

K03b 記号力学でみた対称型 1 次元四体問題

関口昌由 (木更津高専)、谷川清隆 (国立天文台)

同一直線上を対称的な配置を保ったまま運動を続ける 4 体問題を研究した。この問題の自由度は 2 であり、相空間は 4 次元になる。等エネルギー曲面上での運動は 3 次元に制限されるのでポアンカレ断面の方法が使える。この問題のすべての軌道は、ある時刻において必ず同型解配置に達するので、同型解配置集合 Σ はポアンカレ断面になる。横断面 Σ では各質点間距離の比が一定になる。それゆえ、 Σ 上では、全エネルギーを一定に保つという条件のもとで慣性モーメントの平方根 r を定めると、運動エネルギーの大きさも決まってしまう。各自由度への運動エネルギーの配分の全体は単位円 S^1 をなすので、角度 $\psi \in S^1$ で一意化することができる。それゆえ Σ は、変数 r と ψ で記述できる円板に位相同型になる。この面上の各点はすべての軌道の初期値に対応する。また、対称性から、 (r_0, ψ_0) を初期値とする解の未来は、 $(r_0, \psi_0 + \pi)$ を初期値とする解の過去に一致する。それ故、 Σ の各点を初期値とするすべての解の未来を知れば、解全体の過去と未来を知る。

この問題では、衝突による特異点が 3 種類ある。4 体衝突、2 箇所同時 2 体衝突、そして単独 2 体衝突である。2 体衝突を正則化して、特異点を越えて解を接続する。4 体衝突では解は終了 (発生) するものとする。各軌道は必ずいずれかの時刻において、2 種類の 2 体衝突をいずれも経験し、少なくともそのどちらか一方を繰り返し何度も経験する。それゆえ各軌道に衝突履歴からなる記号列を対応させることができる。この記号列は 3 種類の記号からなり、実数の 3 進表現と見なせる。

こうして横断面 Σ 上の各点 (各軌道) に実数値を割り当てることができるが、その実数値を縦軸にとったグラフがフラクタル構造を持つことを発見した。このフラクタル構造の成因について詳しく報告する。また、禁止記号列が発見されたので、それを総括・分類して報告する。