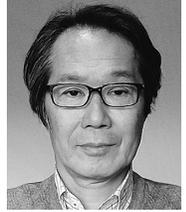


2020年ノーベル物理学賞受賞によせて

Roger Penroseの業績とその意義

小玉 英雄

〈京都大学基礎物理学研究所 〒606-8502 京都府京都市左京区北白川追分町〉
 e-mail: kodama@yukawa.kyoto-u.ac.jp



2020年のノーベル物理学賞を受賞したペンローズの業績のうち、受賞に直接関係するブラックホールと時空特異点に関する研究について、その背景、内容、意義を概説する。

2020年のノーベル物理学賞は、ブラックホールに関する研究で、ロジャー・ペンローズ (Roger Penrose) と2名の天文学者に与えられた。ペンローズの受賞理由は、「ブラックホール形成が一般相対性理論の揺るぎない予言であることを発見した」ことで、純数理的な内容である。

ペンローズ (オックスフォード大名誉教授) は、一般相対性理論や場の理論と密接に関連する研究において様々な成果を上げてきたが、いずれの研究も数理的なものである。数少ない純粋の数理的研究でのノーベル賞受賞である。

本稿では、ペンローズの多岐にわたる研究のうち、今回の受賞に関連する、時空特異点およびブラックホールに関する研究を紹介する。基本的には、ノーベル賞委員会による背景説明文と同じ題材を取り上げる。ただし、この説明文は、専門家から見ると違和感を感じる内容となっている。その理由を明らかにするために、本稿では、ペンローズの研究の歴史的な位置づけについて正確な記述を試みる。そのため、少し内容が高度になる点はお容赦いただきたい。また、ページ数の都合で、文献は省略する。興味のある方は、ノーベル賞委員会の説明文にある文献リストを見てほしい。

1. シュヴァルツシルト解の不思議

すべての始まりとなったのは、一般相対性理論

誕生の翌年1916年に、シュヴァルツシルト (Karl Schwarzschild) が発表したアインシュタイン方程式の真空球対称解である。

一般相対性理論では、時空の隣接する2点間の距離の2乗を表す時空計量を用いて重力場を幾何学的に記述する。この計量は、ニュートン理論における重力ポテンシャルにあたるもので、通常、10個の独立な成分を持つ計量テンソルと呼ばれる場を用いて表される。計量テンソルは、ポアソン方程式に対応する2階の偏微分方程式であるアインシュタイン方程式に従う。

シュヴァルツシルトが発見したのは、物質がない領域 (真空) におけるこの方程式の球対称な解である。この解は無窮遠で重力がゼロとなる唯一の球対称真空解であるので (バーコフ (Birkhoff) の定理)、球対称な天体の外部の重力場を表すと解釈できる。すなわち、ニュートン理論において、質量 M の質点を作る重力ポテンシャル GM/r (G はニュートンの重力定数) に対応する。

ただし、このシュヴァルツシルト解は、困った性質を持っていた。それは、空間座標として球座標 (r, θ, ϕ) を用いたとき、 $r=0$ と $r=r_s \equiv 2GM/c^2$ (c は真空の光速) において、計量テンソルの時間方向成分が発散したりゼロとなるなど、特異性を示すことである。

これらのうち、空間原点 $r=0$ の特異性はニュートンポテンシャルにも現れ、天体を1点に押し込

めたために生じたと理解できる。しかし、特異球面 $r=r_s$ はニュートン理論に対応物が無い。一体、なぜ、このような特異面が現れるのだろうか？

謎をさらに深めたのが、1933年のルメートル (Georges Lemaitre) の論文である。彼は、この論文で、この面に向かって落下する仮想的な粒子の集団に乗って時空計量を見ると、計量は $r=r_s$ 面で何ら特異性を持たず、粒子の集団はこの面をスムーズに通過できることを示したのである。

2. ブラックホールの誕生

この謎を解明したのは、オッペンハイマー (J. Robert Oppenheimer) とシュナイダー (Hartland S. Snyder) である。彼らは、1939年に、圧力の無視できる一様球対称な天体の重力崩壊、すなわち重力により潰れる様子を詳しく調べた。その結果、崩壊して表面が $r=r_s$ 面に近づくと、天体表面からの光は遠方の観測者に対して次第に強く赤方偏移し、面を横切る瞬間に振動数はゼロとなること、さらにこの面の中に入った天体は外部から見えなくなることを発見した。元の計量の特異性は、このような光の伝搬の特異性を表していたのである。この発見により、 $r=r_s$ 面は (未来の) 事象の地平線 (ホライズン) と呼ばれるようになった。ブラックホールの誕生である。ただし、ブラックホールという言葉を最初に使ったのはディッケ (Robert H. Dicke) で、1960年頃だそうである。

その後、フィンケルシュタイン (David R. Finkelstein, 1958) らにより、ホライズンを超えて時空を拡張する単純な座標系が発見され、拡張されたシュヴァルツシルト時空の全体像が明らかとなった。特に、 $r=r_s$ 面は、面積を保って外向きに広がる光波面の軌跡 (未来のホライズン H^+) とその時間反転で内向きに進む光波面の軌跡 (過去のホライズン H^-) の2枚の光的超曲面からなることも明らかとなった (図1)。また、未来のホライズンの内側 (領域II) では、半径 $r (< r_s)$

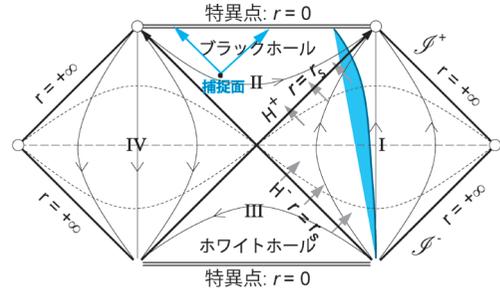


図1 シュヴァルツシルト時空の共形ペンローズ図式。光線は±45°の方向に伝わる。実線に沿って $r=一定$ 。4次元時空はこの2次元時空と半径 r の球面の積。

の2次元球面から同時に出た光の波面は、強い引力のため、外向き、内向きに関わらず、常に面積が減少し、最終的に原点に収束することも認識された。このような閉曲面は後ほどペンローズにより「捕捉面」と名付けられた。今回のノーベル賞受賞理由では、この捕捉面の概念の導入が、ブラックホール形成の議論で果たした役割が高く評価されている。

3. 非球対称系への一般化

このように、球対称な天体に対しては、重力崩壊を起こすとブラックホールが形成されることが確定した。しかし、球対称でない現実の天体についても同様のことが起きるのであるだろうか？

この問題で鍵となるのは、情報の伝達を支配する光線や光波面の大域的な振る舞いである。この振る舞いを把握するには、時空全体を俯瞰する手段が必要である。ペンローズは、その手段として、共形変換を用いた。この変換は、各時空点での計量をそれに任意の正值関数をかけた計量に置き換える変換で、光線の軌道を変えず、時空の局所的な因果構造を保つ。そこで、彼は共形変換により時空を有界領域に埋め込み、その境界として無限遠を可視化することを提案した。この共形的無限遠の導入により、時空構造や場の無限遠での振る舞いを一般的に研究することが可能と

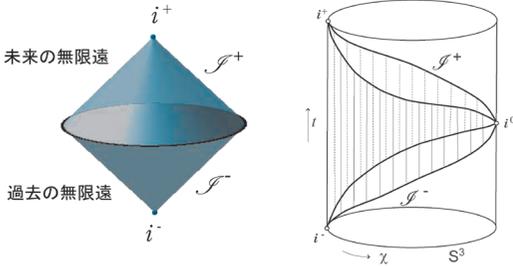


図2 ミンコフスキー時空の無限遠と静的アインシュタイン宇宙への埋め込みのイラスト。

なった。

例えば、ミンコフスキー時空は共形変換により、3次元球面と時間の積（静的アインシュタイン宇宙）の有界領域に埋め込むことができる（図2）。これより、ミンコフスキー時空全体は、そろばん玉のような形状を持ち、その無限遠境界は空間的な2次元球面で交わる2つの光円錐 \mathcal{S}^+ 、 \mathcal{S}^- からなることが示される。さらに、時空が共形的無限遠を持ち、宇宙定数がゼロで、無限遠近傍で真空とすると、その無限遠はミンコフスキー時空と同じ構造 $\mathcal{S}^+ \cup \mathcal{S}^-$ を持つことが示される。この結果に基づいて、ペンローズは、遠方の観測者を未来の光的無限遠 \mathcal{S}^+ という明確な数学的対象に置き換え、 \mathcal{S}^+ から見える時空領域の境界として未来のホライズンを定義し、 \mathcal{S}^+ から見えないその内側の領域をブラックホール領域と定義した。

以上の数学的定式化により、ブラックホールの性質が厳密な数学により研究可能となり、ホーキングによるブラックホールの面積増大定理、ブラックホール不分裂定理の証明へとつながった。このように数学的抽象化により物理学に大きな発展をもたらしたことがペンローズの最大の功績と言える。

4. 特異点定理と宇宙検閲仮説

ただし、これらの強力な定理が成り立つには、前提として、「裸の特異点」が存在しないことを

仮定する必要がある。ここで、裸の特異点とは、未来の無限遠 \mathcal{S}^+ に影響を及ぼす可能性のある、無限遠以外の時空の境界点（の集合）を意味する。裸の特異点が現れないとすると、天体が十分小さく潰れて捕捉面が発生すると、それは必ずホライズンに含まれること、すなわち、ブラックホールが形成されることが数学的に証明される。

しかし、球対称な重力崩壊では、天体内部の時空（図1の青色の領域、その左側シュヴァルツシルト時空は削除）にホライズン形成前に特異点が発生する例が存在する。

それでは、非球対称な系なら、裸の特異点は現れないのだろうか？ この疑問に対する答えは未だに得られていない。まず、1965年にペンローズは、自然な物理条件下で、捕捉面が発生すると、必ず有限な「時間」で時空の境界に到達する光線が存在することを証明した。これは、重力崩壊が時空特異点を必ず生み出すことを数学的に示したもので、特異点定理と呼ばれる。この論文は、今回のノーベル賞で、ブラックホール形成の一般性を示した主要論文とされている。しかし、これまでの説明で明らかのように、特異点定理は、特異点が裸かどうかを明らかにしていないため、そのような結論を出すことはできない。この事態を受けて、ペンローズは、1969年に、現実の重力崩壊でできる特異点はホライズンの内側に隠されるだろうという「(弱い) 宇宙検閲仮説」を発表した。この仮説は現在でも証明されておらず、むしろ多くの反例が挙げられている。

5. 終わりに

ブラックホールの理論は、多くの研究者の努力により生み出されたものであるが、その実証にあまりにも時間がかかったため、ホーキングを含め重要な貢献をした研究者の多くがすでに亡くなっている。今回のペンローズへのノーベル賞は、これらの人々全員へのレクイエムの印象を与える。