

1. 概要

現在、天王星のような大きな自転軸の傾斜を持つには原始惑星同士の巨大衝突が必要であると考えられている。しかし、微惑星集積過程の観点から惑星の形成を考察することで、大きな自転軸の傾斜を持つための新たなシナリオを提示することができた。本研究では過去の文献をもとに、微惑星集積過程について考察し集積過程の初期の自転角運動量が保存される、つまり初期の微惑星の大きな自転軸傾斜角が維持されることを示した。同時に自転角速度は質量に対して最小で $-\frac{5}{3}$ 乗に比例することがわかった。

2. 手順

- ①過去の文献から微惑星集積の条件を知る
- ②自転角運動量についての考察を行う
- ③②をもとに自転軸傾斜角を考察する
- ④自転角速度と質量についても考察を行う

3. 導入

ここでは自転軸傾斜角を軌道面に垂直な方向からの傾きと定義する。天王星は 98° であるので大きな自転軸傾斜角を持つといえる。

惑星の質量を m 、半径を r 、密度を ρ とすると

$$m = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}}, c = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi\rho}} \text{とすると } r = cm^{\frac{1}{3}} \text{ (ア)}$$

これにより半径は質量の $\frac{1}{3}$ 乗に比例すると分かる。

また、衝突される原始惑星の半径を r 、衝突する天体の質量、速さをそれぞれ m 、 v とすると、衝突される天体が受け取る角運動量 L は以下のように表される。

$$\begin{aligned} |L| &= |\mathbf{b}|mv \text{ (イ)} \\ &= mvr \sin \theta \text{ (ウ)} \\ &= mr^2 \omega \text{ (エ)} \end{aligned}$$

よって衝突で天体が受け取る角運動量は質量に比例した、衝突時の $\sin \theta$ の値によって変化することがわかる。

(実際の自転角運動量は式(エ)の足し合わせとなる)

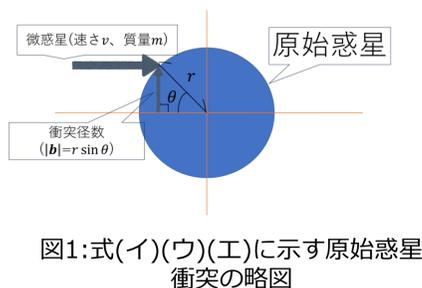


図1: 式(イ)(ウ)(エ)に示す原始惑星衝突の略図

4. 過去文献からわかったこと

- ①大きな自転軸の傾斜を持つには同サイズの天体の衝突が必要である[1]
 - ②微惑星の衝突が起きる方向はランダムである[2]
 - ③微惑星の衝突時の速さはおよそ一定となる[4]
 - ④微惑星の初期衝突では大きな自転軸の傾斜を持ちやすい[3](初期の微惑星はおよそ同サイズとなる[2]、[4]。)
- 故に微惑星集積の初期段階では同サイズの天体衝突がランダムな方向から起きるため、大きな自転軸傾斜角を持ちうる。

6. まとめ

- ・惑星が大きな自転軸傾斜角を持つために巨大衝突は必須ではない。
- ・自転角速度は理想的には質量の $-\frac{5}{3}$ 乗に比例するが複雑系では誤差が乗じる。

7. 参考文献

- [1] Luke Donest, Scott Tremaine 1993 ICARUS103,P67~92
 [2] 小久保英一郎, 井田茂 2000 Doi:10.1006/icar.1999.6237
 [3] 小久保英一郎, 玄田英典 2010 Doi:10.1088/2041-8205/714/1/L21
 [4] 小久保英一郎, 井田茂 1996 ICARUS123,P180~191

5. 考察

原始惑星が受け取る角運動量の大きさの平均値 $\langle |L| \rangle$ を考えると式(ウ)、前節②、③より

$$\langle |L| \rangle = \langle mvr \sin \theta \rangle = mvr \langle \sin \theta \rangle = 0$$

(微惑星の衝突時の速さはほぼ一定なので、 $\langle |L| \rangle$ は $\sin \theta$ に依存することがわかる。前節②より微惑星の衝突が起きる方向はランダムなので $\langle \sin \theta \rangle = 0$)

故に天体が受け取る角運動量は0となり、原始惑星は、質量は大きくなるが角運動量は最初期のものが保存されるので、自転軸傾斜角を維持したまま成長しうるといえる。ここで初期の微惑星は同サイズであるので軸は大きく傾く。自転軸傾斜角 0° ~ 180° はそれぞれ1パターンしかないが、軌道面内全ての向きが 90° になるため自転軸傾斜角は高確率で 90° になる。故に微惑星は初期の大きな自転軸の傾斜を維持したまま成長しうる。これは下に示す図2と一致する。

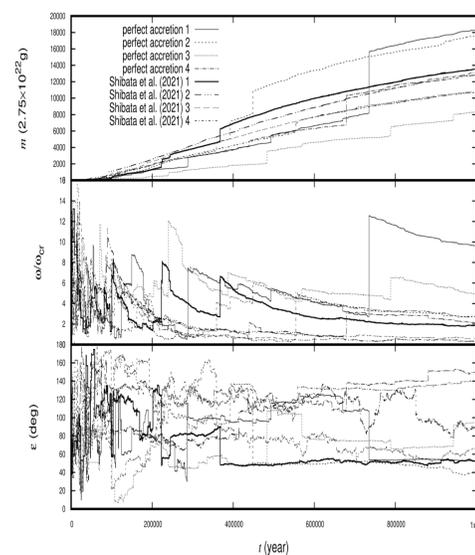


図2: N体計算による原始惑星の質量、自転角速度、自転軸傾斜角の時間進化
 縦軸…(上から)質量、自転角速度、自転軸傾斜角
 横軸…時間
 微惑星衝突が起こるたびに、縦軸の値が大きく変化する。特に初期の変動は激しく、 ϵ の値が $0 \sim 180^\circ$ まで広く変化すると分かる。

また式(ア)(エ)より

$$|L| = c^2 m^{\frac{5}{3}} \omega \text{ (カ)}$$

ここで、 $|L|$ 、 c は定数であるから、 $\frac{|L|}{c^2} = k$ とすると、

$$\omega = km^{-\frac{5}{3}}$$

よって $\log \omega \propto -\frac{5}{3} \log m$

$\log \omega$ は $\log m$ と比例し、その係数は $-\frac{5}{3}$ と予想される。

これは右に示す図3と概ね一致する結果といえるが、完全に $-\frac{5}{3}$ とならないのは図4で示されるように複雑系では、ここまで議論してきた微惑星と暴走的に成長した微惑星との理想的な衝突だけでなく、暴走的に成長したものの同士の衝突も生じることで、角運動量の増加も発生しうるといえる。

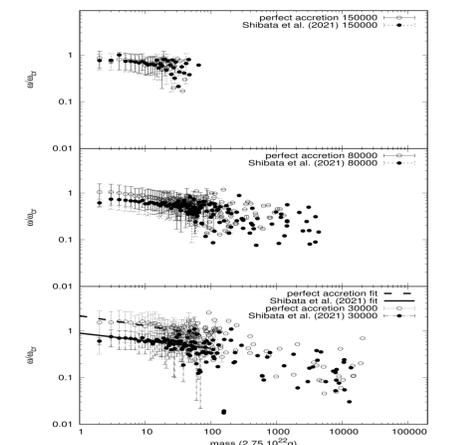


図3: N体計算による質量と自転角速度の時間進化

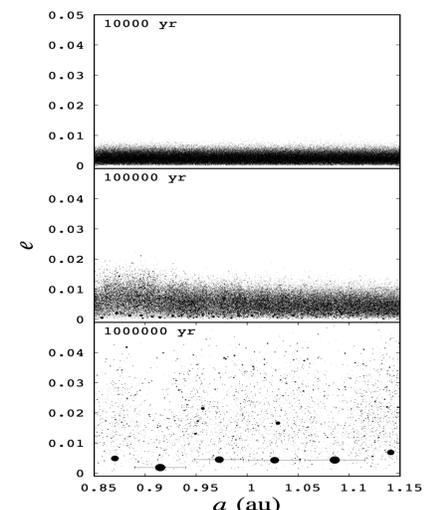


図4: N体計算による軌道長半径 vs. 軌道離心率 (ランダム速度)