

V25a 空間時間 FFT プロセッサにおけるユニタリー性とビットシフト

大師堂 経明、田中 尚樹（早大教育）、竹内央、赤峰 幸徳、国吉 雅也、末満 大成、藤居 文行、後藤 健太郎、鈴木 智也、水木 さおり、水野 桂寿、福岡 浩二（早大理工）

パルサーサーベイ用に開発した空間時間 FFT プロセッサ（デジタルレンズ+デジタルプリズム）における、ビットシフト量について議論する。これは FFT のバタフライ演算の段を下るにつれて伸びる、乗算や加算に伴う演算語長を、どのように制限し MSB をどこに設定するかという問題である。うまく処理しないと、演算結果が飽和したり演算精度の低下をまねく。

2つの側面、すなわち（1）FFT バタフライアルゴリズムに起因するもの、と（2）受信信号の性質に起因するもの、を区別する必要がある。（1）位相回転子 W の組からなる複素フーリエ変換のマトリックスを、マトリックスのサイズ N の平方根で割っておくと、複素フーリエ変換はユニタリーとなり、入力の複素データベクトルのノルムは出力のノルムに等しくなる。このマトリックスを $\log N$ 段のバタフライ演算に分解するのが FFT であるから、バタフライ演算 2 段ごとに、1 ビットシフトすれば、マトリックスのサイズ N の平方根での割算が実現される。すなわち、2 段ごとのバタフライ演算もユニタリーになる。ビット反転は、パリティ変換のような実空間の座標軸の入れ替えに対応するので、ユニタリーであることは自明である。したがって FFT プロセッサにおけるビットシフトは、バタフライ演算 2 段ごとに、1 ビットシフトすれば、アルゴリズムに起因する問題は解決する。（2）受信信号の性質に起因する問題の例として、雑音を含まないコヒーレントな正弦波が入力する場合を考える。レンズで平行光線を焦点に集めることは、空間 FFT の場合には、バタフライ演算の段数を下っていくにつれて位相回転子により複素データの組をコヒーレント加算する過程に対応する。この場合は、振幅で N 倍、パワーで N の 2 乗になる。

（結論）通常受信機雑音より弱い信号を処理する電波天文学では、（1）のみを考慮すればよい。通信の信号を処理する場合は、（1）に加えて（2）も考慮する必要がある。信号の性質に応じてアダプティブなビットシフトの設定をすることにより、コヒーレンシーとパワーの広いダイナミックレンジの信号に対応した FFT 処理ができる。