A05a　入れ子状格子における自己重力の高速解法

○松本 倫明 (法政大人間環境)、花輪 知幸 (名大理)

天体の構造はしばしば広いダイナミックレンジを持っている。数値シミュレーションにおいて広いダイナミックレンジを実現するために、しばしば入れ子状格子 (nested gird) や解適合格子 (AMR) のように、格子の配置を工夫する。我々は、入れ子状格子における自己重力の高速解法を新たに開発したので報告する。

■ **アルゴリズム**： 我々が採用したアルゴリズムは、一様格子上の multigrid 反復法を入れ子状格子に拡張したものである。入れ子状格子は、セル数 $i_{\rm max}j_{\rm max}k_{\rm max}$ の一様格子を $\ell_{\rm max}$ 個入れ子状に配置したものである。入れ子のレベル (ℓ) が 1 つ深くなるとセルの幅が 1/2 倍になる ($h_\ell = h_{\ell-1}/2$)。このような入れ子状格子に密度分布 (ρ) が与え、ポアッソン方程式 ($\Delta u = \rho$) を反復法によって解く。反復法では、セル幅が 2 倍つづ粗い作業格子を階層的に用意する。各階層の作業格子上でポアッソン方程式を Gauss-Seidel 反復解法で近似解を求め、その結果を異なった階層にの作業格子に伝達し、全体として整合的な解を得る方法である。このアルゴリズムは、入れ子状格子だけでなく、解適合格子 (AMR) にも適用可能である。

■ **解の特徴**： この解法は、入れ子のレベルが異なる格子で整合性のある解を求める。例えば、最も細い格子 ($\ell = \ell_{\rm max}$) に双極子や四重極状の密度分布を置いたとき、それ以外の格子 ($\ell = 1, 2, \cdots, \ell_{\rm max} - 1$) においても、高精度の解が得られる。これは、連星の数値シミュレーションにおいて、重要な特徴である。

■ **収束率**： 1 回の Multigrid 反復法ごとに、解の残差 ($R = [\rho - \Delta u] h_\ell^2$) は一様に $10^{-2} - 10^{-3}$ 倍に減少する。この収束率は、格子のセル数 ($i_{\rm max}j_{\rm max}k_{\rm max}$) や入れ子の階層数 ($\ell_{\rm max}$) に依存しない。

■ **計算速度**： 計算量は、入れ子状格子に含まれる全セル数 ($N_{\rm cell} = i_{\rm max}j_{\rm max}k_{\rm max}\ell_{\rm max}$) に比例する。したがって、この解法は、ポアッソン方程式の解法としては、最も高速である。