

A11b シアー流長時間積分に対して SPH 法がもつ問題点とその解決策 - 速度場の高精度表現に基づく方法 -

今枝 佑輔 (東大理)、犬塚 修一郎 (国立天文台)

SPH 法は流体の時間発展を記述する方法として、宇宙物理学の各分野でよく使われる数値計算法の一つである。計算手法としてはラグランジュ的計算法に属し、流体を N 個の広がりを持った粒子の集合として表現する。各粒子の時間発展を考えることで流体全体の時間発展を記述する。

ところがこの SPH 法をシアー流の長時間積分に対して使った場合には、深刻な問題が現れる。例えば、 1×1 の計算領域 (2次元) に \sin 関数で与えられるようなシアー流を考える ($v_x = 0, v_y = \sin(2\pi x)$)。初期密度は全ての点で一定であるとする ($\rho = 1$)。周期境界条件のもとでの時間発展は、密度一定の状態が保たれるのが正しい。しかし SPH 法を使ってこの問題を解くと、密度が一定な状態は 1 dynamical time を経過した時点で既に破綻し、正しい密度進化を追うことができない。系の音速が系の典型的な速度に比べて十分に小さい場合には ($c_s \ll v_0$)、誤差は $\Delta\rho \gtrsim \rho$ にも達する。この誤差は音速が小さいほど顕著である。また、いわゆる variable smoothing length の採用すると、この誤差は強調され大きくなる。

我々は、SPH 法を正しく再定式化することによってこの密度誤差の問題を解決した。その結果として、SPH 法が密度の時間進化を正しく記述するためには、流体の時間発展と個々の粒子の時間発展は厳密に区別して取り扱わなければならない。その速度の違いは、粒子の広がり (h) の 2 乗に比例する僅かな差ではある。当然、従来の SPH 法ではこの差は 2 次の微小量として無視されてきた。しかしシアー流に対してこの差は一方的に積算される。従って 1 dynamical time を越える時間発展を考える場合には、微小量とはいえ無視することはできない。逆に、両者を正しく区別することによって、密度進化を正しく追うことができる。この方法は、例えば原始惑星系円盤の運動を SPH 法を使って何回転にも渡って調べる場合などに必要となる。