K04b　分割多段法によるオイラーの自転運動方程式の線形化

○山本 一登 (総研大)、福島 登志夫 (国立天文台)

一階の非線形常微分方程式の典型であるオイラーの自転運動方程式に対する数値積分法の研究は、今までほとんどされてきていない。我々はこれまで一階の対称線形多段法について様々な調査を行なってきた。2003 年春季年会では一階の対称線形多段法の誤差定数や安定領域の最大値を詳細に調べ、その中から性質の良い公式群を選び、オイラー問題で特に外力がない場合に適用し数値実験を行ない、公式の総合評価を行なった。その結果の一つとして、オイラー問題は非線形な微分方程式であるため、対称線形多段法を適用すると刻み幅共鳴が起こることを報告した。また、Arakida & Fukushima (2000) でケプラー問題に対して K-S 変換（正則化）を行なうと刻み幅共鳴が起こらず、対称型公式を有効的に使えることが示されている。今回は、オイラー問題に対しても K-S 変換同等の線形化（正則化）が行なえるか試みた。我々の行なった線形化では、実時間 t と仮想時間 s とを繋ぐ方程式が $dt/ds = 1/z$ と非線形なものになっている。このため仮想空間では各要素に対しては刻み幅共鳴は起こらないが、実時間 t に対しては刻み幅共鳴が起こることを確認した。そこで、$dt/ds = 1/z$ を数値積分する公式を刻み幅共鳴が起こらない既存のアダムス型に置き換えることを考えた。これは一種の分割多段法（2003 年秋季年会）といえよう。しかし、同次数の対称型公式に比べてアダムス型の安定領域は小さく、さらに、対称型公式の最大の特徴である保存量の誤差が有限であるといった良い性質が失われるため、誤差の増大と安定領域の減少が予想された。しかし、結果は対称型公式で計算した場合と誤差の大きさは変わらず、刻み幅共鳴は起こらない、そして安定領域も減少していないことがわかった。この現象は微分方程式が $dt/ds = f(z)$ といった形になっている、つまり、t と z が独立した形になっていることが原因であると考えている。このために時刻 t の誤差成長は z を数値積分する公式の性質に強く依存し、t を数値積分する公式にはほとんど依存しないことがわかった。