

# 2次元恒星進化計算コードの開発： 回転星進化の解明に向けて



小形 美沙

〈早稲田大学理工学術院先進理工学部 〒169-8555 新宿区大久保 3-4-1〉

e-mail: ogata@heap.phys.waseda.ac.jp

恒星進化計算は非常に成功した手法であり、現在も多くの研究の基礎となっている。しかし、従来の手法は1次元の計算という都合上、多次元効果は近似的に導入されているのみで、その影響を正しく考慮することは難しかった。回転による影響は星の形状を扁平に変えるだけでなく、組成や角運動量分布に非球対称性を与え、進化に大きく影響すると考えられている。筆者らはこういった回転の効果を正しく扱うため、2次元の力学平衡形状計算手法の確立を行った。その結果、高速で自転する恒星のモデルを高精度で求めることが可能となり、簡易的なモデル計算によって疑似的な進化計算も可能であることを確認した。本稿では恒星の自転に関わる観測的、理論的な理解の現状と自転が進化に与える影響についてレビューをし、我々の手法と結果を紹介する。

## 1. はじめに

恒星の進化理論は1900年代中期までに基礎的な部分が確立されて以降、現在まで長く研究されてきた分野である。その結果現在の我々は、恒星が主に質量に依存して様々な進化を辿ることを知っている。大まかなシナリオとして、主系列星の段階を終えた恒星は赤色(超)巨星へと進化し、太陽質量の10倍程度を境に、軽い星は最終的に白色矮星へと進化していく一方で、重い星は超新星爆発を起こして中性子星やブラックホールといった天体を残す、といったことを当然のように知っているわけである。このような進化シナリオの大枠、そして詳細な進化の理解は観測や理論研究だけでなく、物理量の進化と星の構造を表す基礎方程式を数値的に解くことで大きく進展した。その始まりは1960年頃に開発された基礎方程式を解くことのできる手法(ヘニエ法 [1])の登場

であった。磁場や自転のない単独の恒星を考える場合、重力と圧力のみが働いている状態になり、星は球対称な分布として扱うことができる。このような球対称1次元の恒星モデルを計算するための手法は現在でも一般的に使用されている非常に強力な手法である。この手法を基礎とした様々な恒星進化計算コードが開発され、そこで得られたモデルは流体力学シミュレーションなどと組み合わせることで、最先端の研究を支えている。

近年、観測技術の向上によって多様な天体が次々と発見されている。そういった天体の中には、球対称から外れた形状の星も存在しており、いくら強力な手法とはいえ、これらを従来の1次元の球対称のモデルで正しく進化を表すことは難しい。我々はこの状況を打開すべく、2次元軸対称の恒星進化計算コードの開発という目標を抱えて本研究を行っている。

## 2. 回転星の観測

この章では恒星の自転に関する観測をいくつか紹介していく。すべての星は自転をしているが、その中には驚くべき速さで自転する星も見つかっている。また、星表面だけでなく内部の自転の情報も得られるようになってきている。

まず初めに統計的な自転に関する情報として、サーベイ観測では様々な恒星の表面の自転速度について調べられている。スペクトル型でO, B, A型（質量でおよそ太陽の2倍以上に相当）の中質量から大質量の単独の恒星では高速で自転する星が頻繁に見つかっており、そのいくつかは表面での自転速度が $300\text{--}400\text{ km s}^{-1}$ にもなることが分かっている [2-4]。特にB型星ではこういった高速で自転する星の割合が多く、 $\sim 30\%$ のB型星が $300\text{ km s}^{-1}$ より速い自転速度であると見積もられていたり、晩期O型星から早期B型星では臨界自転速度の60%を超える程の高速で自転する星がいくつか見つかったりしている。ここで臨界自転速度とは、赤道において重力と遠心力が釣り合う時の自転速度を意味する。

次に個々の星の観測について紹介する。サーベイ観測で高速で自転する星が見つかっているが、このような高速回転星が実際に球対称の仮定が正当化されないような形状となっていることも確認されている。高速回転星として有名な恒星の1つとして、しし座のレグルスがある。B型主系列星

（もしくは準巨星）に分類されるこの星は、自転速度が $\sim 320\text{ km s}^{-1}$ と測定され、星が遠心力によって破壊されてしまう臨界角速度の96.5%にも達するとされている [5]。このような高速で自転する星では、強い遠心力の影響によって形状は球から外れた扁平な形へと変形する。自転による影響の詳細は次の章で述べるが、レグルスの場合、赤道半径は極方向の半径よりも31%も大きくなっている。レグルス以外にも臨界速度に迫る恒星の観測はいくつか存在している。その例を表1に示す。

最後に、星震学からは星の内部の回転に関する観測も得られている。星震学は星表面の振動の観測から星の内部構造についての情報を得る研究分野のことで、特に本稿においては星内部の回転分布を得ることができる点で非常に有用な手段である。近年では星の中心付近から表面にわたるまでの回転分布が推定された天体も存在している [9-12]。このように恒星内部の回転分布が解明されていくことで、角運動量輸送などのメカニズムの解明に繋がり、回転を正しく考慮したより正確な恒星の進化モデルの構築が期待される。星震学の概要や最近の研究の解説は2020年の星震学特集の記事に詳しく書かれているので、そちらを参照されたい [13-17]。

このようにさまざまな速度で自転する星の観測が多く集まってきている。興味深いのは、表1に載せた星にも連星系の中に存在する星が含まれて

表1 高速回転星の例 \*1

| 星の名前  | 自転速度<br>$V_{\text{eq}} [\text{km s}^{-1}]$ | 回転率<br>$\Omega_{\text{eq}}/\Omega_c$ | 極半径<br>$R_p [R_\odot]$ | 赤道半径<br>$R_{\text{eq}} [R_\odot]$ | 極温度<br>$T_p [\text{K}]$ | 赤道温度<br>$T_{\text{eq}} [\text{K}]$ | 出典  |
|-------|--|--------------------------------------|------------------------|-----------------------------------|-------------------------|------------------------------------|-----|
| レグルス  | $\sim 322$                                 | 0.965                                | 3.22                   | 4.22                              | 14375                   | 11060                              | [5] |
| アルタイル | 285.5                                      | 0.695                                | 1.634                  | 2.029                             | 8450                    | 6860                               | [6] |
| アケルナル | 298.8                                      | 0.980                                | 6.78                   | 9.16                              | 17124                   | 12673                              | [7] |
| ベガ    | 236.19                                     | 0.8760                               | 2.362                  | 2.818                             | 10059                   | 8152                               | [8] |

\*1 ここで回転率は自転速度 $V_{\text{eq}}$ ではなく、自転角速度 $\Omega_{\text{eq}}$ についての表記になっていることに注意されたい。赤道上の遠心力が重力と釣り合う時の速度である臨界自転速度 $V_c$ とそれに対応する臨界角速度 $\Omega_c$ の関係は $V_c = \Omega_c R_{\text{eq},c} = \sqrt{GM/R_{\text{eq},c}}$ となっている。ここで $R_{\text{eq},c}$ は臨界自転速度の時の赤道半径である。

いるように、連星相互作用が回転進化に大きく影響を与えており、特に高速自転する星は連星が関わっていると考えられていることだ。高速回転星や連星系内の星の進化の理解を今後さらに深めるには、1次元の時と同様に、2次元の進化計算手法が一役買うことになるだろう。そのためには、角運動量輸送を含めた多次元効果、ここでは特に自転があることによる進化への影響を理解しなくてはならない。

### 3. 自転が与える影響

それでは自転があると恒星の進化はどのように変化するのだろうか。まず自転による影響として真っ先に浮かぶこととしては、レグルスにも関連して述べたように、遠心力によって赤道方向に引き伸ばされることによる扁平な形への変形がある[6, 18-20]。こういった構造の変化は回転率の上昇とともにより球対称から外れていくが、回転が遅い間はほとんど形状の変化は見られない。しかし自転が高速になり臨界自転速度に近づいていくと、急激に球対称から外れた扁平な形へと変化していくことがいくつものモデル計算から求められている。

簡単な例として、点源重力と剛体回転を仮定し

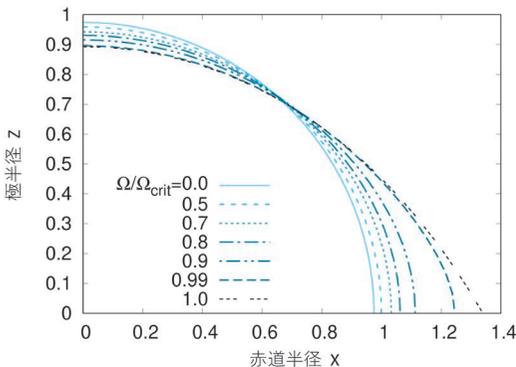


図1 点源重力、剛体回転を仮定した回転平衡形状であるロッシュモデルの表面形状の変化 ( $N=1.0$ のポリトロップを仮定)。星を子午面で切った際の北側の一部を表示している。

た回転星モデルであるロッシュモデルにおける表面形状の変化を図1に示す。自転が速くなるにつれて極半径はわずかに収縮していき、一方で赤道半径は少しずつ膨張した後、臨界速度付近で急激に膨らみ、赤道付近で尖った形状にまで到達する。星の形状は回転分布（剛体回転なのか差動回転なのか）や密度分布にも依存して、多様に変化していく（図2）。このような球対称から大きく外れた形状の場合、1次元のモデルでは正しくその進化を辿ることができないことは明らかである。近年、連星合体イベントやその残骸の進化が注目されているが、こういった合体後に形成された星は角運動量の保存によって高速で自転していると考えられている。ほかにも連星系における伴星や星周円盤からの質量降着や、潮汐力などが自転を速める作用をする現象として知られている。しかし、高速で自転する天体の合体後の進化を扁平な形状も含めて表現することのできる2次元の進化計算コードが存在していないため、こういった天体の進化は1次元の進化計算コードを用いて調べる他なかった[21-24]。

このような扁平な形状は球対称の時の重力と圧力勾配の釣り合いに、遠心力が加わることによって生じている。これは遠心力によって重力が物質を星の中心に集めるための実効的な重力が弱めら

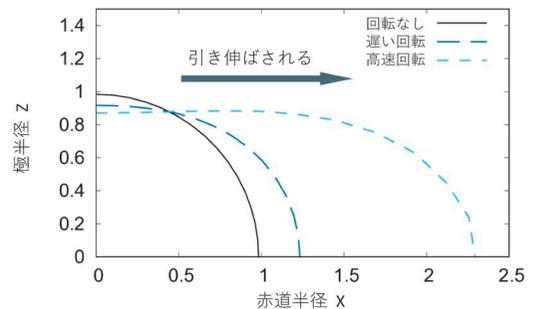


図2 自己重力、差動回転を仮定した回転星モデルの表面形状の変化 ( $N=1.5$ のポリトロップを仮定)。遅い回転では赤道において重力に対する遠心力の強さが約20%、高速回転では約60%になっている。

れていると考えることもでき、星の表面温度がこの実効的な重力に依存していることから生じる重力減光という効果も存在している [25, 26]. つまり星表面の温度が緯度によって異なる分布となっており、実際にこのような表面の温度分布は表1の高速自転する星において観測されている. また、これに関連して質量損失も緯度ごとに異なってくるのが予想される. 2次元のシミュレーションでは極方向と赤道方向での質量の放出が異なることが確認されている [27, 28].

また、自転による影響は形状や表面の変化に留まらない. 対流も自転によって影響を受けるため、一般的な対流不安定の条件は、自転による安定化の効果を導入したものへ入れ替える必要がある [29]. ほかに自転に関連した不安定が存在しており、これらは物質の組成や角運動量に影響を与えて非球対称的な分布をもたらす [30-32]. こういった自転による変化の結果として、物質混合が増幅され、それが通常よりも多く水素を供給することで主系列星段階の時間が~30%も増加するとされている [33].

自転は磁場構造にも影響してくる. 特に差動回転している星では、ダイナモ機構から回転方向成分の磁場が発生することが知られている. また、磁場は自転進化にも非常に重要になってくる. 通常の恒星風でも質量と角運動量が失われて星の自転は減速するが、磁場と恒星風の相互作用である磁気制動が絡むことで、磁場に沿って物質が放出され自転は大幅に減速する.

自転による影響のまとめを図3に示す. これらの効果が1次元の進化計算で全く入っていないわけでは決していない. しかし、角度方向に平均化や近似がされており、また当然緯度ごとの分布の評価はできないのが実状である. ここまでの話で2次元の進化計算が必要なことは感じられたかと思う. では、それが未だに実現していないのは、どのような理由があるのだろうか. そこには、1次元の進化計算が非常に有用なツールとして浸透し

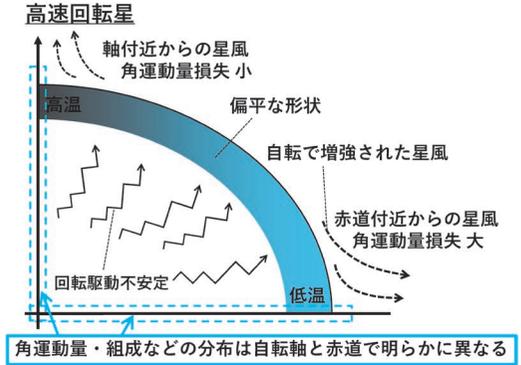


図3 回転が星の進化に与える影響の概略図

ていることのほかに、進化計算を2次元に拡張する際の数値計算上の困難が存在している.

#### 4. 自転を考慮した恒星進化、平衡形状計算の歴史

1次元の恒星進化計算コードは、恒星を対象とするあらゆる分野の研究者にとって馴染みのあるツールとなっており、様々な質量や金属量の恒星モデルを容易に作成することができるようになっている. 現在ではそういった計算コードは用途に応じて詳細な物質混合過程や平均化された自転、磁場などの多次元効果が導入されており [34, 35], オープンソースのコードとして配布されているものも存在している (例えば, MESA[36] など). しかし、自転の効果を組み込んだものであっても1次元の進化計算コードの適用には限界が存在するはずである. 進化段階や回転則によってその基準は変化するが、自転が速くなるにつれて1次元と2次元のモデルの乖離が大きくなり、1次元で再現する際の限界値が存在することが実際に確認されている [37].

ここまで2次元への拡張の必要性を強調してきたが、実は2次元の回転平衡形状計算の構築にも長い歴史がある. 1960年代から、圧力が密度のみに依存するようなシンプルなものから現実的なものまで様々な種類の状態方程式を使用して、自

転によって歪んだ形状も表すための研究が行われてきた (例: [38-41]). 特に近年ではスペクトル法を使用して非常に優れた回転星のモデルを構築し [42], 実際の高速回転星であるアルタイルに適用しているグループも存在している [43]. ここで注意が必要なのは, これらの研究がすべてオイラー座標を用いていることである.

星の進化のタイムスケールと力学的タイムスケールを比較すると, 前者の方が何桁も長いから, 星は進化の各段階で力学平衡が成り立っていると仮定することができる. 進化計算ではこの力学平衡と物理量の時間進化を交互に繰り返し解いていくことで, 長い星の一生を追っていくことができる. そのため, 星の進化を多次元で考えるためには, まず多次元の平衡形状を数値的に求める必要がある. 前述のように, これまで2次元の回転星の平衡形状を求める研究は数多く行われてきた. 2次元の回転平衡形状をオイラー的に求めることは比較的容易なことで, 現在では前述のような磁場や定常輻射輸送まで考慮したものも存在している一方, これらの形状を保存量の数値的な散逸なしに適切に進化として計算することは困難であるため, 真に進化へ応用することはできていない. そのため, 星の進化を考えるにはこれらの研究では都合が悪いのだ.

#### 4.1 オイラー座標とラグランジュ座標

ここでオイラー座標とラグランジュ座標の特徴について述べておく. オイラー座標は空間に固定された座標であり, オイラー座標で平衡形状を求めるということは, その座標上の各位置で物理量の値を求めることを意味する. 一方のラグランジュ座標は流体素片に固定された座標であり, ここで平衡形状を求めることは方程式を満たすように物質が移動した時のある物理量を持った物質の位置を求めることを意味する. また, 物質に固定されているので, 星の形状に沿った座標となる (図4).

核反応は各流体素片ごとに局所的に発生し, そ

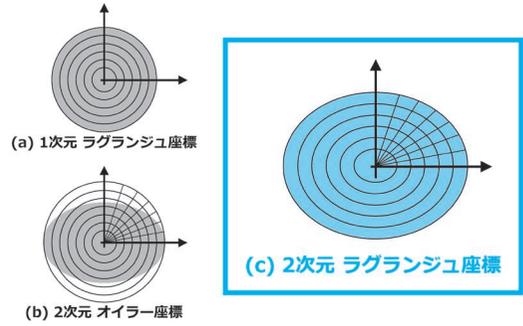


図4 使用する座標のイメージ図. 色のついた部分が1次元, 2次元の星の形状を表している. (a) 1次元のラグランジュ座標では球対称なので $r$ 方向のみにメッシュが張られている. (b) 2次元のオイラー座標では $r, \theta$ 方向にメッシュが張られているが, 空間に固定されており,  $r$ 方向には同心円状のメッシュなので星の形状には沿っていない. (c) 2次元のラグランジュ座標では (a) を $\theta$ 方向にも拡張したもので, 2次元的な星の形状に沿ったメッシュになっている.

の結果として得られる組成分布は星が進化する間に膨張や収縮に伴って運ばれていくが, ラグランジュ座標ではその流体素片の移動を正確に追うことができる. ほかに比角運動量や比エントロピーといった物理量がゆっくりと移流によって運ばれる状況が星の内部では存在し, こういったものはオイラー座標では移流の計算が難しく, 精度よく追うのが困難な問題である. しかし, ラグランジュ座標であればこれも容易に扱うことが可能である. そして特に回転星においては, 事前に回転則を仮定せずとも, 解が得られた結果として自然に回転則が得られるという利点も存在している. オイラー座標で平衡形状を求める際には何らかの回転則を仮定しなければならないが, ラグランジュ座標ではある角運動量を持った物質が平衡を満たす位置に移動し, その結果として得られる角運動量分布によって回転則が初めて得られるのだ. 実際の星の進化を考えると, 後者が自然な結論だと言うことができる. こういったラグランジュ座標の特徴から, ラグランジュ座標は進化計

算を行うための座標に適しているということが出来る．また，ラグランジュ座標では，質量や角運動量といった保存量が自動的に保存されるという利点もある．

実際，1次元の進化計算コードでもラグランジュ座標が使用されてきた．1次元の場合はラグランジュ座標での定式化は自明なものであるが，これを2次元に拡張した場合，定式化は非自明なものになる．また，仮に定式化ができたとしても数値不安定への陥りやすさなどから解を求めるのが非常に難しかった．これがラグランジュ座標で2次元の平衡形状を求める計算が発展するための障壁となっていた．

我々のグループはこれまでもラグランジュ座標を用いた平衡形状計算を行ってきた [44]．平衡形状を求めることには成功していたものの，星の表面の扱いの難しさから解を安定的に精度よく求めることが難しいという問題点を抱えていた．そこで本研究では，先行研究とは異なる定式化を用いて，精度のよい2次元の回転星の平衡形状モデルを求める計算手法の確立に取り組んだ．

## 5. 2次元恒星モデルの構築

球対称1次元に代わる軸対称2次元の恒星進化計算コードの開発を行い，それを用いて回転や質量降着といった多次元効果を考慮した恒星進化学論を定量的に明らかにすることが我々の最終的な目標である．そのための第一段階として自転によって球対称から大きく外れた星の構造も正しく表すことのできるような2次元の力学平衡形状モデルを数値的に求めることが本研究の目的である．前述の通り，2次元の恒星進化を見据えていることから，ラグランジュ座標を使用して2次元の構造を求めるといった点が我々の研究の最大の特

色となっている．

力学平衡形状を求めるため，以下のような時間依存しないオイラー方程式（力の釣り合いの式）を解いていく．

$$\frac{1}{\rho} \nabla P = -\nabla \phi + \frac{1}{2} \Omega^2 \nabla (r \sin \theta)^2 \quad (1)$$

ここで， $\rho$ ,  $P$ ,  $\phi$ ,  $\Omega$ はそれぞれ星の密度，圧力，重力ポテンシャル，角速度である．重力ポテンシャルはポアソン方程式を解いた結果を与えることにする．実際に計算する際にはこの釣り合いの式の差分化を行い，それぞれのメッシュに質量，比角運動量，比エントロピーといった保存量を割り当てたうえで，この方程式を解く．数値解を求めるに当たり，数値不安定になるのを防ぐため，我々のグループで開発した非線形連立方程式の数値解法であるW4法<sup>\*2</sup>[45]を使用する．また，先行研究から精度を改善するためにいくつかの工夫を加えている．最も大きな点は，表面ではエネルギーの寄与が弱いために精度の改善が困難であった変分原理を用いた定式化から，力の釣り合いの式を解く形に変えたことである．そして，その力の釣り合いに重要になってくる自己重力の計算についてはスペクトル法を用いた手法を採用し，星内部の任意の点での重力を精度よく求めることができるようにしている．さらに，メッシュの張り直しを平衡形状計算の合間に行っている．これは星の変形や数値誤差によってメッシュの変形が起こった際に行うもので，物理量の分布は維持したままメッシュをきれいに張り直し，精度の改善を量るものである．なお，この後紹介する図5では物質の流れを見やすくするため，意図的にメッシュの張り直しを行っていない図を示している．

このようにして得られた回転平衡形状のテスト

<sup>\*2</sup> ニュートン法を拡張した手法で，ニュートン法と同様の局所収束性を持つと同時に，非常に広域の解の収束性を持っている求根法である．適用先は本研究に留まらず，既にくつかの研究 [46-49] で使用されているほか，宇宙物理学以外の分野 [50, 51] の計算でも有用性が期待されている．

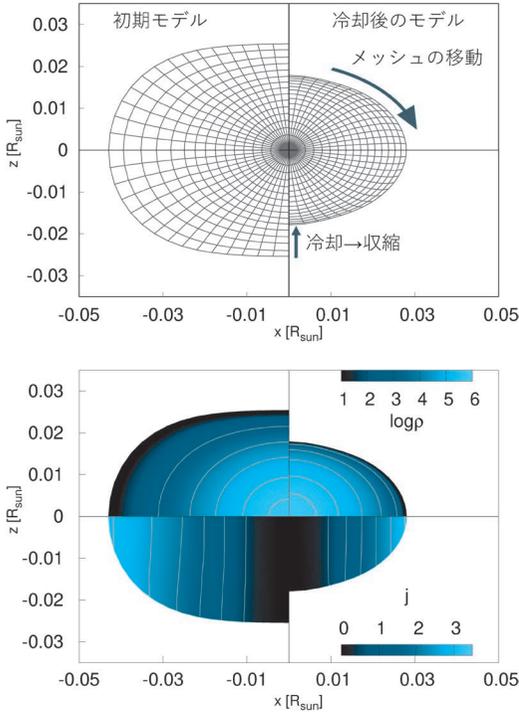


図5 白色矮星モデルの計算の結果. 各パネルの左半分が冷却前, 右半分が冷却後の結果である. 上のパネルはメッシュの分布, 下のパネルは密度と角運動量の分布を表している. 密度と角運動量において, 等高線は左右で同じ値を示している. 密度の単位は  $\text{g cm}^{-3}$ , 角運動量の単位は  $10^{17} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$  になっている.

モデルについて, まず解が正しく求められているのかを調べた. 先行研究 [44] では解の精度が問題になっていたが, 非常に精度よく解が得られているオイラー座標での平衡形状モデル [41] との比較を行い, 本研究では少ないメッシュ数でも星全体で誤差が1%程度という良い精度で平衡形状が求められていることを確認した. また, メッシュ数を増やすことでモデルの精度が単調に改善していくことも確認した.

さらに, 現実的なモデルの1つとして高速で自転する白色矮星の冷却について考えた. 本研究では, 各メッシュに割り当てた比エントロピーを,

冷却に見立てて徐々に減らしていくことで, 冷却に伴って白色矮星が収縮していく様子を調べた. 図5に白色矮星モデルの星の形状, 密度, 角運動量分布を示す. それぞれについて初期モデル (左) と冷却に伴って収縮したモデル (右) を示している. 角運動量の損失はないとしているため, 白色矮星は収縮していくに従って回転の影響を強く受け, 赤道での重力に対する遠心力の割合が0.348から0.574へと増加した. 一方, 回転則も同時に変化しているので必ずしも扁平度<sup>\*3</sup>が上がるわけではなく, 今回のモデルでも実際に初期の方が扁平度は大きくなっている. また, メッシュの構造を見ると, 冷却後のモデルは遠心力に引っ張られて赤道方向に動いていることがわかる. 密度と角運動量については左右で同じ値の等高線を引いている. 収縮に伴って, 中心密度が増加していく様子や, 角運動量分布が同心円筒状に近づいていく様子を見ることができた.

ここで対象として扱った白色矮星には, 太陽質量の約1.4倍にチャンドラセカール質量という質量上限が存在することが知られており, この質量を超えた場合はIa型超新星爆発を起こすとされている. しかし, 白色矮星が高速で自転している場合はチャンドラセカール質量を超えることができると考えられている [52]. また, そこに至るまでの角運動量の輸送のされ方によって, 白色矮星がその後どのような最期を迎えるのかも変わると考えられている [37]. 現状の我々の計算ではまだこの核心に迫ることはできないが, 高速自転する白色矮星は非常に興味深い対象であり, 今後はこういった問題にも取り組みたいと考えている.

## 6. 今後の展望

回転する恒星の力学的, 熱的な構造は, 粘性や化学組成の不均一性, 時間変化などの現実的な物

\*3 扁平度=1-極半径/赤道半径

理過程を考慮することが難しいため、まだ完全には理解されていない。我々はこの問題に取り組むべく、2次元の力学平衡形状計算の手法の確立を行った。我々のこれまでの研究は原理を証明するためのものであり、5章の最後に述べたようなものを例とする進化を議論するために必要な様々な物理過程の実装は今後の課題となっている。

具体的な課題としては、核反応によるエネルギー生成や輻射、対流によるエネルギー輸送などの実装が急がれるものである。また、角運動量の輸送の導入も不可欠である。そして、回転に大きく影響してくる質量の降着や放出、そして磁場の効果の導入も重要となってくる。

観測機器の精度の向上によって回転星に関するデータは日々増え続けている。まだまだすべての必要な物理過程を導入するための道のりは長いですが、2次元の平衡形状モデルが得られたことで、こういった観測を再現するモデルの作成やその進化を辿るための準備は着実に進んでいる。2次元の進化計算コードが完成するものもそう遠くはないだろう。進化計算コードが完成した暁には、高速回転星の進化を解明し、さらには自転の影響を正しく組み込んだ恒星モデルを使用して多次元流体シミュレーションを行うなど、幅広い分野に還元ができるはずである。

最後に我々のグループでは本研究と同様の計算の一般相対論化したものも既に開発しており [49]、中性子星などの相対論が重要となってくる天体についての進化も明らかにしていきたいと考えている。

## 謝 辞

本稿は筆者らの論文 [53] に基づいており、指導教員の山田章一氏、共同研究者の安武伸俊氏、大川博督氏、藤澤幸太郎氏に深く感謝申し上げます。また、本稿の執筆機会をくださった天文月報編集委員の小山翔子氏、仏坂健太氏にも篤く御礼申し上げます。

## 参考文献

- [1] Henyey, L. G., et al., 1959, ApJ, 129, 628
- [2] Zorec, J., & Royer, F., 2012, A&A, 537, A120
- [3] Dufton, P. L., et al., 2013, A&A, 550, A109
- [4] Ramírez-Agudelo, O. H., et al., 2013, A&A, 560, A29
- [5] Cotton, D. V., et al., 2017, Nat. Astron. 1, 690
- [6] Monnier, J. D., et al., 2007, Science, 317, 342
- [7] Domiciano de Souza, A., et al., 2014, A&A, 569, A10
- [8] Yoon, J., et al., 2010, ApJ, 708, 71
- [9] Deheuvels, S., et al., 2014, A&A, 564, A27
- [10] Kurtz, D. W., et al., 2014, MNRAS, 444, 102
- [11] Saio, H., et al., 2015, MNRAS, 447, 3264
- [12] Hatta, Y., et al., 2019, ApJ, 871, 135
- [13] 高田将郎, 2020a, 天文月報, 113, 61
- [14] Benomar, O., 関井隆, 2020, 天文月報, 113, 73
- [15] 八田良樹, 関井隆, 2020, 天文月報, 113, 80
- [16] 斉尾英行, 2020, 天文月報, 113, 86
- [17] 高田将郎, 2020, 天文月報, 113, 94
- [18] McAlister, H. A., et al., 2005, ApJ, 628, 439
- [19] Che, X., et al., 2011, ApJ, 732, 68
- [20] Domiciano de Souza, A., et al., 2018, A&A, 619, A167
- [21] Schneider, F. R. N., et al., 2019, Nature, 574, 211
- [22] Sun, M., et al., 2021, ApJ, 908, 7
- [23] Schwab, J., 2021, ApJ, 906, 53
- [24] Hirai, R., et al., 2021, MNRAS, 503, 4276
- [25] von Zeipel, H., 1924, MNRAS, 84, 665
- [26] Maeder, A., 1999, A&A, 347, 185
- [27] Gagnier, D., et al., 2019, A&A, 625, A88
- [28] Gagnier, D., et al., 2019, A&A, 625, A89
- [29] Tassoul, J.-L., 1978, Theory of Rotating Stars (Princeton Series in Astrophysics, Princeton: University Press)
- [30] Goldreich, P., & Schubert, G., 1967, ApJ, 150, 571
- [31] Fricke, K., 1968, Zeitschrift für Astrophysik, 68, 317
- [32] Knobloch, E., & Spruit, H. C., 1982, A&A, 113, 261
- [33] Meynet, G., & Maeder, A., 2000, A&A, 361, 101
- [34] Meynet, G., & Maeder, A., 1997, A&A, 321, 465
- [35] Woosley, S. E., et al., 2002, Rev. Mod. Phys. 74, 1015
- [36] Paxton, B., et al., 2011, ApJS, 192, 3
- [37] Yoon, S. C., & Langer, N., 2005, A&A, 435, 967
- [38] Hachisu, I., 1986, ApJS, 61, 479
- [39] Eriguchi, Y., & Mueller, E., 1991, A&A, 248, 435
- [40] Uryu, K., & Eriguchi, Y., 1994, MNRAS, 269, 24
- [41] Fujisawa, K., 2015, MNRAS, 454, 3060
- [42] Espinosa Lara, F., & Rieutord, M., 2007, A&A, 470, 1013
- [43] Bouchard, K., et al., 2020, A&A, 633, A78
- [44] Yasutake, N., et al., 2016, MNRAS, 463, 3705
- [45] Okawa, H., et al., 2023, Appl. Numer. Math., 183, 157
- [46] Fujisawa, K., et al., 2019, ApJ, 872, 155
- [47] Hirai, R., et al., 2020, MNRAS, 499, 1154
- [48] Suzuki, H., et al., 2021, MNRAS, 500, 1645
- [49] Okawa, H., et al., 2022, arXiv e-prints, arXiv:2204.09943

[50] Boyd, G., & Koczor, B., 2022, Phys. Rev. X, 12, 041022  
[51] Debnath, T., 2024, "Classification in Supervised Statistical Learning With the New Weighted Newton-Raphson Method", Electronic Theses and Dissertations, 2725  
[52] Yoon, S. C., & Langer, N., 2004, A&A, 419, 623  
[53] Ogata, M., et al., 2023, MNRAS, 521, 2561

## Development of a 2D Stellar Evolution Code: Toward the Elucidation of Rotating Stellar Evolution

Misa OGATA

*Waseda University, 3-4-1 Ookubo, Shinjuku-ku, Tokyo 169-8555, Japan*

Abstract: Stellar evolution calculation has been a very successful method. However, due to the limitation of 1D calculations, the conventional method only incorporates averaged multidimensional effects and it was difficult to properly account for their effects. In order to correctly evaluate the effects of rotation, we have established a 2D method for calculating the hydrostatic equilibrium configuration. As a result, it is possible to obtain a model of a rapidly rotating star and to perform pseudo-evolutionary calculations. Here we review the current observational and theoretical understanding of stellar rotation and its impact on evolution, and present our method and results.