

K03a 多様体補正による効率的な軌道シミュレーション

福島登志夫 (国立天文台 天文情報公開センター)

「通常の運動方程式に加えてエネルギー積分など(準)保存量の時間発展方程式も同時に数値積分し、積分ステップ毎に両者間の解析的關係式が厳密に満たされるように適切な座標変換を施す (Murison に倣って多様体補正 Manifold Correction と呼ぶ)」という新しい数値積分法の研究を進めている。昨年春の年会では、準保存量としてケプラー・エネルギーをとり、座標変換として単一スケール変換 $(\vec{r}, \vec{v}) \rightarrow (s\vec{r}, s\vec{v})$ を採用することにより、ごくわずかの計算コスト増加と引き換えに、摂動や積分法のいかににかかわらず、摂動ケプラー運動の軌道長半径および軌道経度の積分誤差が著しく減少することを報告した (Fukushima 2003a, AJ, 126, 1097)。その後、準保存量としてスカラー量 $F \equiv |\vec{r} \times (\vec{r} \times \vec{v})|$ を追加し、座標変換として双対スケール変換 $(\vec{r}, \vec{v}) \rightarrow (s_x\vec{r}, s_v\vec{v})$ を採用することにより、離心率および近点経度の積分誤差も著しく減少させることに成功し (Fukushima 2003b, AJ, 126, 2567)、さらに準保存量として角運動量の方向ベクトルを追加し、座標変換として角運動量軸に直交する軸回転を加えることにより、軌道傾斜および昇交点経度の積分誤差も著しく減少させることに成功した (Fukushima 2003c, AJ, 126, 3138)。これらの多様体補正を施すと、特に摂動が十分小さい場合、刻み幅が比較的大きく打切り誤差が卓越するときは、かなり長い時間の間、経度方向の誤差は時間に比例して増大するが、他の軌道要素の誤差は有限にとどまる。また、刻み幅が十分小さく丸め誤差が卓越する場合は、軌道経度の誤差は時間の平方根に比例して増大する一方、他の軌道要素の誤差はマシン・エプシロン程度となる。最後に、平面問題に限った場合であるが、上記第2の方法に、準保存量として角運動量の大きさを追加し、座標変換として角運動量軸周りの回転を加えることにより、かなり長い時間の間、経度方向の誤差が有限にとどまる場合を発見した。いずれにしろ、軌道上の位置誤差が有限あるいは時間に比例するよりゆっくり増大する現象が確認されたのは世界初であると思う。