

K03b 軌道運動の分割対称多段法による数値積分

山本 一登 (総研大)、福島 登志夫 (国立天文台)

軌道運動に対して対称線形多段法を使う場合、加速度が位置のみの関数である場合には二階の特殊な微分方程式用の公式 (Lambert & Watson, 1976、Quinlan & Tremaine, 1990、Fukushima, 1998) を適用することができるが、一般相対論的效果など加速度が速度にも依存する場合には一階の微分方程式用の公式が必要になる。しかし、標準的な一階用の対称型公式は軌道運動のような二階の微分方程式系に対して数値不安定であることが Cano & Sanz-Serna (1998) により証明されている。例外はゼロ成長公式 (Evans & Tremaine, 1999) であるが、この方法では4次の公式までしか作ることができなかった。一方、Hairer (1999, 2000) は微分方程式を成分別に異なる多段法公式を用いる方法「分割多段法」を提唱している。この方法によれば、位置と速度をそれぞれ別の公式で積分することにより、一階用の対称型公式の数値不安定が避けられる例が二例報告されている。残念ながら、これ以上詳細なことは述べられておらず、同様の研究も見当たらない。

そこで今回は、この「分割対称多段法」について詳細な調査を行なった。位置と速度を異なる公式を使う場合と同じ公式を使う場合で、公式の性質がどのように変化するかを調和振動子を用いて理論的に調べ、公式の組み合わせ方によって安定領域と誤差定数がどのようになるかを詳細に調べた。そして、実際に軌道運動に対してさまざまな公式の組合せを適用し、数値実験を行なった。その結果、(1) 異なる公式を用いれば必ず数値不安定は避けられること、(2) 位置の誤差が時間の1次で成長すること、(3) 任意次数の公式が数多く作れること、(4) 同次数の陽型公式と陰型公式の組み合わせが最良であることなどがわかった。また、刻み幅共鳴問題についても議論し、総合的に評価を行なったので発表する。