K02b Long term integration error of KS regularized orbital motion II: Method of variation of parameter

荒木田英禎 (総研大)、福島登志夫 (国立天文台)

天体の運動などの長期的なダイナミクスを研究する上で数値積分は強力な道具となっている。しかし、数値積分はしばしば積分誤差の累積に直面する。積分誤差の累積を克服する一つの方法は、誤差成長の小さい数値積分法を用いることであり、対称線形多段法、symplectic 法は良く知られている。一方、別な方法として、計算誤差を小さくする形に運動方程式を変換するという方法が考えられる。我々は非線形な摂動 2 体問題の運動方程式を KS 変換によって線形化/正則化する事で、位置の誤差成長が仮想時間 s (KS 変換における独立変数) の 1 次でしか成長しない事を示した (Arakida and Fukushima, 2000)。しかし KS 変換は空間と共に時間の変換を含んでいるため、実時間 t も s に対する積分によって与えられる。この際、運動方程式の調和振動子の部分を時間対称型公式を用いて積分する場合には t の誤差は $O(s)$ となるが、伝統的な方法を用いて積分した場合には $O(s^2)$ となる。しかし、特殊な 2 階の常微分方程式 (ODEs) に対する対称線形多段法は速度に起因する摂動を含む場合には適用できないし、一般の 1 階の ODEs に対する対称線形多段法はしばしば不安定を引き起こすため、KS 変換を一般の摂動に対して適用するためには、何らかの方法で時間の誤差成長が $O(s)$ となるようにする必要がある。そこで我々は、KS 変換における要素変化法の適用を考えた。KS 変換における要素は Stiefel (1967)、Stiefel and Scheifele (1971) によって導入されているが、Stiefel(1967) では実時間に対する要素の導入が行われておらず、Stiefel and Scheifele (1971) での時間要素は独立変数に対して secular な項を含んでおり要素というより新しい時間変数である。今回我々は KS 要素に対して新しく時間要素を定義し、制限 3 体問題について数値積分を行った。その結果、位置の誤差成長が s の 1 次の成長であると同時に実時間の誤差成長も 1 次の成長に押えられることが分かった。講演では、これら一連の数値実験の結果を報告する予定である。