氏、小杉城治氏、本間希樹氏、PRIISMの議論にご参加いただいている所司歩夢氏、竹内努氏、谷口暁星氏、塚越崇氏、山口正行氏をはじめ、これまでPRIISMの開発に関わってくださったすべての方々に感謝申し上げます。

参考文献

- [1] Högbom, J. A., 1974, A&AS, 15, 417
- [2] Carrillo, R. E., et al., 2012, MNRAS, 426, 1223
- [3] Honma, M., et al., 2014, PASJ, 66, 1
- [4] Dabbech, A., et al., 2015, A&A, 576, A7
- [5] Junklewitz, H., et al., 2016, A&A, 586, A76
- [6] EHT Collaboration, 2019, ApJ, 875, L4
- [7] 池田思朗, 塚越崇, 竹内努, 2026, 天文月報, 119, 436
- [8] Mallat, S. G., Zhang, Z., 1993, IEEE Trans. SP, 41, 3397
- [9] Kuramochi, K., et al., 2018, ApJ, 858, 56
- [10] Tibshirani, R., 1996, J. R. Statist. Soc. B, 58, 267
- [11] Beck, A., Teboulle, M., 2009, SIAM J. Imaging Science, 2(1), 183
- [12] The CASA Team, et al., 2022, PASP, 134, 114501
- [13] [https://almascience.nao.ac.jp/processing/science-pipeline\(2026.05.26\)](https://almascience.nao.ac.jp/processing/science-pipeline(2026.05.26))
- [14] Nakazato, T. & Ikeda, S., 2020, Astrophysics Source Code Library, 2006.002
- [15] Nakazato, T., et al., 2020, Proc. SPIE, 114532 V, 11
- [16] [https://github.com/tnakazato/priism\(2026.5.26\)](https://github.com/tnakazato/priism(2026.5.26))
- [17] [https://github.com/tnakazato/priism/blob/main/tutorial_twhya.ipynb\(2026.5.26\)](https://github.com/tnakazato/priism/blob/main/tutorial_twhya.ipynb(2026.5.26))
- [18] [https://almascience.nao.ac.jp/aq/\(2026.5.26\)](https://almascience.nao.ac.jp/aq/(2026.5.26))
- [19] [https://casaguides.nrao.edu/index.php?title=ALMA2014_LBC_SVDATA#HL_Tau_-_Protoplanetary_Disk\(2026.5.26\)](https://casaguides.nrao.edu/index.php?title=ALMA2014_LBC_SVDATA#HL_Tau_-_Protoplanetary_Disk(2026.5.26))
- [20] Yamaguchi, M., et al., 2024, PASJ, 76, 437
- [21] Yamaguchi, M., et al., 2020, ApJ, 895, 84

Overview of PRIISM: An Imaging Tool for the ALMA Telescope

Takeshi NAKAZATO¹ and Shiro IKEDA²

¹National Astronomical Observatory of Japan, ALMA Project, 2-21-1 Osawa, Mitaka, Tokyo 181-8588, Japan

²The Institute of Statistical Mathematics, 10-3 Midori-cho, Tachikawa, Tokyo 190-8562, Japan

Abstract: In radio interferometric imaging, CLEAN has been the standard method for many years. In contrast, current projects such as EHT, SKA, and ngVLA have been developing new radio interferometric imaging methods by applying techniques developed in applied mathematics over the last three decades. Along the same line, we have developed PRIISM for ALMA imaging. In this paper, we present an overview of PRIISM.